

Messung der τ -Polarisation
aus dem Zerfall $\tau \rightarrow a_1 \nu_\tau$
mit dem L3-Detektor am LEP

von

Frank Ziegler

Diplomarbeit in Physik
vorgelegt der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät I
Institut für Physik
der
Humboldt-Universität zu Berlin

im Dezember 1994

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Das Standardmodell	5
2.1	Das Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung	5
2.2	Die elektroschwache Wechselwirkung	6
2.3	Der Prozeß $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$	8
3	Das L3-Experiment am LEP	11
3.1	Der e^+e^- -Beschleuniger LEP	11
3.2	Der L3-Detektor	12
3.2.1	Das L3-Koordinatensystem	13
3.2.2	Das Myonspektrometer	14
3.2.3	Das Hadronkalorimeter	15
3.2.4	Der Szintillationszähler	16
3.2.5	Das elektromagnetische Kalorimeter	16
3.2.6	Der zentrale Spurdetektor	17
3.2.7	Der Luminositätsmonitor	19
3.2.8	Das Triggersystem	19
4	Die Polarisiation des τ-Leptons	20
4.1	Das τ -Lepton	20
4.2	Die Messung der Polarisiation	21
4.3	Der Prozeß $\tau \rightarrow 3\pi \nu$	24
5	Analyse der Daten	30
5.1	Selektion	31
5.1.1	Vorselektion	32
5.1.2	Auswahl der τ -Zerfälle	33
5.1.3	Selektion des Zerfallkanals $\tau \rightarrow a_1\nu$	34
6	Die experimentelle Bestimmung der Polarisiation	44
6.1	Fitmethoden	45
6.2	Ergebnis der Fits	47
6.3	Systematische Fehler	48
6.4	Ergebnis der Messung	51
7	Zusammenfassung	52

1 Einleitung

In der Elementarteilchenphysik werden große Anstrengungen zur Erforschung der elementaren Struktur der Materie unternommen. Die dabei gewonnenen Erkenntnisse haben dazu beigetragen, eine Theorie zu entwickeln, die die meisten experimentellen Beobachtungen beschreibt und auf wenige grundlegende Gesetzmäßigkeiten zurückführt. Die Wechselwirkungen zwischen Elementarteilchen werden durch den Austausch von neutralen und geladenen Eichbosonen realisiert. Deren experimenteller Nachweis war ein großer Erfolg der zugrundeliegenden Theorie.

Der Elektron-Positron-Beschleuniger LEP am CERN arbeitet mit hohen Ereignisraten bei einer Schwerpunktsenergie nahe der Masse des neutralen schweren Eichbosons der elektroschwachen Wechselwirkung, des Z^0 . Die dabei stattfindende Annihilation der Elektronen und Positronen in ein Fermion-Paar ermöglicht eine präzise Messung der Parameter der Z^0 -Resonanz sowie ihrer Kopplungen an die Fermionen.

Wegen der bei der schwachen Wechselwirkung auftretenden Paritätsverletzung ist dabei die Reaktion $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ von besonderem Interesse. Da das τ im Detektor zerfällt, lassen sich zusätzlich zum totalen Wirkungsquerschnitt und der Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie noch die Polarisation und die Vorwärts-Rückwärts-Polarisationsasymmetrie bestimmen. Unter Annahme von Helizitätserhaltung ist damit ein Satz von unabhängigen Observablen gegeben, mit denen der Prozeß $e^+e^- \rightarrow f^+f^-$ vollständig beschrieben werden kann.

Die Messung der τ -Polarisation erfolgt für jeden Zerfallskanal des τ gesondert. Im einfachen Fall wird sie aus der Zerfallswinkelverteilung im Ruhesystem des τ bestimmt. Bei komplexen Zerfällen ist die Zerfallswinkelverteilung des τ allein wenig sensitiv gegen die Polarisation. Wird aber zusätzlich die Information aus den nachfolgenden Zerfällen genutzt, kann die Sensitivität zurückgewonnen werden.

In dieser Arbeit wird eine Messung der τ -Polarisation aus dem Zerfall $\tau \rightarrow a_1\nu$ mit 3 Pionen im Endzustand vorgestellt. Dazu wurden die in den Jahren 1990-1993 durch den L3-Detektor am LEP aufgenommenen Daten ausgewertet. Die zur Bestimmung der Polarisation angewendete Methode berücksichtigt, daß die Information über den Spinzustand des τ auf mehrere kinematische Observablen verteilt ist. Auf der Grundlage eines Modells für den hadronischen Zerfall des a_1 wird aus den Observablen eine Variable ω mit maximaler Sensitivität für die Polarisation konstruiert und aus ihrer Verteilung die Polarisation ermittelt.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert:

In Kapitel 2 erfolgt eine kurze Einführung in das Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung. Am Beispiel des Prozesses $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ werden die Observablen des neutralen schwachen Stromes eingeführt.

Der Aufbau des L3-Detektors wird in Kapitel 3 dargestellt.

Kapitel 4 befaßt sich mit der Polarisation des τ -Leptons. Unter Berücksichtigung der Eigenschaften des τ -Leptons werden Möglichkeiten der Polarisations-Messung diskutiert und die Methode zur Konstruktion der Variablen ω vorgestellt.

Kapitel 5 beschreibt die Selektion der Ereignisse $\tau \rightarrow a_1\nu$.

In Kapitel 6 wird die experimentelle Bestimmung der Polarisation beschrieben. Das Ergebnis der Analyse wird vorgestellt und die Fehler werden diskutiert.

Die Interpretation des Ergebnisses unter Berücksichtigung der anderen Messungen mit dem L3-Detektor schließt die Arbeit mit Kapitel 7 ab.

Für alle physikalischen Größen gilt die Konvention $\hbar = 1$ und $c = 1$.

2 Das Standardmodell

2.1 Das Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung

Nach unseren heutigen Erkenntnissen läßt sich die Materie aus einer begrenzten Zahl von Basisteilchen zusammensetzen. Diese Basisteilchen können miteinander wechselwirken und so komplexere Strukturen bilden. Wir unterscheiden vier fundamentale Wechselwirkungen:

- die starke Wechselwirkung
- die schwache Wechselwirkung
- die elektromagnetische Wechselwirkung
- die Gravitation

Die zugrundeliegenden vier fundamentalen Kräfte haben verschiedene Stärken und Reichweiten. Die Grundgleichungen der Wechselwirkungen lassen sich aus Symmetrieprinzipien herleiten und werden als Eichtheorien formuliert. Virtuelle Eichbosonen koppeln an die wechselwirkenden Teilchen. Die Stärke dieser Kopplung wird durch Kopplungskonstanten charakterisiert. Für die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung wurde eine einheitliche Eichtheorie entwickelt, das sogenannte Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung [1, 2, 3].

Generation:	1	2	3	Ladung
Leptonen	ν_e	ν_μ	ν_τ	0
	e	μ	τ	-1
Quarks	u	c	t	2/3
	d	s	b	-1/3
Eichbosonen	γ			0
	Z^0			0
	W^+			1
W^-			-1	
Higgs	$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$			1
				0

Tabelle 2.1: Teilchen und Felder im Standardmodell

Im Standardmodell sind die grundlegenden Bausteine der Materie Teilchen mit halbzahligem Spin und ohne nachweisbare räumliche Struktur. Sie werden als Fermionen bezeichnet. Zu jedem Fermion existiert ein Antifermion, das sich vom Fermion im Vorzeichen der additiven Quantenzahlen (z.B. Ladung Q) unterscheidet, sonst jedoch identische Eigenschaften hat. Die sechs Quarks u, d, c, s, t, b und die sechs Leptonen

$e^-, \nu_e, \mu^-, \nu_\mu, \tau^-, \nu_\tau$ sind in drei Generationen nach steigenden Massen angeordnet. Teilchenmischung wurde für Leptonen nicht beobachtet. Die Neutrinomasse wird zu null angenommen.

Als Lepton-Universalität bezeichnet man die Tatsache, daß sich die Leptonen mit gleichen Quantenzahlen in ihren elektroschwachen Wechselwirkungen nicht unterscheiden.

Tabelle 2.1 gibt einen Überblick über die fundamentalen Fermionen des Standardmodells.

2.2 Die elektroschwache Wechselwirkung und die Kopplungen des neutralen Stromes

Die schwache Wechselwirkung ist paritätsverletzend. Man führt als eine weitere Quantenzahl den schwachen Isospin T ein und teilt die Fermionen in linkshändige Isospin-Dubletts und rechtshändige Isospin-Singletts (Tabelle 2.2).

Generation:	1	2	3	T_3	Y
Leptonen	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	1/2	-1/2
	(e_R)	(μ_R)	(τ_R)	-1/2	-1/2
				0	1
Quarks	$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$	1/2	1/6
	(u_R)	(c_R)	(t_R)	-1/2	1/6
				0	2/3
	(d_R)	(s_R)	(b_R)	0	-1/3

Tabelle 2.2: Einteilung der Teilchen nach der 3. Komponente des schwachen Isospins T_3 und der Hyperladung Y

Für die Quarks sind Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung nicht identisch mit ihren Masseneigenzuständen. Sie lassen sich über eine unitäre Transformation verknüpfen, die durch die Cabbibo-Kobayashi-Maskawa-Matrix beschrieben wird.

Die Eichtheorie der elektroschwachen Wechselwirkung beruht auf der Symmetrie $SU(2) \times U(1)$ [4]. Die Isospin-Transformationsgruppe $SU(2)$ wirkt auf die linkshändigen Dubletts des schwachen Isospins. Die Phasentransformation $U(1)$ wird auf rechtshändige und linkshändige geladene Fermionen angewendet. Die Forderung nach lokaler Eichinvarianz liefert für $SU(2)$ drei Vektorfelder, $W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$, die als Feldquanten wirken. Die Symmetrie $U(1)$ gibt das Eichfeld B_μ . Diese vier Eichbosonen tragen Spin 1 und sind zunächst masselos. Die beobachteten Bosonen W^+, W^-, Z^0 und

das Photonfeld A sind Kombinationen der W_μ^i und des B_μ :

$$\begin{aligned} W^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 - iW_\mu^2), \\ W^- &= \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 + iW_\mu^2), \\ Z &= \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu, \\ A &= \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu. \end{aligned} \quad (1)$$

Für den elektroschwachen Mischungswinkel θ_W gilt:

$$\cos \theta_W = \frac{m_W}{m_Z} \quad (2)$$

Hierbei sind m_W und m_Z die Massen des W-Bosons und des Z-Bosons.

Der Wert von $\cos \theta_W$ wird vom Modell nicht vorausgesagt und muß experimentell bestimmt werden. Die Bosonen W^+ , W^- , Z^0 sind im Gegensatz zu den fundamentalen Eichbosonen W_μ^i und B_μ massiv. Sie erhalten ihre Masse über die Einführung eines skalaren Higgs-Feldes durch spontane Symmetriebrechung. Das Photon bleibt masselos.

Die Reaktionen, bei denen Fermionen an Eichbosonen koppeln, werden als Ströme beschrieben. Die Einführung des ungeladenen Z^0 führte zur Voraussage neutraler Ströme (Neutral Currents). Sie wurden 1973 am CERN entdeckt. Ein neutraler schwacher Strom J_{NC}^μ läßt sich als Summe eines linkshändigen Stromes j_L und eines rechtshändigen Stromes j_R schreiben:

$$j_{\text{NC}} = T_3 j_L - Q \sin^2 \theta_W (j_R + j_L) = g_L j_L + g_R j_R \quad (3)$$

mit

$$\begin{aligned} j_L^\mu &= \bar{\psi} \gamma^\mu \left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right) \psi, \\ j_R^\mu &= \bar{\psi} \gamma^\mu \left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right) \psi, \end{aligned} \quad (4)$$

und den Kopplungskoeffizienten g_L und g_R :

$$\begin{aligned} g_L &= T_3 - Q \sin^2 \theta_W, \\ g_R &= -Q \sin^2 \theta_W. \end{aligned} \quad (5)$$

Die Terme $\left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right)$ und $\left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right)$ sind die Helizitäts-Projektionsoperatoren.

Bei der Vektorkopplung V werden linkshändige und rechtshändige Ströme mit gleichem Vorzeichen verknüpft, bei der Axialvektorkopplung A mit verschiedenem Vorzeichen. Somit ergibt sich für die Kopplungskonstanten von V und A:

$$\begin{aligned} v_f &= g_L + g_R = T_3^f - 2Q_f \sin^2 \theta_W, \\ a_f &= g_L - g_R = T_3^f. \end{aligned} \quad (6)$$

Fermion	Q	T_3	g_L	g_R	v_f	a_f
ν_e, ν_μ, ν_τ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
e^-, μ^-, τ^-	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W$	$\sin^2 \theta_W$	$-\frac{1}{2} + 2\sin^2 \theta_W$	$-\frac{1}{2}$
u, c, t	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\sin^2 \theta_W$	$-\frac{2}{3}\sin^2 \theta_W$	$\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\sin^2 \theta_W$	$\frac{1}{2}$
d', s', b'	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\sin^2 \theta_W$	$\frac{1}{3}\sin^2 \theta_W$	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\sin^2 \theta_W$	$-\frac{1}{2}$

Tabelle 2.3: Kopplungskonstanten des schwachen neutralen Stromes

Der Index f steht für das entsprechende Fermion. Bei Leptonuniversalität müssen die Kopplungskonstanten für Leptonen mit gleichen Quantenzahlen Q und T_3 übereinstimmen. Tabelle 2.3 gibt einen Überblick über die Kopplungskonstanten des schwachen neutralen Stromes. Die unterschiedlichen Beträge der Kopplungskonstanten g_L und g_R spiegeln die bei schwachen Wechselwirkungen beobachtbare Paritätsverletzung wieder. LEP bietet die Möglichkeit, die Eigenschaften neutraler Ströme zu untersuchen und gestattet die Überprüfung der Vorhersagen des Standardmodells der elektroschwachen Wechselwirkung mit sehr hoher Präzision (Die Masse des Z^0 wurde mit einer absoluten Genauigkeit von 4×10^{-5} bestimmt [11]). Ein Ziel ist die Messung der Kopplungskonstanten v_f und a_f und damit des schwachen Mischungswinkels $\sin^2 \theta_W$. Da die Genauigkeit des Experimentes in der Größenordnung der Strahlungskorrekturen liegt, kann eine Übereinstimmung der gemessenen Werte mit den vorhergesagten als Bestätigung für die Gültigkeit des Standardmodells der elektroschwachen Wechselwirkung gewertet werden. Andererseits wäre eine deutliche Diskrepanz zwischen Meßwert und theoretischer Vorhersage ein Hinweis dafür, daß das Standardmodell zur Beschreibung der Natur nicht ausreicht.

2.3 Der Prozeß $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$

Die Reaktionen des neutralen Stromes lassen sich allgemein schreiben als:

$$(f\bar{f})_i \rightarrow Z^0 \rightarrow (f\bar{f})_k. \quad (7)$$

Für Vektor- bzw. Axialvektorkopplung gilt bei hohen Energien Helizitätserhaltung. Somit sind 4 verschiedene Kombinationen der Helizität des einlaufenden Fermion-Antifermionpaares $(f\bar{f})_i$ mit der Helizität des auslaufenden Fermion-Antifermionpaares $(f\bar{f})_k$ möglich. Das führt auf 4 Helizitätsamplituden, aus denen sich folgende Observablen ableiten lassen:

- der totale Wirkungsquerschnitt σ_{tot} ,
- die longitudinale Polarisations-Asymmetrie A_{Pol} ,
- die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie A_{FB} ,
- die Vorwärts-Rückwärts-Polarisations-Asymmetrie A_{FB}^{Pol} .

Es muß jedoch berücksichtigt werden, daß Prozesse des Typs $(f\bar{f})_i \rightarrow (f\bar{f})_k$ auch über den Austausch eines virtuellen Photons realisiert werden können.

Im folgenden wird stellvertretend der Prozeß $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ kurz dargestellt.

Der Prozeß kann über den Austausch eines Z^0 oder eines Photons erfolgen. Er wird deshalb durch die zwei Feynmangraphen beschrieben (Abb. 2.1).

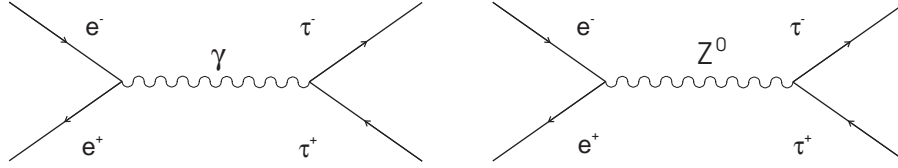


Abbildung 2.1: Der Prozeß $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$

Für unpolarisierte Elektron-Positron-Strahlen läßt sich dafür in Born-Näherung der differentielle Wirkungsquerschnitt angeben [13]:

$$\frac{d\sigma_{\text{Born}}(s, \cos \theta; P_\tau)}{d \cos \theta} = (1 + \cos^2 \theta) F_0(s) + 2 \cos \theta F_1(s) + P_\tau [(1 + \cos^2 \theta) F_2 + 2 \cos \theta F_3(s)]. \quad (8)$$

Dabei ist P_τ die longitudinale Polarisation des τ^- und \sqrt{s} die Schwerpunktsenergie. Der Winkel zwischen einlaufendem Elektron und auslaufendem Tau wird mit θ bezeichnet. Die Formfaktoren sind gegeben durch:

$$\begin{aligned} F_0(s) &= \frac{\pi \alpha^2}{2s} (Q_e^2 Q_\tau^2 + 2Q_e Q_\tau v_e v_\tau \text{Re}(\chi(s)) + (v_e^2 + a_e^2)(v_\tau^2 + a_\tau^2) |\chi(s)|^2), \\ F_1(s) &= \frac{\pi \alpha^2}{2s} (2Q_e Q_\tau a_e a_\tau \text{Re}(\chi(s)) + 2v_e a_e 2v_\tau a_\tau |\chi(s)|^2), \\ F_2(s) &= \frac{\pi \alpha^2}{2s} (2Q_e Q_\tau v_e a_\tau \text{Re}(\chi(s)) + (v_e^2 + a_e^2) 2v_\tau a_\tau |\chi(s)|^2), \\ F_3(s) &= \frac{\pi \alpha^2}{2s} (2Q_e Q_\tau a_e v_\tau \text{Re}(\chi(s)) + 2v_e a_e (v_\tau^2 + a_\tau^2) |\chi(s)|^2), \end{aligned} \quad (9)$$

mit

$$\chi(s) = \frac{s}{s - m_Z^2 + i s \frac{\Gamma_Z}{m_Z}}. \quad (10)$$

Der Term $Q_e^2 Q_\tau^2$ in F_0 ist auf den Photon-Austausch zurückzuführen. Der Z^0 -Austausch wird durch die zu $|\chi(s)|^2$ proportionalen Terme beschrieben, die Interferenz zwischen Photon und Z^0 -Boson führt auf die $\text{Re}(\chi(s))$ -Terme. Daraus folgt für den totalen Wirkungsquerschnitt durch entsprechende Integration:

$$\sigma_{\text{Born}}(s) = \frac{8}{3} F_0(s) \quad (11)$$

Die Asymmetrien lassen sich darstellen als:

$$\begin{aligned}
A_{\text{Pol}}(s) = P_\tau &= \frac{1}{\sigma_{\text{Born}}} \{ \sigma(h_\tau = +1) - \sigma(h_\tau = -1) \} = -\frac{F_2(s)}{F_0(s)} \\
A_{\text{FB}}(s) &= \frac{1}{\sigma_{\text{Born}}} \{ \sigma(\cos\theta > 0) - \sigma(\cos\theta < 0) \} = \frac{3}{4} \frac{F_1(s)}{F_0(s)} \\
A_{\text{Pol}}^{\text{FB}}(s) &= -\frac{1}{\sigma_{\text{Born}}} \{ \sigma(\cos\theta > 0, h_\tau = +1) - \sigma(\cos\theta > 0, h_\tau = -1) \\
&\quad + \sigma(\cos\theta < 0, h_\tau = -1) - \sigma(\cos\theta < 0, h_\tau = +1) \} = -\frac{3}{4} \frac{F_3(s)}{F_0(s)}
\end{aligned} \tag{12}$$

Hierbei bezeichnet h_τ den Helizitätszustand des Taus.

Vernachlässigt man die Fermion-Massen und betrachtet nur den Z^0 -Austausch, sind die Observablen des neutralen schwachen Stromes auf dem Z^0 -Pol von den Kopplungen wie folgt abhängig:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\text{Born}}(s = m_z^2) &\simeq (v_e^2 + a_e^2) (v_\tau^2 + a_\tau^2) \\
A_{\text{Pol}}(s = m_z^2) &\simeq -\frac{2v_\tau a_\tau}{v_\tau^2 + a_\tau^2} = -\alpha_\tau \\
A_{\text{FB}}(s = m_z^2) &\simeq \frac{3}{4} \frac{2v_e a_e}{v_e^2 + a_e^2} \frac{2v_\tau a_\tau}{v_\tau^2 + a_\tau^2} = \frac{3}{4} \alpha_e \alpha_\tau \\
A_{\text{Pol}}^{\text{FB}}(s = m_z^2) &\simeq -\frac{3}{4} \frac{2v_e a_e}{v_e^2 + a_e^2} = -\frac{3}{4} \alpha_e
\end{aligned} \tag{13}$$

Während der totale Wirkungsquerschnitt und die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie von den Kopplungen des Anfangs- und des Endzustandes abhängen, sind die Polarisations-Asymmetrien linear in den Kopplungen des Elektrons oder des Taus. Somit kann neben der Bestimmung der Kopplungskonstanten über α_e und α_τ auch Leptonuniversalität getestet werden. Außerdem ist eine Bestimmung des schwachen Mischungswinkels möglich.

3 Das L3-Experiment am LEP

3.1 Der e^+e^- -Beschleuniger LEP

Der Beschleuniger LEP (Large Electron Positron collider) ist ein bedeutendes Forschungsgerät der Elementarteilchenphysik. Er befindet sich in einem 27 km langen Ringtunnel in der Nähe von Genf (Abb. 3.1).

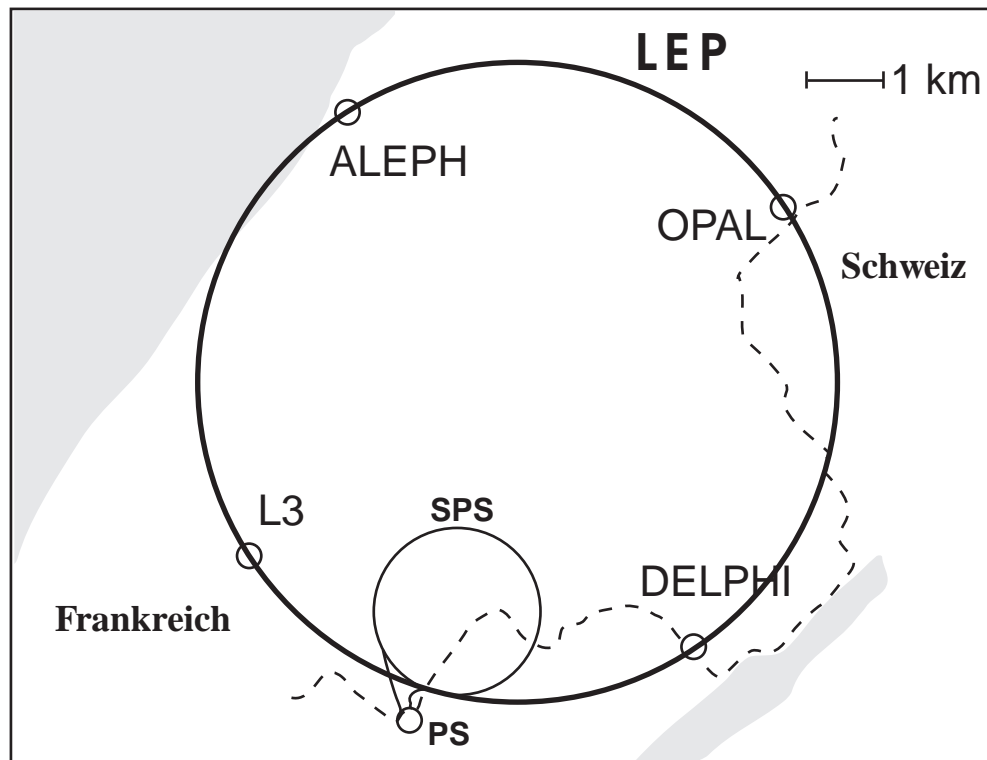


Abbildung 3.1: Der Beschleuniger LEP

Die in einem System von Vorbeschleunigern erzeugten Elektronen- und Positronenbündel werden mit 20 GeV in den LEP-Beschleuniger injiziert, wo sie gegenläufig auf 45 GeV beschleunigt und an vier Wechselwirkungspunkten zur Kollision gebracht werden. Um jeden Wechselwirkungspunkt ist ein Experiment aufgebaut.

Der Speicherring hat die Form eines Oktogons mit abgerundeten Ecken. Dadurch kann der Strahl im Bereich der Experimente geradlinig geführt werden. Der Betrieb des Beschleunigers mit einer etwa der Z^0 -Masse entsprechenden Schwerpunktsenergie von 91 GeV ermöglicht die Produktion von Z^0 -Bosonen und das detaillierte Studium ihrer Zerfälle. Bis Ende 1993 wurden von jedem der vier Experimente etwa 2 Millionen Z^0 -Ereignisse aufgezeichnet.

3.2 Der L3-Detektor

L3 ist eines der vier Experimente am Beschleuniger LEP [5, 6]. Der Detektor ist für die präzise Energiemessung von Leptonen, Photonen und Hadronen-Jets optimiert. Der gesamte Detektor liegt innerhalb eines 7800 Tonnen schweren Magneten, der ein homogenes Magnetfeld einer Stärke von 0.5 Tesla erzeugt. Den Aufbau des Detektors zeigt Abbildung 3.2.

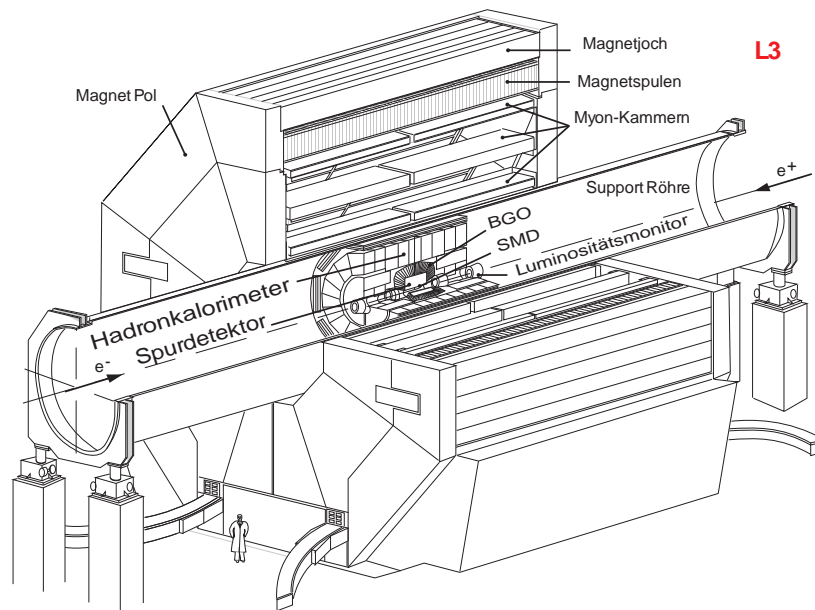


Abbildung 3.2: Der L3-Detektor

Der Detektor setzt sich von außen nach innen zusammen aus:

- dem Myonspektrometer
- dem Hadronkalorimeter (HCAL)
- den Szintillationszählern
- dem elektromagnetischen Kalorimeter (BGO)
- dem zentralen Spurdetektor, bestehend aus:
 - einem Silizium-Vertex-Detektor (SMD)
 - einer Driftkammer (TEC)
 - einer Z-Kammer

Hinzu kommt ein Luminositätsmonitor zur Messung der LEP-Luminosität. Die inneren Detektorkomponenten sind in einer 32 m langen Stahlröhre von 4.45 m Durchmesser untergebracht. Diese Tragröhre erleichtert die Montage, Wartung und Versorgung des Detektors. Die Mittelachse dieser Röhre stimmt mit der Strahlachse überein. Außerhalb dieser Röhre befinden sich nur die Myonkammern. Diese Anordnung erlaubt trotz des geringen Magnetfeldes eine genaue Messung des Myonimpulses. Der innere Teil des L3-Detektors ist in einen Zentralbereich ("barrel") und jeweils einen Vorwärts- und Rückwärtsteil ("endcap") unterteilt.

3.2.1 Das L3-Koordinatensystem

Der Ursprung des rechtshändigen, rechtwinkligen Koordinatensystems (siehe Abb. 3.3) stimmt mit dem geometrischen Mittelpunkt des Detektorsystems überein. Dieser ist gleichzeitig als Wechselwirkungspunkt des e^+e^- -Strahls festgelegt. Die z -Achse stimmt mit der Richtung des Elektronen-Strahls überein. Die y -Achse zeigt senkrecht nach oben, die x -Achse zum Mittelpunkt des LEP-Ringes.

Kennzeichnet man den zu bestimmenden Punkt durch den Vektor S , so ist der Abstand in der (x, y) -Ebene zum Primärvertex durch den Radius r gegeben. Der Polarwinkel θ bezeichnet den Winkel in der (S, z) -Ebene bezüglich der z -Achse, der Azimutwinkel ϕ den Winkel in der (x, y) -Ebene bezüglich der x -Achse.

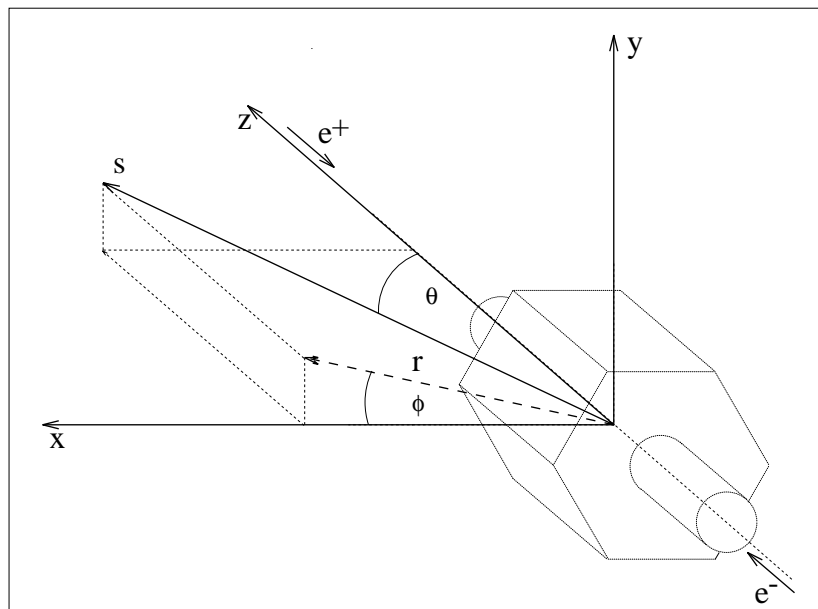


Abbildung 3.3: Das L3-Koordinatensystem

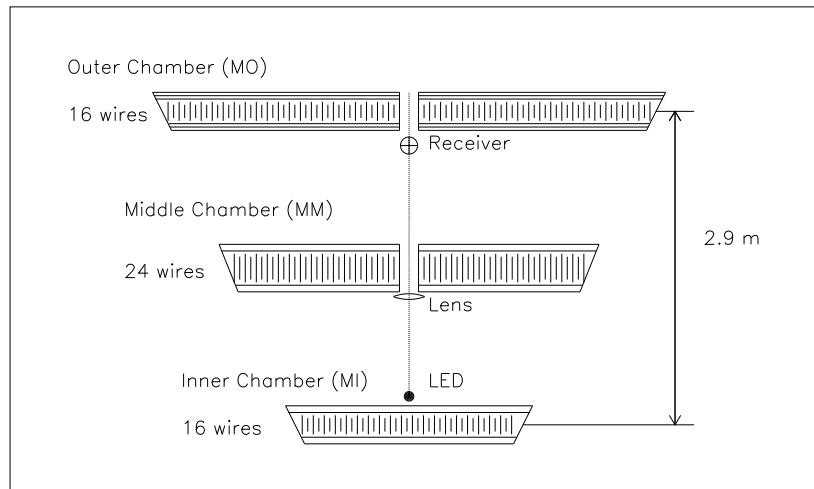


Abbildung 3.4: Oktant der Myonkammer mit den Präzisionskammern

3.2.2 Das Myonspektrometer

Das Myonspektrometer ermöglicht die Messung der Krümmung der Myonspur innerhalb des 0.5 Tesla-Feldes des selenoiden Magneten. So kann der Myonimpuls mit einer Genauigkeit von $\Delta p/p = 2\%$ bei 50 GeV bestimmt werden. Das Myonspektrometer ist in Oktanten unterteilt. Ein Oktant enthält fünf Kammern in drei Schichten.

Abbildung 3.4 zeigt den schematischen Aufbau eines Oktanten.

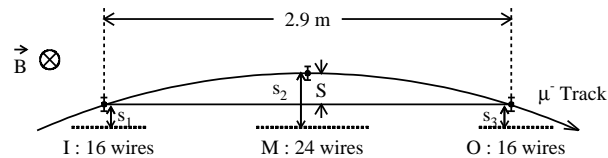


Abbildung 3.5: Definition der Sagitta S

Den Hauptbestandteil der Myonkammer bilden Präzisionskammern zur Messung der Spurprojektion in der (r, ϕ) -Ebene. Die Kammern sind in den verschiedenen Schichten mit 16, 24 und 16 Drähten (siehe Abb. 3.4) bestückt. Die Einzeldrahtauflösung beträgt $200 \mu\text{m}$. Der Polarwinkel der Spur wird durch die Z-Kammern mit einer Auflösung von $500 \mu\text{m}$ gemessen. Die Z-Kammern sind an beiden Seiten der inneren bzw. äußeren

Schicht angeordnet. Die relative Positionierung der Kammern zueinander wird mit einem Laser-Monitoring-System ständig kontrolliert. Die Krümmung der Myonspur wird durch die Sagitta S (siehe Abbildung 3.5) bestimmt. Da der Abstand der inneren zur äußeren Kammer 2.9 m beträgt, ergibt sich für einen Impuls von 45 GeV eine Sagitta von 3.4 mm. Die Sagitta muß mit einer Auflösung von $\Delta s = 70 \mu\text{m}$ gemessen werden, um die erreichbare Impulsauflösung zu erzielen.

3.2.3 Das Hadronkalorimeter

Die Energie der durch die e^+e^- -Kollision erzeugten Hadronen wird im Hadronkalorimeter über Totalabsorption gemessen. Der Energieverlust der Hadronen im davorliegenden elektromagnetischen Kalorimeter ist in der Regel gering.

Das Hadronkalorimeter (siehe Abb. 3.6) besteht aus drei Teilen:

- Der Zentralbereich (“barrel”) überdeckt den Winkelbereich von $35^\circ \leq \theta \leq 145^\circ$.
- Die Vorwärts-Rückwärts-Hadronkalorimeter (“endcap”) überdecken den Winkelbereich von $5.5^\circ \leq \theta \leq 35^\circ$ bzw. $145^\circ \leq \theta \leq 174.5^\circ$.
- Das Muon-Filter befindet sich an der Innenwand der Tragröhre.

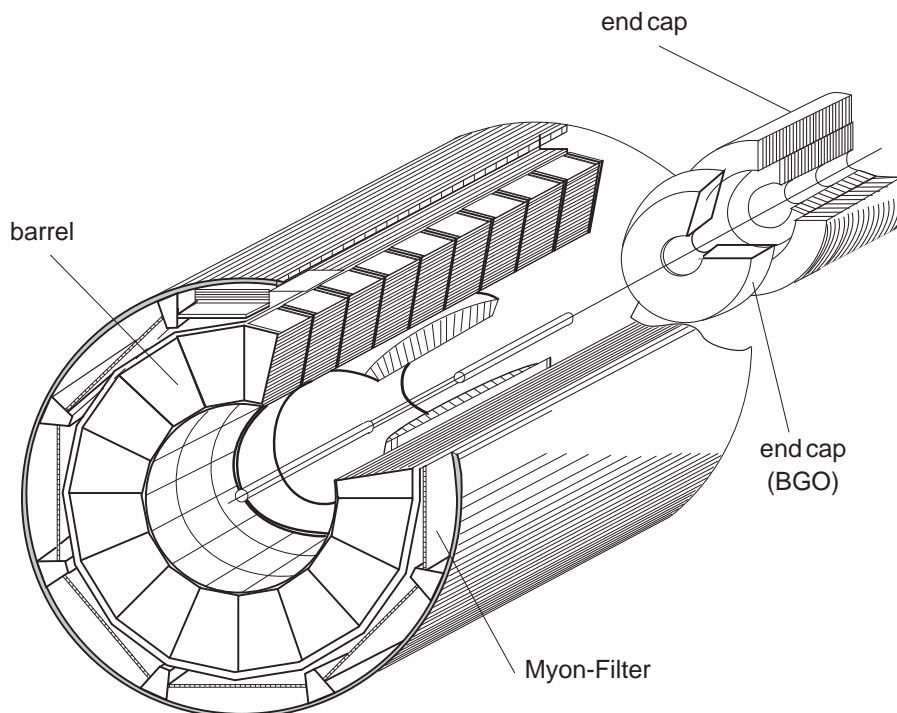


Abbildung 3.6: Das Hadronkalorimeter

Das Hadronkalorimeter besteht aus in aufeinanderfolgenden Lagen angeordneten Uranplatten mit Proportional-Draht-Kammern. Das integrierte Signal der Draht-Kammern ist proportional zu der Zahl der geladenen Spuren im Schauer. Diese werden durch einfallende Teilchen erzeugt, wobei die Anzahl der geladenen Spuren von der Energie der Teilchen abhängt. Der Zentralbereich hat eine modulare Struktur, die aus 9 Ringen mit 16 Modulen gebildet wird. Die beiden Vorwärts-Rückwärts-Hadronkalorimeter bestehen aus jeweils drei Ringen, die wiederum vertikal in Halbringe unterteilt sind. Die Drähte sind innerhalb der Module so gruppiert, daß sie jeweils einen Bereich von $\Delta\theta = 2^\circ$ bzw. $\Delta\phi = 2^\circ$ überdecken. Bei senkrechtem Einfall entsprechen das elektromagnetische Kalorimeter, das Hadronkalorimeter und der Konstruktionsaufbau zusammengefaßt 6 nuklearen Absorptionslängen. Eine zusätzliche Absorptionslänge durch die Myonfilter gewährleistet, daß nur Myonen das Myonspektrometer erreichen. Die Energieauflösung des Hadron-Jets im Hadronkalorimeter wurde zu $(55/\sqrt{E} + 8)\%$ bestimmt. Die Richtung der Jetachse kann mit einer Auflösung von 2.5° bestimmt werden.

3.2.4 Der Szintillationszähler

Zwischen dem elektromagnetischen und dem Hadronkalorimeter sind die Szintillationszähler angeordnet. Sie bestehen aus 30 einzelnen Plastikmodulen und dienen vor allem dazu, in den Detektor eindringende kosmische Myonen von $\mu^+\mu^-$ -Ereignissen aus dem Z^0 -Zerfall zu unterscheiden. Das erfordert eine hohe Zeitauflösung. Die Zeitdifferenz zwischen den Signalen zweier gegenüberliegender Szintillatoren beträgt für ein den Detektor durchquerendes kosmisches Myon etwa 6 ns, für Myonen aus dem Detektorinneren hingegen 0 ns. Für die gemessenen Zeitdifferenzen für $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ -Ereignisse wird eine Auflösung von 460 ps erreicht. Die Zahl der Szintillationssignale wird auch zum Triggern von hadronischen Ereignissen genutzt.

3.2.5 Das elektromagnetische Kalorimeter

Das elektromagnetische Kalorimeter (Abb. 3.7) ermöglicht die Bestimmung der Energie und des Ortes von Elektronen und Photonen mit einer hohen Energieauflösung im Bereich zwischen 100 MeV und 100 GeV. Es besteht aus etwa 11000 Wismut-Germaniumoxid-Kristallen, die auf den Wechselwirkungspunkt ausgerichtet sind. Das Detektormaterial aus $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ -Kristallen (BGO) dient gleichzeitig als Absorptionsmedium, so daß der komplette Schauer erfaßt werden kann.

Das elektromagnetische Kalorimeter besteht aus folgenden Teilen:

- zwei halben "barrel"-Bereichen mit insgesamt 7680 Kristallen, einen Polarwinkelbereich von $42^\circ < \theta < 138^\circ$ überdeckend
- zwei "endcap"-Modulen mit jeweils 1527 Kristallen, die den Polarwinkelbereich von $11.6^\circ < \theta < 38^\circ$ und $142^\circ < \theta < 168.4^\circ$ überdecken

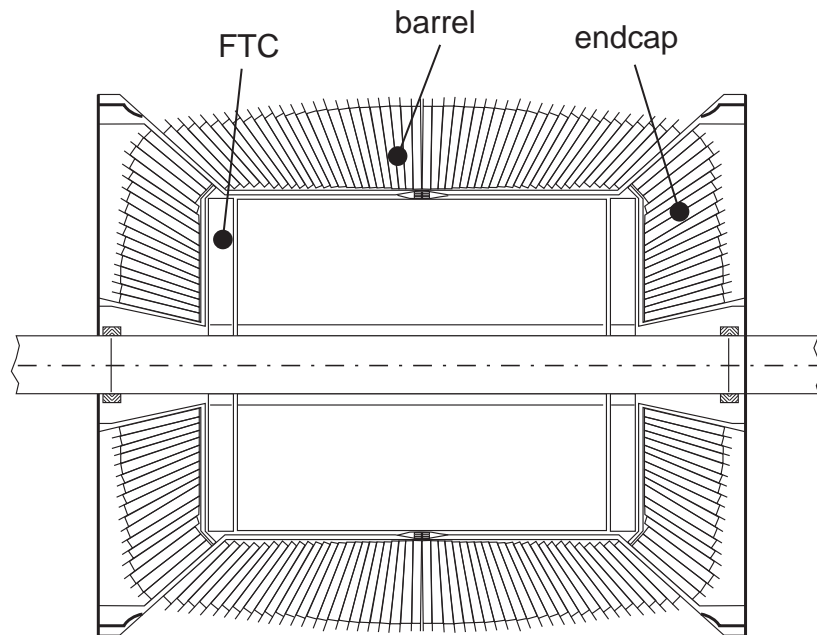


Abbildung 3.7: Das elektromagnetische Kalorimeter

Im Zentralbereich haben die BGO-Kristalle die Form von Pyramidenstümpfen mit einer Grundfläche von $3 \times 3 \text{ cm}^2$ und einer Deckfläche von $2 \times 2 \text{ cm}^2$. Ihre Höhe von 24 cm entspricht 22 Strahlungslängen. Alle Kristalle zeigen mit dem schmalen Ende zum Wechselwirkungspunkt. Sie sind in Azimuth-Richtung leicht geneigt, um zu verhindern, daß Elektronen oder Photonen das Kalorimeter in den Halterungen passieren, ohne einen elektromagnetischen Schauer auszulösen. Diese Halterungen und Zwischenräume, die die Kristalle vor mechanischen Verformungen schützen sollen, umfassen 1.75% des vom "barrel" eingeschlossenen Winkelbereiches. An der den Außenseiten des Detektors zugewandten Seite der Kristalle befinden sich zwei Photodioden zur Auslese des Szintillationslichtes.

Der "barrel"-Bereich des Kalorimeters wurde mit einem Elektronenstrahl bei verschiedenen Energien von 180 MeV bis 50 GeV kalibriert. Die gemessene Energieauflösung betrug 4% bei 100 MeV und weniger als 1% bei höheren Energien. Im Routinebetrieb des Detektors verschlechtert sich die Auflösung auf 5% bei 100 MeV und 2% bei 45 GeV.

3.2.6 Der zentrale Spurdetektor

Der zentrale Spurdetektor besteht aus mehreren Subdetektoren, die sich zum Wechselwirkungspunkt hin an das elektromagnetische Kalorimeter anschließen. Seine wichtigsten Aufgaben sind:

- Messung der Lage und Richtung von Spuren geladener Teilchen
- Bestimmung des Transversalimpulses und der Ladung von Teilchen
- Voraussage des Eintrittspunktes eines geladenen Teilchens in das elektromagnetische Kalorimeter
- Rekonstruktion des Wechselwirkungspunktes und möglicher Sekundärvertizes

Der mittlere Teil des Spurdetektors ist eine zylindrische Driftkammer (TEC), die im “time expansion mode” arbeitet und zur Bestimmung der (r, ϕ) -Koordinaten einer Spur dient. Der äußere Teil des Spurdetektors ist eine zweilagige Proportionalkammer mit Kathodenauslese (Z-Kammer) zur Messung der z-Koordinate.

Die Sektoren der TEC bestehen aus einem großem Driftgebiet mit geringer elektrischer Feldstärke sowie einem kleinen Verstärkungsgebiet mit starkem elektrischen Feld. Die beiden Gebiete sind durch eine Gitterebene voneinander getrennt, um ein homogenes Feld im Driftgebiet zu gewährleisten. Die TEC arbeitet mit einer Gasmischung aus 80% CO₂ und 20% Isobutan. Die typische Driftgeschwindigkeit ist 6 $\mu\text{m}/\text{ns}$. Die geringe Driftgeschwindigkeit gestattet eine Zeitmessung nach der Schwerpunkt-Methode.

Den Aufbau der TEC zeigt Abbildung 3.8. Die innere TEC ist in 12 Sektoren mit

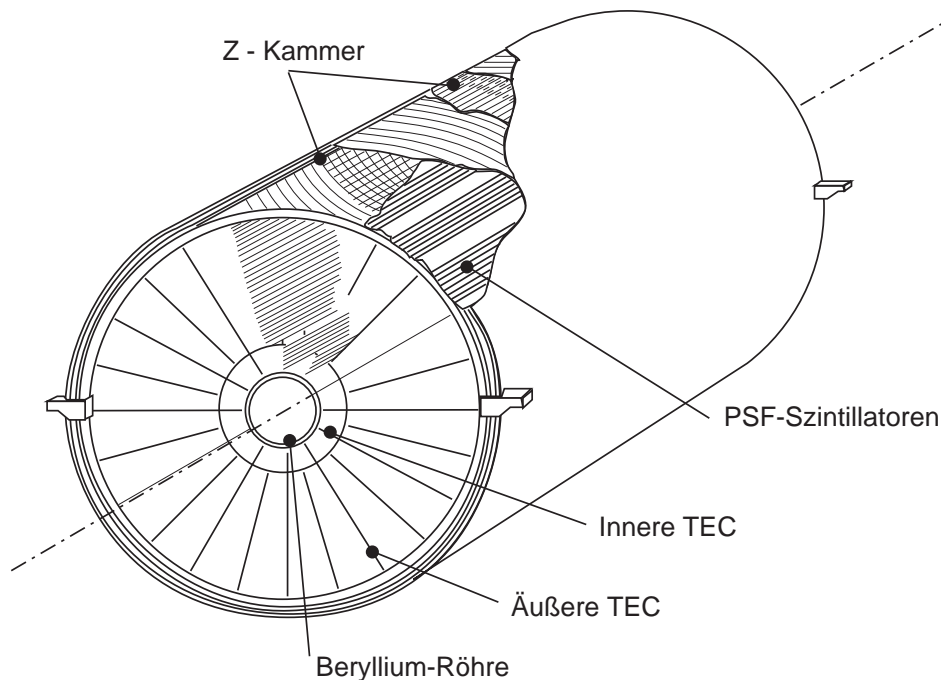


Abbildung 3.8: Der zentrale Spurdetektor

8 Meßpunkten in der (r, ϕ) -Ebene unterteilt, die äußere TEC in 24 Sektoren mit

54 Meßpunkten. Da die Drähte in der TEC in z-Richtung gespannt sind, beinhaltet die Messung der Driftzeit keine Information über die z-Koordinate der Spur. Deshalb werden einige Anoden beidseitig ausgelesen und die Ladungen verglichen. Damit läßt sich die z-Koordinate mit einer Genauigkeit von einigen Zentimetern ermitteln. Eine genaue Messung der z-Koordinate erfolgt in der Z-Kammer. Für Spuren, die nahezu senkrecht zur z-Achse verlaufen, wird eine Auflösung von $320 \mu\text{m}$ erreicht.

3.2.7 Der Luminositätsmonitor

Der Luminositätsmonitor mißt die LEP-Luminosität am L3-Detektor mittels Bhabha-Streuung bei kleinen Winkeln. Der Monitor besteht aus Hälften mit jeweils zwei elektromagnetischen Kalorimetern und zwei Proportionalkammern, die symmetrisch bezüglich der Wechselwirkungsebene angeordnet sind. Jedes Kalorimeter besteht aus einem radialsymmetrischen Feld von 304 BGO-Kristallen, welche einen Winkelbereich von $24.93 \text{ mrad} < \theta < 69.94 \text{ mrad}$ überdecken. Jedes Kristall wird mit einer Photodiode ausgelesen und verfügt über eine LED zur Anzeige der Stabilität der Signale. Die Proportionalkammern dienen zur Messung des Polarwinkels. Die Energieauflösung der Kalorimeter beträgt 2% bei 45 GeV. Die Winkelauflösung ist 0.4 mrad in θ und 9 mrad in ϕ .

Die Proportionalkammern wurden 1993 durch Siliziumstreifendetektoren ersetzt, um die Winkelauflösung in θ zu verbessern.

3.2.8 Das Triggersystem

Die Aufgabe des Triggersystems ist es, nur die Detektorsignale auszuwählen, die von e^+e^- -Ereignissen am Wechselwirkungspunkt stammen. Das wird durch drei verkettete Triggerstufen realisiert. Die Komplexität der Entscheidungen wächst mit jeder Stufe, während die Triggerrate von der Wechselwirkungsrate (30 kHz) auf einige Herz abfällt, mit denen die Daten auf das Magnetband geschrieben werden. Der level-1-Trigger dient zur Auswahl interessanter Ereignisse, die Trigger level-2 und level-3 reduzieren den Untergrund.

4 Die Polarisation des τ -Leptons

4.1 Das τ -Lepton

Das τ -Lepton ist das schwerste Lepton und wurde 1975 in e^+e^- -Streuung am SPEAR-Beschleuniger am SLAC erstmals nachgewiesen [7]. Es hat eine Lebensdauer von

$$\tau_\tau = 291.6 \pm 1.6 \text{ fs} \quad [8] \quad (14)$$

und eine Masse von

$$m_\tau = 1777.02 \pm 0.25 \text{ MeV} \quad [9] \quad (15)$$

Der Zerfall des τ kann wie folgt beschrieben werden. Das τ und sein zugeordnetes Neutrino ν_τ koppeln an ein W-Boson, welches wegen der hohen τ -Masse in die Isospin-Dubletts (e, ν_e) , (μ, ν_μ) und (u, d') zerfallen kann (Abb. 4.1). Beim d' -Quark mischen d , s und b . Der Anteil des b -Quarks braucht wegen der hohen b -Masse nicht berücksichtigt werden, der quantenmechanische Zustand $|d' \rangle$ läßt sich darstellen als:

$$|d' \rangle = |d \rangle \cos \theta_C + |s \rangle \sin \theta_C \quad (16)$$

Der Cabbibo-Winkel θ_C konnte bis jetzt noch nicht auf andere Naturkonstanten zurückgeführt werden. Sein Wert wurde experimentell bestimmt zu:

$$\sin \theta_C = 0.2205 \pm 0.0018 \quad [10] \quad (17)$$

Das (u, d') -Paar fragmentiert daher zu 95% über das d -Quark.

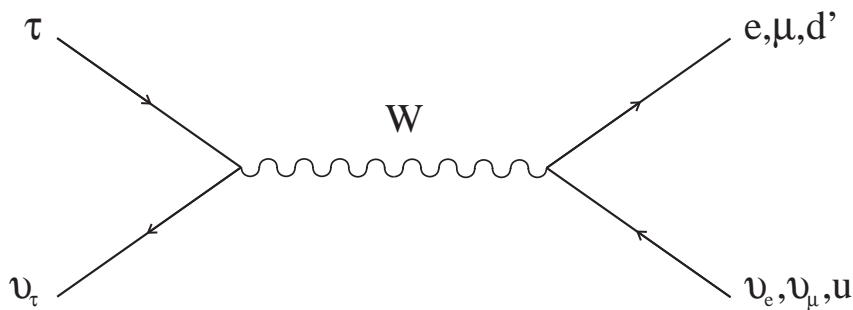


Abbildung 4.1: Feynmandiagramm des τ -Zerfalls

Das τ -Neutrino wurde noch nicht direkt nachgewiesen. Für seine Existenz spricht die Energiebilanz bei Tau-Zerfällen und die Tatsache, daß es nicht gelungen ist, das τ in

Streuprozessen mit μ -Neutrinos zu erzeugen.

Tabelle 4.1 gibt die Verzweigungsverhältnisse der wichtigsten τ -Zerfälle wieder. Die Übereinstimmung der Verzweigungsverhältnisse für $\tau \rightarrow e\nu\nu$ und $\tau \rightarrow \mu\nu\nu$ bestätigt die Annahme der Leptonuniversalität. Außerdem ist sie ein Hinweis darauf, daß, Leptonzahlerhaltung angenommen, eines der beim Zerfall des τ nicht beobachtbaren Teilchen nicht mit dem ν_e oder ν_μ identisch ist.

Zerfall	Verzweigungsverhältnis in %
$\tau \rightarrow e\nu\nu$	18.01 ± 0.18
$\tau \rightarrow \mu\nu\nu$	17.65 ± 0.24
$\tau \rightarrow \pi\nu$	11.7 ± 0.4
$\tau \rightarrow \rho\nu \rightarrow \pi\pi^0\nu$	25.2 ± 0.4
$\tau \rightarrow h\pi^0\pi^0\nu$	9.6 ± 0.4
$\tau \rightarrow h\pi\pi\nu$	8.42 ± 0.31

Tabelle 4.1: Verzweigungsverhältnisse des τ -Leptons (h steht für π oder K) [10]

4.2 Die Messung der Polarisation

Die Messung der Polarisationsasymmetrie A_{Pol} gehört zu den wichtigsten am LEP durchgeführten Präzisionstests des Standardmodells der elektroschwachen Wechselwirkung. Die bei der schwachen Wechselwirkung auftretende Paritätsverletzung ist die Ursache für die Entstehung polarisierter Leptonen. Die e^+e^- -Strahlen am LEP sind unpolarisiert, negative und positive Helizitäten sind mit gleicher Wahrscheinlichkeit vertreten. Die unterschiedlichen Kopplungen rechtshändiger und linkshändiger Leptonen an das Z^0 führen jedoch zu einer Polarisation des Z^0 sowie der bei seinem Zerfall entstehenden Leptonen. Abbildung 4.2 zeigt die Helizitätsabhängigkeit der Amplituden am Beispiel des Prozesses $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$.

Die Polarisation kann aus den Helizitäten der Taus in den einzelnen Ereignissen bestimmt werden. Prinzipiell kann die Helizität für ein einzelnes Ereignis mit einer Apparatur ähnlich dem Stern-Gerlach-Versuch gemessen werden. Für den Prozeß $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ ist das jedoch praktisch nicht möglich.

Jedoch kann unter der Annahme, daß der Zerfall des τ -Leptons durch die V-A-Struktur der schwachen Wechselwirkung beschrieben wird, die Polarisation aus der Zerfallswinkelverteilung bestimmt werden.

Das Elektron ist stabil und das Myon verläßt in der Regel den Detektor, ohne zu zerfallen. Das Tau zerfällt als einziges Lepton innerhalb des Detektors und steht damit für Polarisationsmessungen zur Verfügung.

Der Zerfall polarisierter Taus kann durch die differentielle Zerfallswahrscheinlichkeit beschrieben werden [14]:

$$d\Gamma = \frac{|\overline{\mathbf{M}}|^2}{2m_\tau} (1 - h_\mu s^\mu) dPS^{(4)} \quad (18)$$

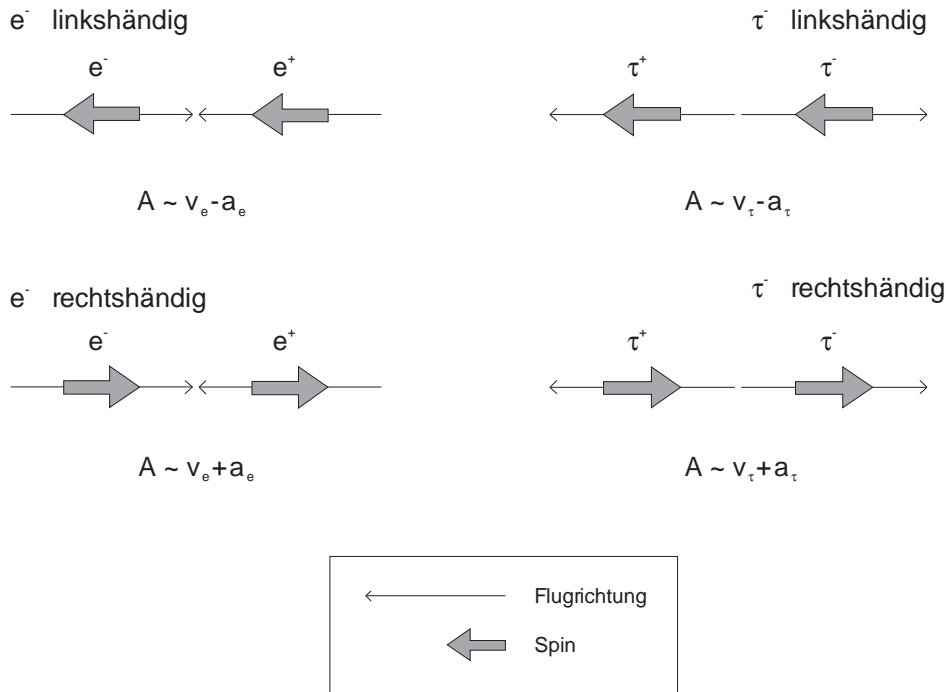


Abbildung 4.2: Helizitätsabhängigkeit der Amplituden im Prozeß $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$. Dargestellt sind die möglichen Anfangs- und Endzustände sowie die Abhängigkeit der Amplituden von den Kopplungen.

$|\overline{\mathbf{M}}|$ ist das über den Spin gemittelte Matrixelement und s^μ ein Vierervektor, der sich im Ruhesystem des τ auf den drei-dimensionalen Polarisationsvektor \vec{s} reduziert. Der $1 - h_\mu s^\mu$ -Term wird dann zu $1 + \vec{s} \cdot \vec{h}$, wobei $|\vec{s}| = P_\tau$ ist. Der Einheitsvektor \vec{h} kann aus den Zerfallsprodukten des τ 's rekonstruiert werden. Im einfachen Fall des Zerfalls $\tau \rightarrow \pi^- \nu$ zeigt er in Flugrichtung des Pions. Dann läßt sich die Winkelverteilung als Funktion der Polarisation P_τ der in der Form

$$W = \frac{1}{2}(1 + P_\tau \cos \theta_h). \quad (19)$$

beschreiben.

Dabei ist θ_h der Winkel zwischen \vec{s} und \vec{h} . Aus dieser Verteilung kann die Polarisation gemessen werden.

Da die bei den Zerfällen entstehenden Neutrinos nicht nachgewiesen werden, kann die Flugrichtung des τ in der Regel nicht bestimmt werden. Weiterhin verbirgt sich bei komplexen Zerfällen die Information über die Polarisation in mehrdimensionalen Verteilungen.

Ist die analytische Beschreibung eines Zerfalls bekannt, läßt sich nach dem folgenden Verfahren eine Variable mit maximaler Sensitivität für P_τ konstruieren.

Für einen bestimmten Zerfallskanal des τ kann die Wahrscheinlichkeit für einen Satz $\vec{\xi}$ von n Observablen dargestellt werden als:

$$W(\vec{\xi}) = f(\vec{\xi}) + P_\tau g(\vec{\xi}) \quad (20)$$

mit

$$\int f(\vec{\xi}) d^n \vec{\xi} = 1, \quad \int g(\vec{\xi}) d^n \vec{\xi} = 0, \quad f \geq 0, \quad |g| \leq f. \quad (21)$$

Die Normierungsbedingungen berücksichtigen, daß die Gesamtwahrscheinlichkeit des Zerfalls nicht von der Polarisation abhängt.

Für N Messungen der Observablen $\{\vec{\xi}_i\}$ läßt sich die Polarisation P_0 durch das Maximum-Likelihood-Verfahren ermitteln. Die Likelihood-Funktion wird definiert durch:

$$\mathcal{L}(P_\tau, \{\vec{\xi}_i\}) = \prod_i W(P_\tau, \vec{\xi}_i) \quad (22)$$

Für P_0 wird \mathcal{L} maximal, P_0 löst dann die Gleichung:

$$\frac{\partial}{\partial P_\tau} \log \mathcal{L} = \sum_{i=1..N} \frac{g(\vec{\xi}_i)}{f(\vec{\xi}_i) + P_\tau g(\vec{\xi}_i)} = \sum_i \frac{\omega_i}{1 + P_\tau \omega_i} = 0, \quad (23)$$

die nur noch von der Variablen:

$$\omega = \frac{g(\vec{\xi})}{f(\vec{\xi})} \quad (24)$$

abhängt. Der Fehler σP_0 ist gegeben durch

$$\frac{1}{\sigma P_0^2} = -\frac{\delta^2}{\delta^2 P_0} \log \mathcal{L} = N \int \frac{g(\vec{\xi})^2}{f(\vec{\xi}) + P_0 g(\vec{\xi})} d\xi = N S^2. \quad (25)$$

Die Sensitivität S ist damit

$$S = \frac{1}{\sqrt{N \sigma P_0^2}}. \quad (26)$$

Zerfall	Sensitivität			
	Anzahl der für die Polarisationsmessung verwendeten Observablen			
	1	2	alle bis auf $\hat{\tau}$	alle
$\pi\nu$	0.58	-	0.58	0.58
$\rho\nu$	0.26	0.49	0.49	0.58
$a_1\nu$	0.10	0.23	0.45	0.58
$l\nu\bar{\nu}$	0.22	-	0.22	0.27

Tabelle 4.2: Sensitivitäten für die Polarisationsmessung ($\hat{\tau}$ steht für die Flugrichtung des τ)

Wenn die Kinematik des Zerfalls nicht vollständig gemessen werden kann, reduziert sich die Sensitivität für Polarisationsmessungen. Tabelle 4.2 gibt eine Übersicht über die Sensitivitäten für P_τ in den verschiedenen Zerfallskanälen des τ [14].

Beim Zerfall $\tau \rightarrow \pi\nu$ ist die Sensitivität bereits für eine Observable maximal. Die einfachen kinematischen Verhältnisse ermöglichen die Bestimmung der Polarisation direkt aus der Energieverteilung des Pions. Da das Pion keinen Spin trägt und das Neutrino eine festgelegte Helizität hat, ist die Flugrichtung des Pions im Schwerpunktsystem des τ durch die Helizität des τ vorgegeben (Abbildung 4.3).

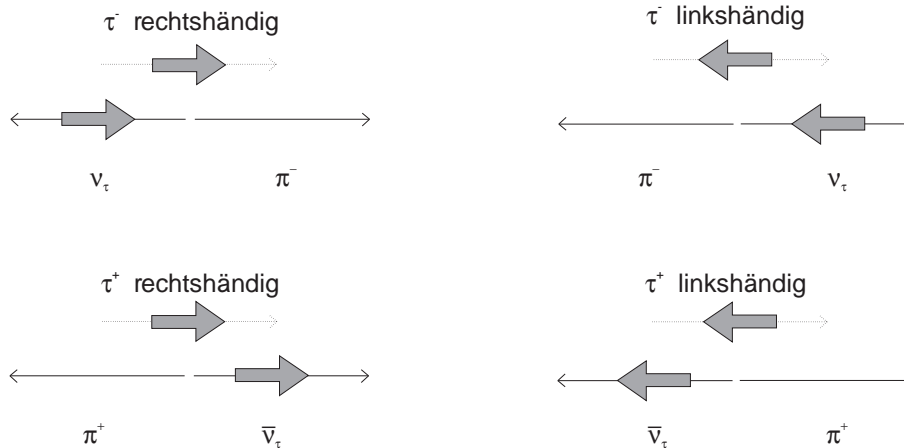


Abbildung 4.3: Der Zerfall $\tau \rightarrow \pi\nu$

Im Laborsystem sind für rechtshändige τ^- bzw. linkshändige τ^+ hohe Pion-Energien typisch, für linkshändige τ^- bzw. rechtshändige τ^+ hingegen geringe Pion-Energien. Es wird auch deutlich, daß für τ^- und τ^+ mit entgegengesetzter Helizität gleiche Energieverteilungen der Pionen zu erwarten sind.

4.3 Der Prozeß $\tau \rightarrow 3\pi\nu$

Der semileptonische Zerfall des τ -Leptons mit 3 Pionen im Endzustand erfolgt über einen mesonischen Zwischenzustand, die a_1 -Resonanz. Das a_1 hat eine Masse von 1260 MeV mit einer Γ -Breite von 400 MeV [10] und zerfällt dominant nach $\rho\pi$. Sein Isospin ist 1, Spin und Parität sind 1^+ . Im Endzustand sind daher 3 geladene Pionen (davon 2 gleicher Ladung) oder 1 geladenes und 2 neutrale Pionen möglich. Die beiden Fälle bezeichnet man nach der Anzahl der geladenen Teilchen auch als 3-Prong bzw. 1-Prong-Zerfall.

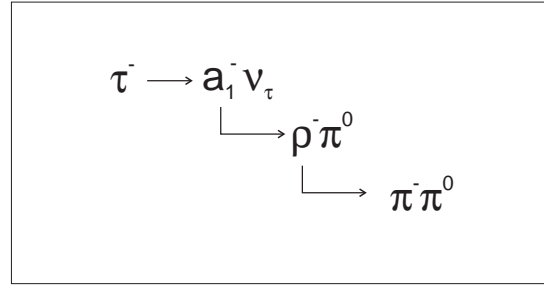


Abbildung 4.4: Der Zerfall $\tau^- \rightarrow a_1^- \nu_\tau$ (1-Prong)

Die in dieser Arbeit beschriebene Analyse bezieht sich auf den 1-Prong-Zerfall (Abb. 4.4). Die Ruhemassen der Teilchen und den übertragenen Viererimpuls q zeigt Abbildung 4.5. In den bisherigen Standardanalysen unter Nutzung von bis zu zwei

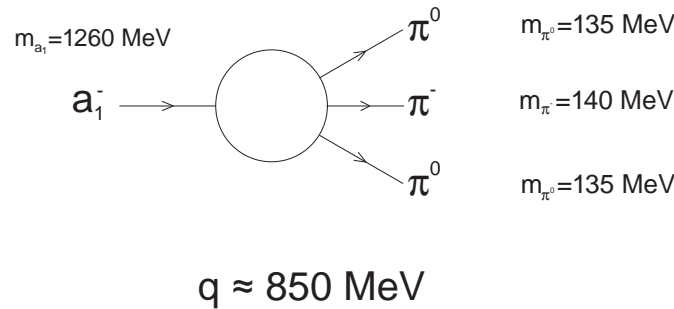


Abbildung 4.5: Ruhemassen der Teilchen und übertragener Viererimpuls q beim Zerfall $\tau \rightarrow a_1 \nu_\tau$

Observablen erreichte man in diesem Kanal eine Sensitivität für P_τ von 0.23. Beschreibt man den Zerfall des a_1 durch ein Matrixelement, läßt sich die Sensitivität auf 0.45 erhöhen. Die Analyse mit Matrixelement nutzt damit 60% der maximalen Information gegenüber 16% bei den Standardanalysen. Die Nutzung der vollen Information würde, wie in Kapitel 4.2 beschrieben, zusätzlich die Kenntnis der τ -Richtung erfordern. Diese ist in diesem Experiment nicht meßbar. Die Berechnung der Variablen ω aus dem Matrixelement für den semileptonischen Zerfall des τ in 3 Pionen über eine $\rho\pi$ S-Welle wird anschließend kurz beschrieben. Für die genaue Herleitung sei auf die Literatur zu diesem Thema [15, 16] verwiesen.

Im hadronischen Ruhesystem:

$$\vec{q}_1 + \vec{q}_2 + \vec{q}_3 = 0 \quad (27)$$

werden zwei rechtshändige Koordinatensysteme $S' = Ox'y'z'$ und $S = Oxyz$ eingeführt.

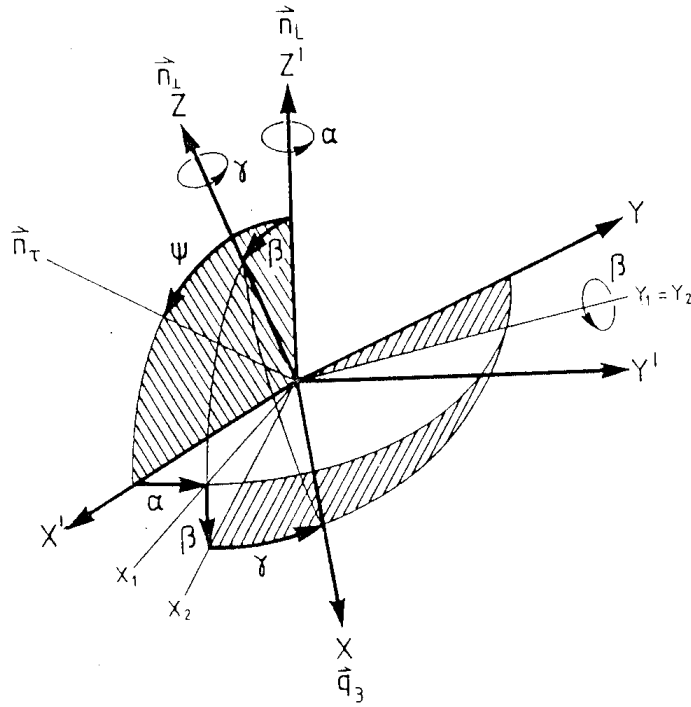


Abbildung 4.6: Die Koordinatensysteme S und S'

Das System S' erlaubt eine einfache Behandlung des Impulses und des Spins des τ :

- z' gibt die Richtung des Labors \vec{n}_L im hadronischen Ruhesystem an. Die Richtung \vec{n}_L erhält man aus der Richtung des hadronischen Ruhesystems im Labor, \vec{n}_Q , über $\vec{n}_L = -\vec{n}_Q$
- x' wird so gewählt, daß \vec{n}_τ , die Richtung des τ im hadronischen Ruhesystem, in die $z' - x'$ -Ebene fällt,
- y' wird definiert durch $(\vec{n}_L \times \vec{n}_\tau) / |\vec{n}_L \times \vec{n}_\tau|$

Das System S ist durch die Impulse der Pionen $\vec{q}_1, \vec{q}_2, \vec{q}_3$ bestimmt:

- z -Achse: $\vec{n}_\perp = \frac{(\vec{q}_1 \times \vec{q}_2)}{|\vec{q}_1 \times \vec{q}_2|}$
- x -Achse: $\hat{q}_3 = \frac{\vec{q}_3}{|\vec{q}_3|}$

Für die Impulse der Pionen π^\pm, π^0 gilt dabei die Konvention:

$$\vec{q}_3 = \vec{q}_{\pi^\pm}, |\vec{q}_2| > |\vec{q}_1|. \quad (28)$$

Die beiden Koordinatensysteme können durch eine Euler-Transformation R (Abb. 4.3) ineinander überführt werden:

$$\vec{x} = R(\alpha, \beta, \gamma)\vec{x}' \quad (29)$$

Die Transformation erfolgt durch 3 Rotationen um die Winkel α, β, γ :

- die Drehung um α bringt die Ebenen $(\vec{n}_L, \vec{n}_\tau)$ und $(\vec{n}_L, \vec{n}_\perp)$ in Übereinstimmung
- β ist der Winkel zwischen \vec{n}_\perp und \vec{n}_L
- die Drehung um γ richtet die Ebenen $(\vec{n}_L, \vec{n}_\perp)$ und $(\vec{n}_\perp, \hat{q}_3)$ aneinander aus

Die Transformationsmatrix hat die Form:

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Messung des Winkels α erfordert die Kenntnis der τ -Richtung, die Winkel β und γ sind ohne diese Information bestimmbar:

$$\cos \beta = \vec{n}_\perp \cdot \vec{n}_L \quad (30)$$

$$\cos \gamma = \frac{(\vec{n}_L \times \vec{n}_\perp)(\vec{n}_\perp \times \vec{q}_3)}{|(\vec{n}_L \times \vec{n}_\perp)||(\vec{n}_\perp \times \vec{q}_3)|} \quad (31)$$

Zwei weitere nützliche Observablen sind der Winkel θ zwischen der Richtung des τ im Laborsystem und der Richtung der Hadronen im τ -Ruhesystem sowie der Winkel ψ zwischen Richtung des Laborsystems und τ -Richtung im hadronischen Ruhesystem. Sie lassen sich auch ohne Messung der τ -Richtung aus der Energie E_h und der invarianten Masse Q des Hadronsystems berechnen:

$$\cos \theta = \frac{(2x m_\tau^2 - m_\tau^2 - Q^2)}{(m_\tau^2 - Q^2) \sqrt{1 - \frac{4m_\tau^2}{s}}} \quad (32)$$

$$\cos \psi = \frac{x(m_\tau^2 + Q^2) - 2Q^2}{(m_\tau^2 - Q^2) \sqrt{x - \frac{4Q^2}{s}}} \quad (33)$$

mit

$$x = 2 \frac{E_h}{\sqrt{s}} \quad s = 4E_{\text{Strahl}}^2 \quad Q = q_1 + q_2 + q_3$$

Dabei ist m_τ die τ -Masse, die q_i sind die Viererimpulse der Pionen.

Die differentielle Zerfallswahrscheinlichkeit kann geschrieben werden als:

$$d\Gamma(\tau \rightarrow 3\pi) = \frac{1}{2m_\tau} \frac{G^2}{2} \cos\theta_C \{L_{\mu\nu} H^{\mu\nu}\} dPS^{(4)}, \quad (34)$$

mit

$$dPS^{(4)} = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{1}{64Q^2} \frac{m_\tau^2 - Q^2}{m_\tau^2} dQ^2 ds_1 ds_2 \frac{d\alpha}{2\pi} \frac{d\gamma}{2\pi} \frac{d\cos\beta}{2} \frac{d\cos\theta}{2}. \quad (35)$$

Die invarianten Massen s_i sind definiert durch:

$$s_i = (q_j + q_k)^2 \quad (i, j, k = 1, 2, 3; i \neq j \neq k).$$

Die Kontraktion des leptonischen Tensors $L_{\mu\nu}$ mit dem hadronischen Tensor $H^{\mu\nu}$ läßt sich in folgender Weise schreiben:

$$L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} = (v^2 + a^2)(m_\tau - Q^2) \sum_X \bar{L}_X W_X, \quad (36)$$

wobei die $L_X W_X$ 16 symmetrische und antisymmetrische Kombinationen der Tensorelemente sind.

Da die Pionen über einen Spin 1 Zustand entstehen, reduziert sich $L_{\mu\nu} H^{\mu\nu}$ zu:

$$L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} = (v^2 + a^2)(m_\tau - Q^2) [\bar{L}_A W_A + \bar{L}_C W_C + \bar{L}_D W_D + \bar{L}_E W_E] \quad (37)$$

Durch die Forderung, daß die Verteilung der s_i im Dalitz-Diagramm symmetrisch sein soll, entfällt der Term $\bar{L}_E W_E$. $\bar{L}_D W_D$ wird wegen $\int W_D ds_1 ds_2 \ll \int W_A ds_1 ds_2$ vernachlässigt. Die Integration über das Dalitz-Diagramm liefert als Parameter:

$$\lambda = \frac{\int W_C ds_1 ds_2}{\int W_A ds_1 ds_2} \quad (38)$$

Die Verteilungen in den Winkeln kann aus den beiden verbleibenden Termen \bar{L}_A und \bar{L}_C gewonnen werden:

$$\begin{aligned} \bar{L}_A + \lambda \bar{L}_C = & \quad (39) \\ & \frac{2}{3} \left(1 - P_\tau \cos\theta - \frac{m_\tau^2}{Q^2} (1 + \cos\theta) \right) + \frac{m_\tau^2}{Q^2} (1 + \cos\theta) \\ & + \frac{3 \cos^2 \beta - 1}{12} \left(\left(1 - P_\tau \cos\theta - \frac{m_\tau^2}{Q^2} (1 + \cos\theta) \right) (3 \cos^2 \psi - 1) - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{m_\tau^2}{Q^2}} P_\tau \sin\theta \sin 2\psi \right) \\ & - \frac{1}{2} \lambda \left(\left(1 - P_\tau \cos\theta - \frac{m_\tau^2}{Q^2} (1 + \cos\theta) \right) (3 \cos^2 \psi - 1) - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{m_\tau^2}{Q^2}} P_\tau \sin\theta \sin 2\psi \right) \sin^2 \beta \cos 2\gamma \end{aligned}$$

Diese Gleichung läßt sich in von der Polarisation P_τ abhängige und unabhängige Terme separieren:

$$\bar{L}_A + \bar{L}_C = \hat{f}(\vec{\xi}) + P_\tau \hat{g}(\vec{\xi}) \quad (40)$$

mit

$$\hat{f}(\vec{\xi}) = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \frac{m_\tau^2}{Q^2} \right) + \left(\frac{3 \cos^2 \beta - 1}{12} - \frac{\lambda}{4} \sin^2 \beta \cos 2\gamma \right) (3 \cos^2 \psi - 1) \left(1 - \frac{m_\tau^2}{Q^2} \right)$$

und

$$\begin{aligned} \hat{g}(\vec{\xi}) = & \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \frac{m_\tau^2}{Q^2} \right) \cos \theta - \left(\frac{3 \cos^2 \beta - 1}{12} - \frac{\lambda}{4} \sin^2 \beta \cos 2\gamma \right) \\ & \left((3 \cos^2 \psi - 1) \left(1 + \frac{m_\tau^2}{Q^2} \right) \cos \theta + 3 \sqrt{\frac{m_\tau^2}{Q^2}} \sin \theta \sin 2\psi \right) \end{aligned} \quad (41)$$

Die Variable $\omega = \frac{\hat{g}}{\hat{f}}$ läßt sich auf diese Weise aus den gemessenen Observablen bestimmen. Sie entspricht der in Gleichung 24 eingeführten Variablen, da f und \hat{f} bzw. g und \hat{g} bis auf Vorfaktoren identisch sind.

5 Analyse der Daten

Teilchen werden über ihre Wechselwirkungen nachgewiesen. Die Stärke der Wechselwirkung ist von den Eigenschaften und Energien der Teilchen abhängig. Zu ihrer Identifizierung sind in der Regel mehrere Einzeldetektoren notwendig. Aus deren Signalen werden die Impulse oder die Energie und die Richtung der Teilchen rekonstruiert.

Bei der Analyse des Streuprozesses $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ ist zu beachten, daß τ -Leptonen nach wenigen Millimetern Fluglänge im Detektor zerfallen. Eine Untersuchung der speziellen Eigenschaften eines bestimmten Zerfallskanals (z.B. $\tau \rightarrow a_1\nu$) erfordert die Möglichkeit, diesen von den anderen Zerfällen unterscheiden zu können. Dazu muß man Kriterien finden, anhand derer man die interessierenden Ereignisse selektieren kann. An die gemessenen Observablen werden Bedingungen (Schnitte) gestellt, die für die entsprechende Klasse von Ereignissen charakteristisch sind. Die Entstehung und der Zerfall von Teilchen werden durch Wahrscheinlichkeiten beschrieben. Da zudem jede Messung mit einer durch die Meßapparatur vorgegebenen Genauigkeit erfolgt, ist es nicht möglich, durch Selektionskriterien alle Ereignisse eindeutig zuzuordnen.

Jeder Schnitt an eine Observable selektiert neben den gesuchten Ereignissen, im folgenden Signal genannt, auch einen Teil der nicht interessierenden Ereignisse, den Untergrund. Oder umgekehrt, ein Schnitt zur Eliminierung von Untergrund-Ereignissen entfernt auch einen Teil des Signals. Als Ergebnis einer Selektion, die meist aus einem System von verknüpften Bedingungen besteht, liegt eine Menge von möglichen Ereignissen der gesuchten Klasse vor (Sample). Eine Selektion wird durch zwei Eigenschaften charakterisiert:

- Die Effektivität der Selektion ist der Anteil des Signals im Sample bezogen auf das Signal vor der Selektion.
- Die Reinheit des Samples entspricht dem Verhältnis von Signal zum Untergrund.

Da sich Effektivität und Reinheit nicht gleichzeitig maximieren lassen, muß durch Variation der Schnitte ein geeigneter Kompromiß zwischen beiden gefunden werden. Ein wichtiges Hilfsmittel zur Definition von Selektionskriterien ist die Monte-Carlo-Methode. Der Teilchendurchgang wird für die einzelnen Detektoren lokal modelliert, wobei z.B. die elektronischen Signale der aktiven Detektorkomponenten simuliert werden. Dadurch läßt sich die Komplexität des Detektors berücksichtigen. Eine Auswahl von Selektionskriterien für bestimmte Zerfälle erfolgt oft über die Monte-Carlo-Simulation.

Zuerst werden Ereignisse eines bestimmten physikalischen Prozesses generiert. Jedes Teilchen wird mit einem Teilchenidentifikator gekennzeichnet und ist durch seinen Viererimpuls charakterisiert. Die Verteilungen dafür liefert das zugrundeliegende physikalische Modell. Geladene Teilchen durchqueren unter Einfluß des Magnetfeldes den Detektor. Dabei werden ihre Wechselwirkungen mit dem Detektormaterial sowie ihre Zerfälle simuliert. Spezielle Eigenschaften des Detektors, wie defekte Bereiche, werden berücksichtigt. Abschließend erfolgt die Rekonstruktion der Ereignisse. Sie ist

für generierte Monte-Carlo-Ereignisse und reale Daten identisch. Aus den simulierten Detektorinformationen werden die relevanten physikalischen Daten wie Teilchenspuren, Impulse und Energieverluste in den einzelnen Detektoren gewonnen. Aus ihnen werden dann die für Analyse benötigten Variablen konstruiert. Stimmen Monte-Carlo-Verteilungen und Daten-Verteilungen überein, kann davon ausgegangen werden, daß der Detektor gut simuliert wird. Aus Monte-Carlo-Ereignissen gewonnene Erkenntnisse lassen sich dann auf die Daten aus dem Detektor übertragen.

Die in dieser Analyse verwendeten Monte-Carlo-Ereignisse wurden mit dem Generator KORALZ [17] erzeugt. Die Zerfälle des τ wurden mit TAUOLA [18] simuliert. Die Simulation des Detektors basiert auf dem Programmpaket GEANT [19].

5.1 Selektion

Das bei der e^+e^- -Streuung erzeugte Z^0 hat eine Masse von:

$$m_Z = (91.188 \pm 0.004) \text{ GeV} \quad [11] \quad (42)$$

Die wichtigsten Zerfallsarten des Z^0 und die entsprechenden Verzweigungsverhältnisse zeigt Tabelle 5.1 [10].

Zerfall	Verzweigungsverhältnis in %
e^+e^-	3.366 ± 0.008
$\mu^+\mu^-$	3.367 ± 0.013
$\tau^+\tau^-$	3.360 ± 0.015
$\nu\bar{\nu}$	20.01 ± 0.16
Hadronen	69.90 ± 0.15

Tabelle 5.1: Verzweigungsverhältnisse des Z^0

Die Analyse muß berücksichtigen, daß das Signal nur einen Anteil von 0.6% an den gesamten Zerfällen des Z_0 hat.

Die Auswahl des Signals ist in drei aufeinanderfolgende Abschnitte gegliedert:

1. Selektion der leptonischen Endzustände (Vorselektion)
2. Auswahl der τ -Zerfälle (τ -Selektion)
3. Identifizierung des Zerfallkanals $\tau \rightarrow a_1\nu$ (a_1 -Selektion)

Der Zerfallskanal $\tau \rightarrow a_1\nu$ wird im folgenden als a_1 -Kanal bezeichnet.

5.1.1 Vorselektion

Aufgabe der Vorselektion ist die Auswahl von $Z^0 \rightarrow l^+l^-$ -Ereignissen. Diese Ereignisse haben eine "back-to-back"-Topologie. Das bedeutet, daß für mindestens zwei Teilchen der Winkel zwischen den Spuren größer ist als 2.5 rad. Außerdem soll die Zahl der nachgewiesenen Spuren, die Multiplizität, gering sein.

Da das Z^0 in Ruhe erzeugt wird und in 2 Teilchen zerfällt, wird jedes Ereignis in zwei Hemisphären aufgeteilt. Beide Hemisphären sind durch eine senkrecht zur "thrust"-Achse liegende Ebene geteilt. Die "thrust"-Achse ergibt sich aus der vektoriellen Addition benachbarter Energiedepositionen im Detektor. Hemisphäre 1 ist durch die größere Energiedeposition festgelegt.

Der Untergrund besteht vorwiegend aus kosmischen Myonen und hadronischen Zerfällen des Z^0 .

Die kosmischen Myonen, von denen etwa 3000 je Sekunde die Myonkammern passieren, werden über die Zeitinformation aus den Szintillatoren und die Forderung nach einem Vertex in der Nähe des Wechselwirkungspunktes unterdrückt. Mindestens eine TEC-Spur muß den Wechselwirkungspunkt im Abstand von weniger als 5 mm in der (r, ϕ) -Ebene passieren.

Die $e^+e^- \rightarrow q^+q^-$ -Ereignisse fragmentieren in der Regel in mehr als 10 geladene Teilchen. Deshalb werden Ereignisse mit mehr als 5 geladenen Spuren in einer Hemisphäre verworfen. Zur Unterdrückung von hadronischen Ereignissen niedriger geladener Multiplizität fordert man, daß die Zahl der Cluster im BGO 20 nicht überschreitet. Ein Cluster ist hierbei eine Gruppe zusammenhängender Signale aus den Kristallen eines Detektorbereiches.

Die im Ergebnis der Vorselektion vorliegende Datenmenge enthält vorwiegend Ereignisse aus den Prozessen:

- $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$,
- $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$,
- $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-(\gamma)$,
- $e^+e^- \rightarrow e^+e^-X$ (Zwei-Photon-Prozeß)

Aus der gesamten Datenmenge der Jahre 1990-1993 von ca. 1700000 Ereignissen wurden so 150000 leptonische Z^0 -Zerfälle herausgefiltert.

5.1.2 Auswahl der τ -Zerfälle

Die Auswahl der τ -Zerfälle erfolgt durch Unterdrückung der Ereignisse aus den Prozessen $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$ sowie $e^+e^- \rightarrow e^+e^-X$.

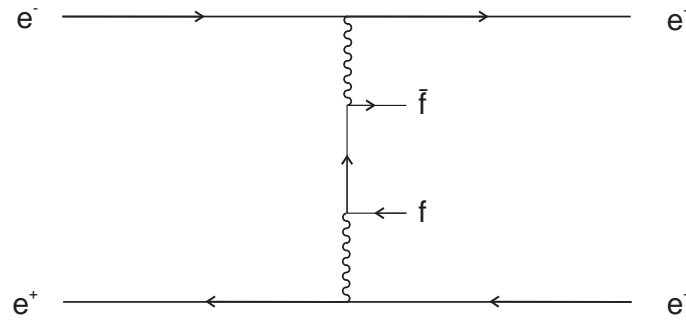


Abbildung 5.1: Der Zwei-Photon-Prozeß

Beim Zwei-Photon-Prozeß (Abb.5.1) tauschen Elektron-Positron-Paare zwei virtuelle Photonen aus, die zu einem Fermionpaar annihilieren. Wegen der geringen Impulsüberträge werden die Elektronen und Positronen nur schwach gestreut und verlassen den Detektor entlang der Strahlröhre, so daß in den Kalorimetern nur die Energie des entstehenden Fermionpaares gemessen wird. Da diese klein ist, werden nur Ereignisse mit einer Gesamtenergie $E_{tot} > 14$ GeV ausgewählt. Abbildung 5.2 zeigt die Monte-Carlo-Energieverteilung von Zwei-Photon-Ereignissen im Vergleich zur entsprechenden Verteilung der $\tau \rightarrow a_1\nu_\tau$ -Ereignisse.

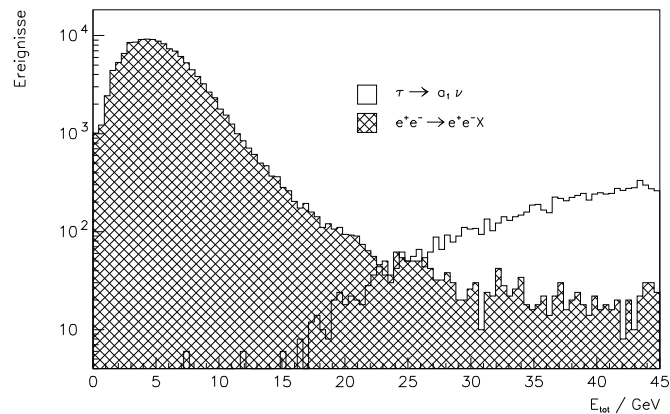


Abbildung 5.2: Monte-Carlo-Energieverteilung von Zwei-Photon-Ereignissen. Zum Vergleich ist die entsprechende Verteilung für den a_1 -Kanal aufgetragen.

Der Prozeß $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ kann an der Energiedeposition des Elektron-Positron-Paares erkannt werden. Die Elektronen und Positronen geben ihre gesamte Energie im BGO ab. Ereignisse mit einer Gesamtenergie im BGO größer 80 GeV und einem Elektron-Kandidaten in Hemisphäre 2 mit mehr als 40 GeV werden deshalb unterdrückt. Die Abbildung 5.3 zeigt die Energieverteilung im BGO in den beiden Hemisphären für $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ -Ereignisse.

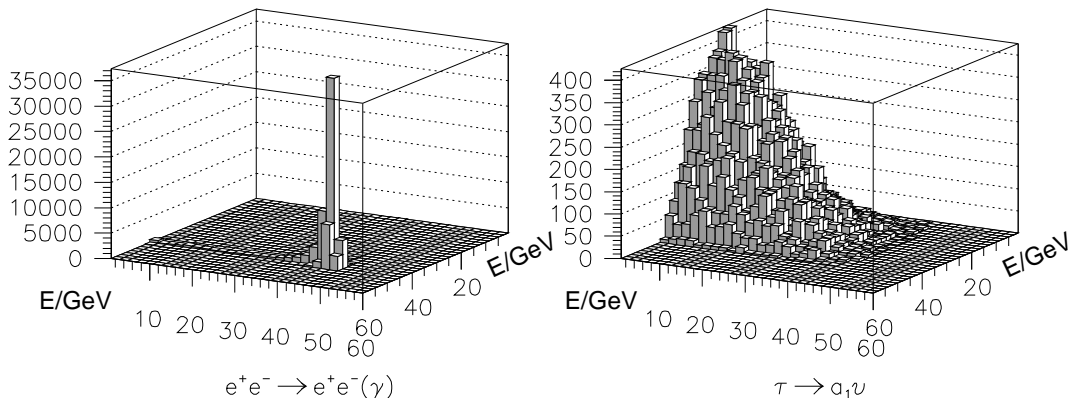


Abbildung 5.3: BGO-Energie in den Hemisphären für $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ -Ereignisse und $\tau \rightarrow a_1 \nu_\tau$ -Ereignisse (Monte-Carlo). Aufgetragen ist die Zahl der Ereignisse als Funktion der BGO-Energie in beiden Hemisphären.

Die $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$ -Ereignisse werden dadurch identifiziert, daß der Impuls in der Myonkammer für den Myon-Kandidaten mit der höchsten Energie größer ist als $0.9 E_{Strahl}$ bzw. der Impuls in Hemisphäre 2 größer ist als $0.4 E_{Strahl}$.

Die Analyse wurde auf den durch den “barrel”-Bereich des elektromagnetischen Kalorimeters vorgegebenen Teil des Detektors beschränkt.

Im Ergebnis der Vorselektion liegt ein Sample von ca. 60000 $\tau \rightarrow X\nu$ -Ereignissen vor.

5.1.3 Selektion des Zerfallkanals $\tau \rightarrow a_1 \nu$

Aufgabe der Selektion ist die Auswahl der Ereignisse, bei denen das τ in ein geladenes und zwei neutrale Pionen zerfällt. Diese Zuordnung erfolgt unter Berücksichtigung der Spur des geladenen Teilchens und der Energiedepositionen im Hadronkalorimeter und im BGO.

Ein π^0 hat eine mittlere Lebensdauer von $(8.4 \pm 0.6) \times 10^{-17} \text{s}$ und zerfällt zu $(98.798 \pm 0.032)\%$ in 2 Photonen [10]. Für hochenergetische π^0 liegen die Bahnen

der Photonen sehr dicht beieinander. Abbildung 5.4 zeigt den Winkel zwischen den Photonen in Abhängigkeit der π^0 -Energie.

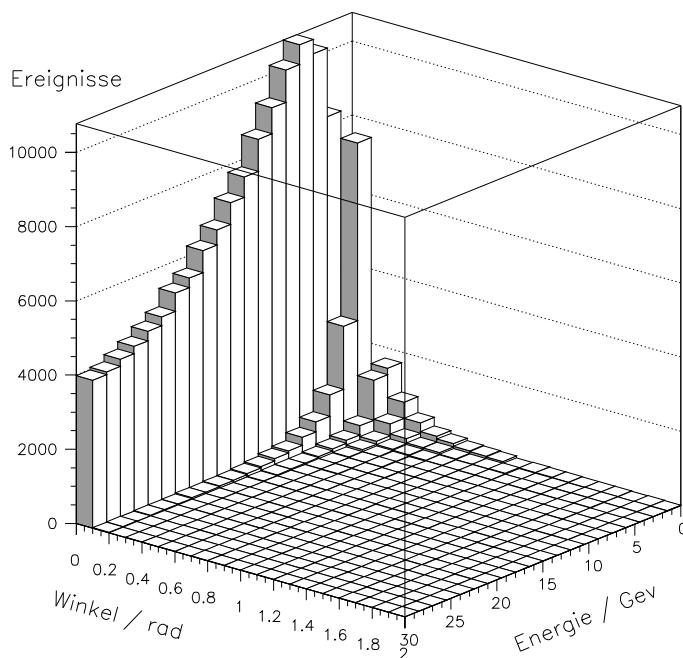


Abbildung 5.4: Winkel zwischen den Photonen in Abhängigkeit von der π^0 -Energie

Der Nachweis von Photonen erfolgt über die im BGO deponierte Energie. Werden die Photonen aus einem π^0 -Zerfall getrennt nachgewiesen, so liegt ihre invariante Masse im Bereich der Masse des π^0 . Abbildung 5.5 zeigt die Verteilung der invarianten Masse zweier Photonen für den Fall, daß nach der τ -Selektion genau zwei neutrale Teilchen rekonstruiert werden konnten.

Sowohl die Daten als auch die Monte-Carlo-Ereignisse haben ihr Maximum bei der Masse des π^0 . Die Verteilung ist für die Daten jedoch schärfer als im Monte Carlo. Die gemessene Auflösung ist somit etwas besser als die simulierte Auflösung. Da jedoch das Maximum übereinstimmt, kann davon ausgegangen werden, daß Energie und Richtung der Photonen im Monte Carlo richtig beschrieben werden.

Da der Impuls des τ deutlich größer als seine Masse ist, sind die zur Flugrichtung des τ transversalen Impulskomponenten seiner Zerfallsteilchen klein. Infolgedessen liegen die Schauer im Kalorimeter dicht beieinander. Deshalb erfolgt die Ermittlung der neutralen Cluster für hadronische Zerfälle nach folgendem Prinzip:

Die aus der TEC und der Z-Kammer ermittelte Spur des geladenen Teilchens wird in das BGO extrapoliert und gibt den Bezugspunkt für die Simulation eines seiner Energie entsprechenden hadronischen Schauers. Dieses Energieprofil wird von der gemessenen

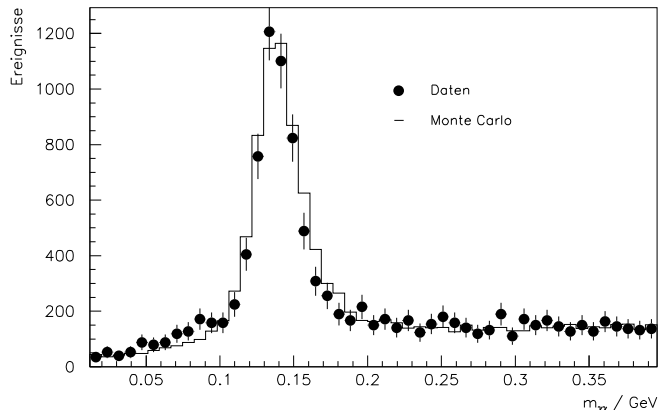


Abbildung 5.5: Invariante Masse zweier Photonen. Ausgewählt wurden Ereignisse, bei denen genau zwei neutrale Teilchen rekonstruiert werden konnten.

BGO-Energie abgezogen. Aus den verbleibenden lokalen Maxima werden die Spuren der neutralen Teilchen so konstruiert, daß die gemessene Energieverteilung im BGO am besten beschrieben wird [25]. Maximal fünf neutrale Cluster werden so rekonstruiert. Abbildung 5.6 gibt die Verteilung der Ereignisse nach der τ -Selektion in Abhängigkeit von der Zahl der neutralen Cluster wieder. Abbildung 5.7 zeigt diese Verteilung nach der a_1 -Selektion unter Beschränkung auf die Ereignisse mit zwei, drei und vier neutralen Clustern, wobei zusätzlich noch die Werte für die realen Daten aufgetragen sind. Die Übereinstimmung zwischen Daten und Monte-Carlo-Ereignissen ist in der Gesamtereigniszahl in jeder Gruppe exzellent.

Die Selektion des Signals erfolgt in zwei Stufen.

Von den vorhandenen neutralen Clustern werden nacheinander jeweils zwei kombiniert und die invariante Masse ermittelt. Liegt die invariante Masse zwischen 0.1 und 0.2 GeV, wird angenommen, daß es sich um Photonen aus dem Zerfall eines π^0 handelt. Aus beiden Clustern wird ein Pionkandidat konstruiert. Diese Cluster werden im folgenden als Doppelcluster bezeichnet.

Die Cluster, die nicht dem Zerfall eines π^0 zugeordnet werden können, werden im folgenden Einzelcluster genannt. Auch sie bilden Pionkandidaten.

Abbildung 5.8 zeigt die Verteilung (Monte Carlo) der rekonstruierten Doppel- und Einzelcluster als Funktion ihrer Energie. Zum Vergleich ist die Energieverteilung der generierten π^0 aufgetragen. Es zeigt sich, daß der Anteil der Doppelcluster bei einer Energie von 5 GeV etwa 50% beträgt. Oberhalb von 10 GeV werden die π^0 überwiegend als Einzelcluster nachgewiesen.

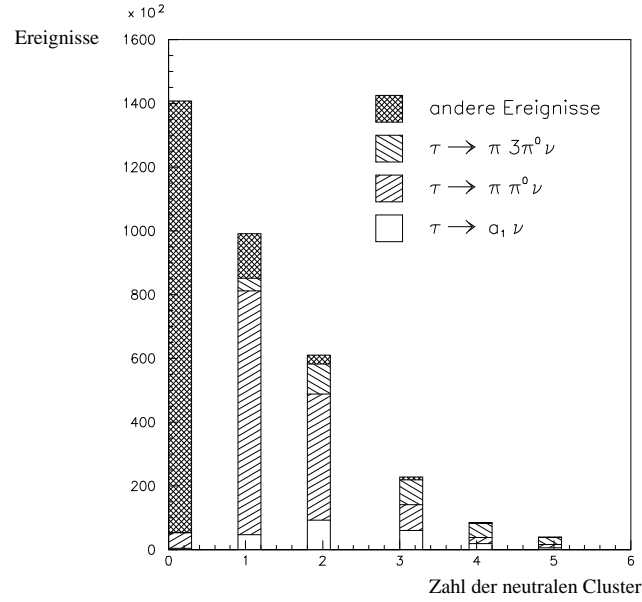


Abbildung 5.6: Verteilung (Monte Carlo) der neutralen Cluster nach der τ -Selektion

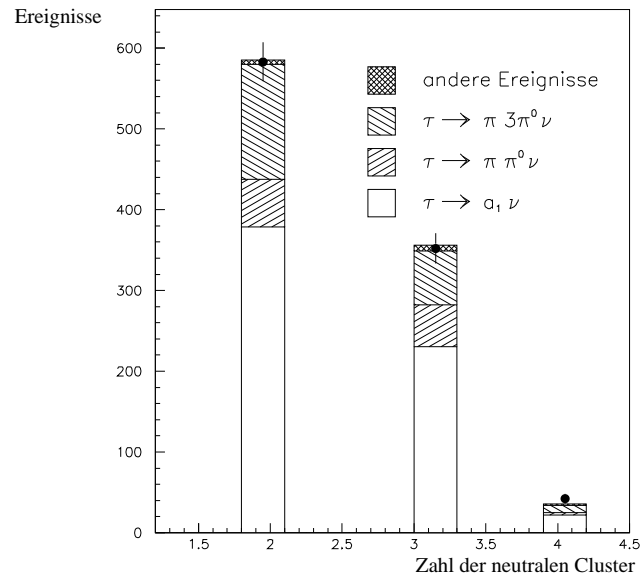


Abbildung 5.7: Verteilung (Monte Carlo) der neutralen Cluster nach der a_1 -Selektion unter Beschränkung auf Ereignisse mit 2-4 Clustern. Zusätzlich ist die Verteilung für die Daten aufgetragen.

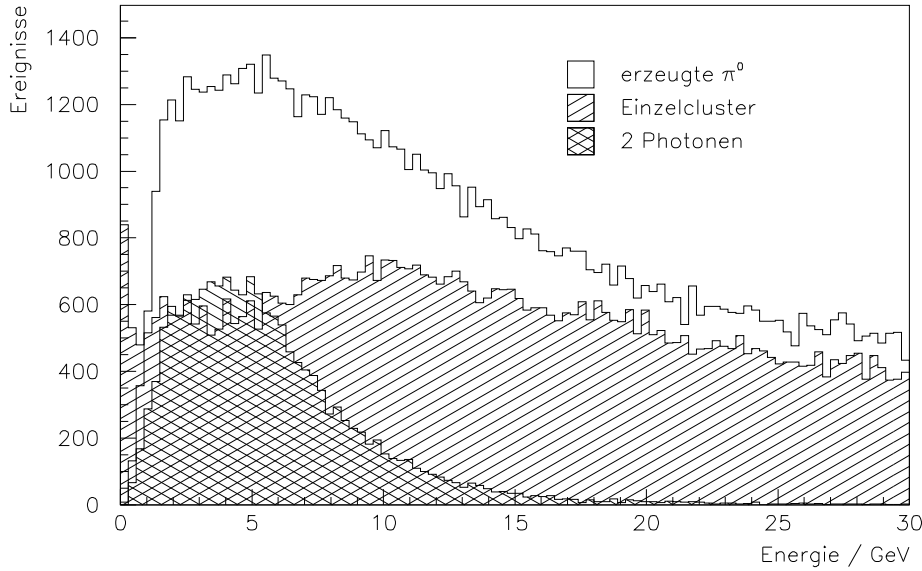


Abbildung 5.8: Das Histogramm zeigt für Monte-Carlo-Ereignisse die rekonstruierte Energieverteilung für als Einzelcluster oder als Doppelcluster nachgewiesene π^0 . Zum Vergleich ist die Energie der generierten π^0 aufgetragen.

Der Anteil des Signales beträgt nach der Selektion der τ -Zerfälle 13%. Den Untergrund bilden:

- ρ -Kanal: 33%,
- $3\pi^0$ -Kanal: 10%,
- andere Ereignisse: 44%.

Ereignisse mit einem π^0 bzw. mit drei π^0 im Endzustand haben eine ähnliche Verteilung der neutralen Cluster. Sie stammen im wesentlichen aus den Zerfällen $\tau \rightarrow \rho\nu$ (ρ -Kanal) und $\tau \rightarrow \pi 3\pi^0\nu$ ($3\pi^0$ -Kanal).

Der Prozeß $\tau \rightarrow a_1\nu_\tau$ ist charakterisiert durch:

- genau 2 π^0 , von denen eines mit dem geladenen Pion eine invariante Masse in der Nähe der ρ -Masse bildet,
- die invariante Masse aller 3 Pionen liegt im Bereich der Masse des a_1 .

Für die weitere Selektion werden die Ereignisse nach der Zahl der Einzelcluster und Doppelcluster klassifiziert. Diese Klassen werden gesondert untersucht.

Tabelle 5.2 gibt eine Übersicht über die Aufteilung von Signal und Untergrund in die verschiedenen Einzelcluster- und Doppelcluster-Kombinationen nach der τ -Selektion.

Neutrale Cluster	Kombination	Anteil in %			
		ρ -Kanal	a_1 -Kanal	$3\pi^0$ -Kanal	andere Zerfälle
0	0 EC 0 DC	1.7	0.3	0.1	97.9
1	1 EC 0 DC	65.2	8.1	3.4	23.3
2	0 EC 1 DC	86.2	4.7	1.8	7.3
2	2 EC 0 DC	31.4	30.2	15.5	22.9
3	1 EC 1 DC	27.8	32.6	13.1	26.5
3	3 EC 0 DC	19.9	33.5	41.5	5.1
4	4 EC 0 DC	17.3	26.1	51.3	5.3
4	2 EC 1 DC	17.5	33.3	43.5	5.7
4	0 EC 2 DC	19.1	35.8	16.9	28.2
5	5 EC 0 DC	30.0	21.9	37.5	10.6
5	3 EC 1 DC	20.1	23.7	46.2	10.0
5	1 EC 2 DC	20.6	23.4	46.7	9.3

Tabelle 5.2: Aufteilung von Signal und Untergrund in die verschiedenen Einzel- und Doppelcluster-Kombinationen.

Die für den 1-Prong-Zerfall $\tau \rightarrow a_1\nu_\tau$ möglichen neutralen Cluster zeigt anschaulich Abbildung 5.9.

Sortiert man die Ereignisse nach diesen Kriterien, so sind im a_1 -Kanal:

- 30% Ereignisse mit 2 Einzelclustern,
- 16% Ereignisse mit 1 Einzelcluster und einem Doppelcluster,
- 2% Ereignisse mit 2 Doppelclustern,
- 52% Ereignisse mit anderen Kombinationen.

Die Abweichung vom Schema in Abbildung 5.9 wird verursacht durch zusätzliche Cluster aus Bremsstrahlung oder durch das Vortäuschen von Photonen aufgrund von Fehlleistungen des oben beschriebenen Algorithmus zur Trennung von hadronischem und elektromagnetischem Schauer. Aus gleichem Grunde und durch Ausfälle im BGO können Photonen verloren gehen.

Die Bremsstrahlungsphotonen kommen vor allem vom:

- Elektron-Positron-Paar (im Anfangszustand)
- Tau-Paar (im Endzustand)
- Zerfall des Tau

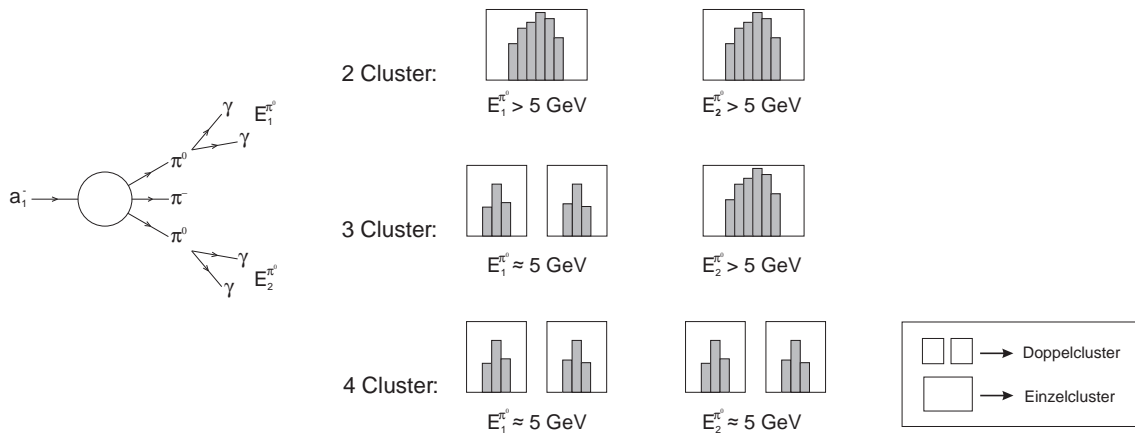


Abbildung 5.9: Schema der neutralen Cluster beim Zerfall $\tau \rightarrow a_1 \nu$

Abbildung 5.10 zeigt die mit dem Monte Carlo generierte Energieverteilung der Bremsstrahlungsphotonen. Es ist zu sehen, daß ihre Energie überwiegend kleiner als 1 GeV ist.

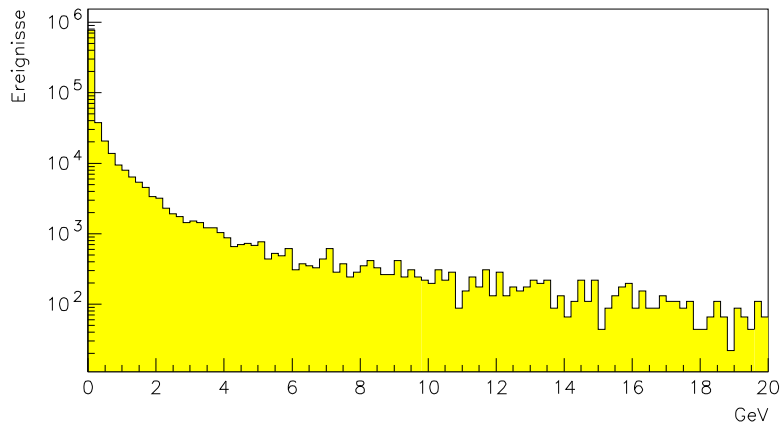


Abbildung 5.10: Energiespektrum der Bremsstrahlungsphotonen

Die verlorenen Photonen führen dazu, daß für den a_1 -Kanal Ereignisse mit weniger als 2 Clustern auftreten. Da diese Ereignisse für die Rekonstruktion der Variablen ω nicht genutzt werden können, werden sie verworfen.

Ereignisse mit genau einem Doppelcluster werden als $\tau \rightarrow \rho \nu$ -Zerfälle identifiziert.

Verworfen werden auch Ereignisse mit mehr als 3 Einzelclustern, da diese vor allem aus dem $3\pi^0$ -Kanal stammen.

Nach diesen Schnitten beträgt der Anteil des Signals im Sample 30%.

Die verbleibenden Ereignisse werden in folgende 3 Basisklassen eingeteilt:

- 2 Einzelcluster
- 1 Einzelcluster und 1 Doppelcluster
- 2 Doppelcluster

Gibt es einen weiteren Einzelcluster und ist seine Energie kleiner 1 GeV, wird angenommen, daß es sich um ein Bremsstrahlungsphoton handelt. Der Einzelcluster wird ignoriert und das Ereignis in eine der Basisklassen überführt.

Die Doppelcluster werden im folgenden als π_{DC}^0 , die Einzelcluster als π_{EC}^0 bezeichnet. Die nachgewiesene geladene Spur wird als π^\pm behandelt.

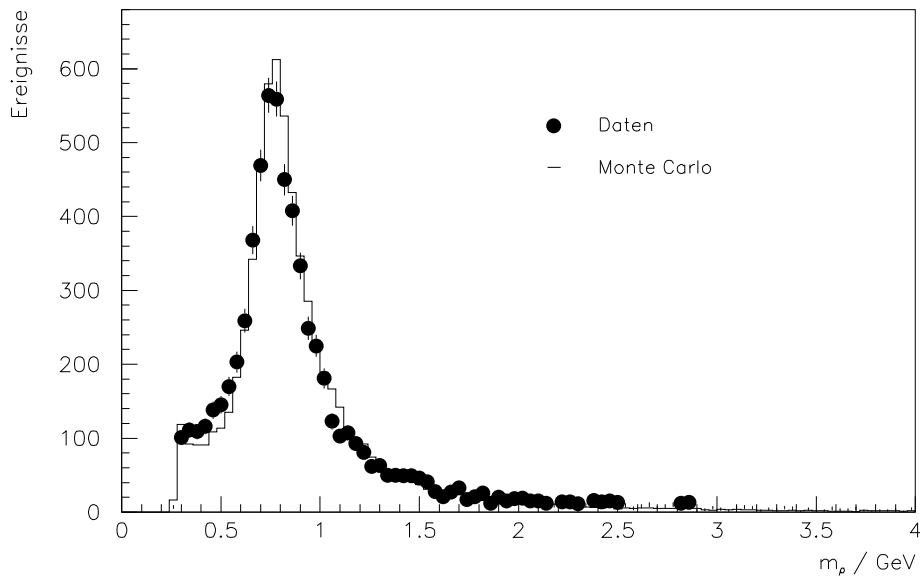


Abbildung 5.11: Verteilung der invarianten Masse m_{inv}^0 für die selektierten Basisklassen

Der Prozeß $\tau \rightarrow a_1\nu_\tau$ ist charakterisiert durch:

- genau 2 π^0 , von denen eines mit dem geladenen Pion eine invariante Masse in der Nähe der ρ -Masse bildet,
- die invariante Masse aller 3 Pionen liegt im Bereich der Masse des a_1 .

Deshalb werden die invarianten Massen m_{inv}^ρ zwischen einem π^0 und dem π^\pm und $m_{inv}^{a_1}$ zwischen allen Pionen gebildet.

Abbildung 5.11 zeigt Verteilung von m_{inv}^ρ für die 3 Basisklassen. Die Übereinstimmung zwischen Daten und Monte-Carlo ist sowohl in der Position des Maximums als auch in der Breite sehr gut.

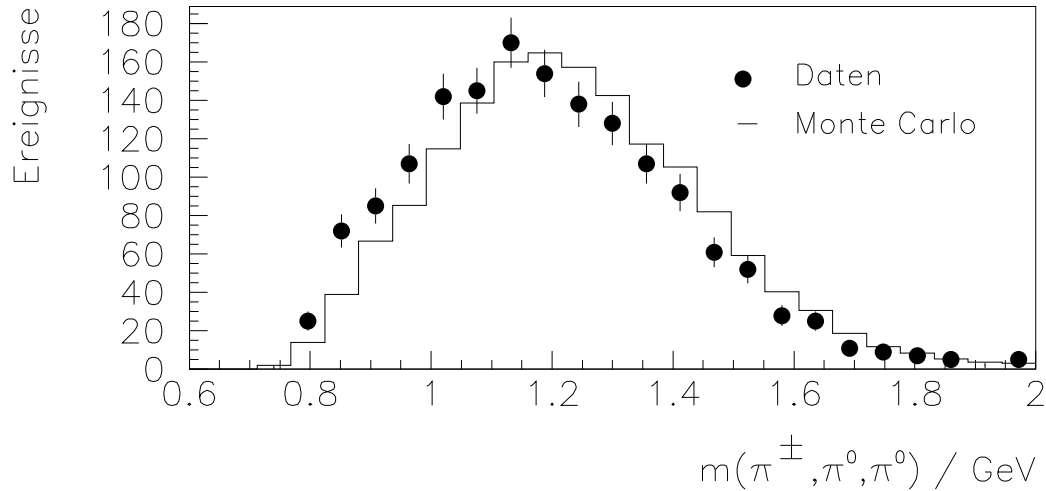


Abbildung 5.12: Verteilung der invariante Masse $m_{inv}^{a_1}$ für die selektierten Basisklassen

Die Verteilung von $m_{inv}^{a_1}$ für die 3 Basisklassen ist in Abbildung 5.12 dargestellt. Die Verteilung der Daten ist gegenüber dem Monte-Carlo um etwa 50 MeV zu kleineren Energien hin verschoben.

Unter Berücksichtigung der Masse und Breite der ρ - und a_1 -Resonanzen wurden folgende Bereiche in der Verteilung der invarianten Massen zu ihrer Identifizierung gewählt:

- $0.6 \text{ GeV} < m_{inv}^\rho < 1.0 \text{ GeV}$ für mindestens ein π^0
- $1.02 \text{ GeV} < m_{inv}^{a_1} < 1.50 \text{ GeV}$

Die letzte Stufe der Selektion erfolgt in den 3 Basisklassen durch folgende Schnitte, die auf der Grundlage der Monte-Carlo-Verteilungen gewählt wurden, um das Signal-Untergrund-Verhältnis weiter zu verbessern:

Bei a_1 -Ereignissen mit 2 Einzelclustern sollten beide π^0 hochenergetisch sein. Deshalb werden an deren Energien folgende Bedingungen gestellt:

- $E_{\pi_{EC}^0} > 1 \text{ GeV}$ für beide π^0 zur Unterdrückung der Bremsstrahlung
- $E_{\pi_{EC1}^0} + E_{\pi_{EC2}^0} + E_{\pi^\pm} > 20 \text{ GeV}$ oder $E_{\pi_{EC1}^0} + E_{\pi_{EC2}^0} > 15 \text{ GeV}$
- $E_{\pi_{EC1}^0} + E_{\pi_{EC2}^0} > 7 \text{ GeV}$

Für den Fall 1 Einzelcluster und 1 Doppelcluster sind die Schnitte:

- Der Einzelcluster muß der neutrale Cluster mit der höchsten Energie sein.
- $E_{\pi_{EC}^0} > 1 \text{ GeV}$ zur Unterdrückung der Bremsstrahlung
- $E_{\pi_{DC}^0} > 1 \text{ GeV}$ zur Unterdrückung der Bremsstrahlung
- $E_{\pi_{EC}^0} + E_{\pi_{DC}^0} + E_{\pi^\pm} > 20 \text{ GeV}$
- $E_{\pi_{EC}^0} + E_{\pi_{DC}^0} > 5 \text{ GeV}$

Ereignisse, bei denen beide π^0 als Doppelcluster nachgewiesen werden, erfordern zwei niederenergetische π^0 . Sie werden durch folgende Schnitte separiert:

- $E_{\pi_{DC1}^0} > 1 \text{ GeV}$ für das höherenergetische π^0
- $E_{\pi_{DC2}^0} > 0.5 \text{ GeV}$
- $E_{\pi_{DC1}^0} + E_{\pi_{DC2}^0} + E_{\pi^\pm} > 13 \text{ GeV}$
- $E_{\pi_{DC1}^0} + E_{\pi_{DC2}^0} > 4 \text{ GeV}$

Mit diesen Schnitten ist die a_1 -Selektion abgeschlossen. Die Zahl der selektierten Ereignisse betrug 2309. Das Sample beinhaltet 29% des Signals im betrachteten geometrischen Bereich ("barrel") mit einem Untergrundanteil von 35%. Der Untergrund setzt sich im wesentlichen aus dem ρ -Kanal und dem $3\pi^0$ -Kanal sowie 0.1% aus anderen leptonischen Z^0 -Zerfällen zusammen.

6 Die experimentelle Bestimmung der Polarisation

Die Verteilung der rekonstruierten Variablen ω ist von der Polarisation P_τ abhängig. Da die analytische Beschreibung bei Berücksichtigung von Strahlungskorrekturen und Detektoreffekten sehr schwierig ist, wird die Polarisation durch ein Verfahren bestimmt, welches allgemein für eine polarisationssensitive Variablen z angewendet werden kann. Jedem τ kann eine Helizität h zugeordnet werden, die Verteilung setzt sich also aus einem Anteil für $h = +1$ und einem Anteil für $h = -1$ zusammen. Die Polarisation ergibt sich aus der Differenz der beiden Anteile. Solche Verteilungen mit definierter Helizität lassen sich durch Monte-Carlo-Simulation erzeugen. Die Bestimmung der Anteile für die beiden Helizitäten erfolgt dann durch einen Fit an die gemessene Verteilung. Die differentielle Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis als Funktion von z ist dann:

$$\frac{dN}{dz} = \alpha \frac{dN^+}{dz} + (1 - \alpha) \frac{dN^-}{dz} \quad (43)$$

Der Faktor α beschreibt die Mischung der Verteilungen für die reinen Helizitätszustände. Für die Gesamtzahl N der Ereignisse gilt

$$N = \alpha \int \frac{dN^+}{dz} dz + (1 - \alpha) \int \frac{dN^-}{dz} dz = \alpha N^+ + (1 - \alpha) N^- \quad (44)$$

Die Polarisation ist gegeben durch:

$$P_\tau = \frac{\alpha \int \frac{dN^+}{dz} dz - (1 - \alpha) \int \frac{dN^-}{dz} dz}{\alpha \int \frac{dN^+}{dz} dz + (1 - \alpha) \int \frac{dN^-}{dz} dz} \quad (45)$$

Für den Fall $N = N^+ = N^-$ ergibt sich

$$P_\tau = 2\alpha - 1 \quad (46)$$

$$\alpha = \frac{1}{2}(P_\tau + 1) \quad (47)$$

$$1 - \alpha = \frac{1}{2}(P_\tau - 1) \quad (48)$$

In der Regel werden \hat{N}^+ und \hat{N}^- Monte-Carlo-Ereignisse mit einer von Null verschiedenen Polarisation \hat{P}_τ erzeugt. Mit

$$\hat{P}_\tau = \frac{\hat{N}^+ - \hat{N}^-}{\hat{N}^+ + \hat{N}^-} \quad (49)$$

folgt wegen

$$(1 - \hat{P}_\tau) \hat{N}^+ = (1 + \hat{P}_\tau) \hat{N}^- \quad (50)$$

$$\int \frac{dN^+}{dz} dz = \frac{1}{(1 + \hat{P}_\tau)} \int \frac{d\hat{N}^+}{dz} dz \quad (51)$$

$$\int \frac{dN^-}{dz} dz = \frac{1}{(1 - \hat{P}_\tau)} \int \frac{d\hat{N}^-}{dz} dz \quad (52)$$

Normiert man zusätzlich N auf die Zahl der Ereignisse N_D , kann man eine Datenverteilung durch die Monte-Carlo-Verteilungen in Abhängigkeit von der Polarisation wie folgt annähern:

$$\frac{dN}{dz} = r \frac{(1 + P_\tau)}{(1 + \hat{P}_\tau)} \frac{dN^+}{dz} + r \frac{(1 - P_\tau)}{(1 - \hat{P}_\tau)} \frac{dN^-}{dz} \quad (53)$$

$$r = \frac{N_D}{N} \quad (54)$$

Der nichtpolarisierten Hintergrundes wird nicht berücksichtigt, da sein Anteil durch die Selektion auf weniger als 0.1% reduziert wird. Aufgabe der Fitprozedur ist die Bestimmung des Wertes von P_τ , für den Daten- und kombinierte Monte-Carlo-Verteilung am besten übereinstimmen.

6.1 Fitmethoden

Da die Ereigniszahlen für Daten und Monte-Carlo begrenzt sind, werden die Ereignisse n entsprechenden Intervallen der Variablen z zugeordnet. Die Zahl der Datenergebnisse im Intervall i sei d_i , a_i^+ und a_i^- bezeichnet die Anzahl der Monte-Carlo-Ereignisse der beiden Helizitäten. Für eine bestimmte Polarisation fallen dann für die kombinierte Monte-Carlo-Verteilung f_i Ereignisse in das Intervall i :

$$f_i = r a_i = r \frac{(1 + P_\tau)}{(1 + \hat{P}_\tau)} a_i^+ + r \frac{(1 - P_\tau)}{(1 - \hat{P}_\tau)} a_i^- \quad (55)$$

mit

$$N_D = \sum_{i=1}^n d_i \quad N = \sum_{i=1}^n a_i^+ = \sum_{i=1}^n a_i^- \quad (56)$$

Eine Möglichkeit zur Bestimmung von P_τ besteht in der Minimierung von χ^2 :

$$\chi^2(P_\tau) = \sum_{i=1}^n \frac{(d_i - f_i)^2}{d_i} \quad (57)$$

Die χ^2 -Methode geht jedoch davon aus, daß die Verteilung der d_i durch eine Gaußfunktion beschrieben werden kann. Für kleine d_i ist jedoch die Poissonstatistik die

bessere Näherung. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß d_i mit einem Erwartungswert μ_i übereinstimmt, ist dann durch

$$\mathcal{P}(d_i|\mu_i) = e^{-\mu_i} \frac{\mu_i^{d_i}}{d_i!} \quad (58)$$

gegeben. Der Einfluß statistischer Schwankungen der a_i wird durch den Faktor N_D/N gedämpft, kann jedoch nicht grundsätzlich vernachlässigt werden. Er wird durch eine Poissonverteilung berücksichtigt, da auch bei hoher Monte-Carlo-Statistik die a_i durchaus klein sein können. Die Wahrscheinlichkeit für a_i ist

$$\mathcal{P}(a_i|r\mu_i) = e^{-r\mu_i} \frac{(r\mu_i)^{a_i}}{a_i!}, \quad (59)$$

wobei der Erwartungswert μ_i durch r auf die Zahl der Monte-Carlo-Ereignisse normiert wurde.

Aus $\mathcal{P}(d_i|\mu_i)$ und $\mathcal{P}(a_i|r\mu_i)$ läßt sich eine Wahrscheinlichkeit b_i ableiten. Jetzt kann man die Gesamtwahrscheinlichkeit angeben. Dazu bildet man das Produkt der b_i über alle Intervalle n , die sogenannte Likelihood-Funktion:

$$\mathcal{L} = \prod_{i=1}^n b_i \quad (60)$$

Der Wert von P_τ ergibt sich aus der Forderung, daß \mathcal{L} maximal wird.

Für die Wahrscheinlichkeit b_i soll der Erwartungswert μ für Daten und Monte-Carlo identisch sein. Man integriert deshalb für das Produkt aus $\mathcal{P}(d_i|\mu_i)$ und $\mathcal{P}(a_i|r\mu_i)$ über alle μ :

$$b_i = \int_0^\infty d\mu_i \mathcal{P}(d_i|\mu_i) \mathcal{P}(a_i|r\mu_i) = \frac{r^{a_i+1} (d_i + a_i)!}{(1+r)^{d_i+a_i+1} d_i! a_i!} \quad (61)$$

Wie in Kapitel 4.2 beschrieben, wird anstelle des Maximums von \mathcal{L} das Minimum von $-\log \mathcal{L}$ mit P_τ als Parameter bestimmt. Diese Minimierung erfolgte mit dem Programmpaket MINUIT [21]. Die Berechnung von $-\log \mathcal{L}$ wurde realisiert durch:

$$-\log \mathcal{L} = - \sum_i^n (S_1 + (a_i + 1) \log r - S_2 - S_3 + (a_i + d_i + 1) \log(1 + r)) \quad (62)$$

$$\begin{aligned} S_1 &= \sum_{k=1}^{\text{int}(a_i+d_i)} \log(k + \text{mod}(a_i + d_i)) \\ S_2 &= \sum_{l=1}^{\text{int}(a_i)} \log(l + \text{mod}(a_i)) \\ S_3 &= \sum_{m=1}^{d_i} \log(m) \end{aligned}$$

Die Berechnung der Fakultäten erfolgt somit über eine Summation und berücksichtigt das Auftreten gebrochener Werte für die a_i . Der Fit mit der Berechnung von $-\log \mathcal{L}$ nach Gleichung 62 wird hier als Standard-Fit bezeichnet.

Zum Vergleich wurde der Fit mit der HBOOK-Routine HMCMLL [22] für Anpassung finiter Monte-Carlo-Statistiken durchgeführt. Die log-Likelihood-Funktion hat hier die Form

$$\log \mathcal{L} = \sum_i^n d_i \log f_i + a_i^+ \log(A_i^+) - A_i^+ + a_i^- \log(A_i^-) - A_i^-. \quad (63)$$

Die A_i^\pm sind die Erwartungswerte der a_i^\pm . Sie sind mit den f_i durch

$$f_i = p^+ A_i^+ + p^- A_i^- \quad (64)$$

verknüpft. Die Lösung des Problems der Maximierung erfolgt durch Differentiation nach den p^\pm und Nullsetzen der Ableitungen. Dies führt auf ein lösbares System aus $2 \times (n + 1)$ nichtlinearen Gleichungen. Eine ausführliche Beschreibung der Methode und der Lösung wird in [20] gegeben.

6.2 Ergebnis der Fits

Die Polarisation wurde durch einen Standard-Fit an die ω -Verteilung der selektierten Daten zu

$$P_{fit}^1 = -0.227 \pm 0.114 \quad (65)$$

bestimmt.

Abbildung 6.1 zeigt die entsprechende Verteilung der Variablen ω für die Daten sowie die durch den Fit angepaßte Monte-Carlo-Verteilung. Der zum Vergleich durchgeführte Fit nach der in [20] beschriebenen Methode lieferte den Wert:

$$P_{fit}^2 = -0.231 \pm 0.112 \quad (66)$$

Er stimmt mit dem Wert aus dem Standard-Fit sehr gut überein.

Der Ansatz für die Likelihood Funktion berücksichtigt die kleinen Ereigniszahlen in den Intervallen durch die für Daten und Monte-Carlo-Ereignisse angenommene Poisson-Verteilung. Bei einem Fit mit einem freien Parameter entspricht dessen Standardabweichung der Änderung von $-\log \mathcal{L}$ um 0.5. [21]

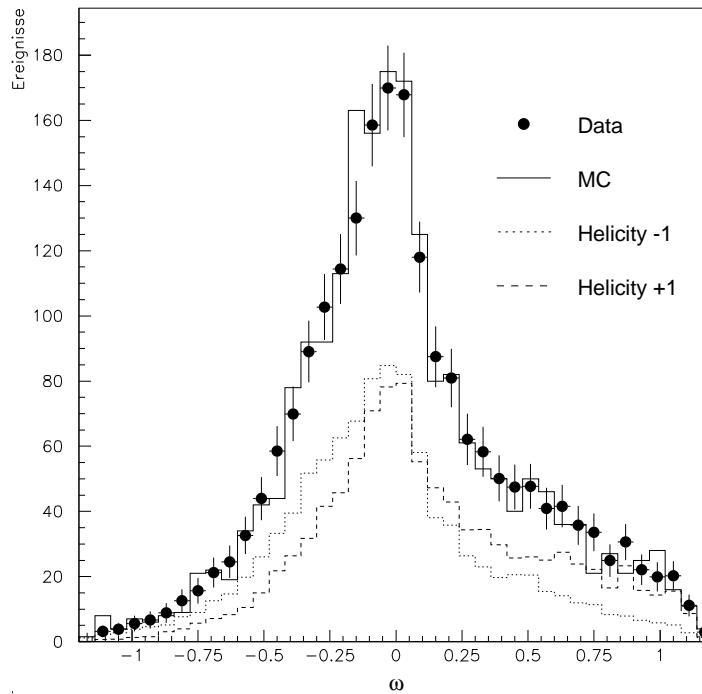


Abbildung 6.1: Gemessene und angepasste Verteilung der Variablen ω . Aufgetragen sind außerdem die Monte-Carlo-Verteilungen für die beiden Helizitätszustände.

6.3 Systematische Fehler

Die wesentlichen Quellen für das Auftreten systematischer Fehler bei der Bestimmung der Polarisation sind

- die Selektion und die Beschreibung des Untergrundes
- die Energiekalibration
- Unsicherheiten aus der Theorie

Der theoretische Fehler ist zurückzuführen auf die Modellabhängigkeit bei der Beschreibung der a_1 -Resonanz und ihrer hadronischen Zerfälle. Er wurde zu $(\Delta P_\tau)_{theor.} = 0.015$ abgeschätzt [23].

In dieser Arbeit wurde zusätzlich untersucht, ob sich die Parametrisierung der Strukturfunktionen durch den Parameter λ auf den Meßwert für P_τ auswirkt. Abbildung 6.2 zeigt die für Monte-Carlo-Ereignisse ermittelte Polarisation P_τ^{fit} für verschiedene feste Werte von λ . Die Änderung von λ hat keinen Einfluß auf die bestimmte Polarisation. Für den Fit wurde $\lambda = 1$ gesetzt.

Zum systematischen Fehler der Messung trägt auch der Fehler der Energiemessung bei, denn in der Berechnung von ω sind die Energien der Pionen im Laborsystem enthalten. In [24] wurde untersucht, ob ein Fehler in der Energiekalibration zu einer Verschiebung

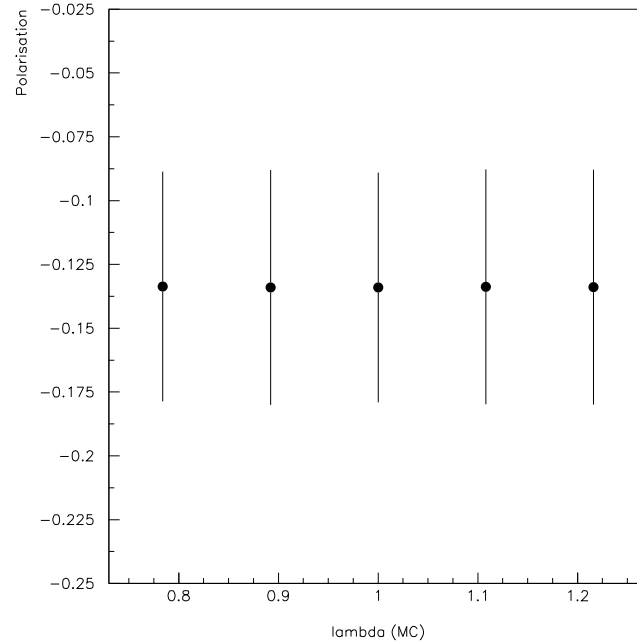


Abbildung 6.2: Ermittelte Polarisation für verschiedene Werte von λ

der gemessenen Polarisation führt. Die Variation der Kalibrationskonstanten im Rahmen ihrer Fehler ergab einen systematischen Fehler von $(\Delta P_\tau)_{calibr.} = 0.020$.

Die Unsicherheiten in der Beschreibung des Untergrundes führen dazu, daß die Zusammensetzung des Monte-Carlo-Samples nicht mit den gemessenen Daten übereinstimmt. Der Anteil des Untergrundes wird unter- oder überschätzt, wodurch das Gewicht der Verteilungen für die beiden Helizitätszustände verschoben wird. Der Einfluß dieses Fehlers kann durch Variation des Signal-Untergrund-Verhältnisses abgeschätzt werden. Dieses Verhältnis wird außerdem durch die Variation der Schnitte beeinflusst und wird deshalb im Zusammenhang behandelt. Die Größe des Fehlers wird dabei aus der Änderung der ermittelten Polarisation bei geeigneter Variation der Schnitte abgeschätzt. Zwei typische Einflüsse von Schnitten werden im folgenden kurz illustriert.

Abbildung 6.3 zeigt die Abhängigkeit der gemessenen Polarisation vom Schnitt auf die Gesamtenergie E_{tot} . Ein systematischer Fehler konnte nicht gefunden werden.

Variiert man hingegen die Breite des Intervalles für die invariante Masse $m_{inv}^{a_1}$, zeigt sich eine deutliche Verringerung von P_τ^{fit} mit der Vergrößerung des Intervalles (Abb. 6.4). Für die Ermittlung des systematischen Fehlers wurde das Massenband im Bereich von 300 bis 600 MeV variiert und der systematische Fehler zu $(\Delta P_\tau)_{m_{a_1}} = 0.06$ bestimmt.

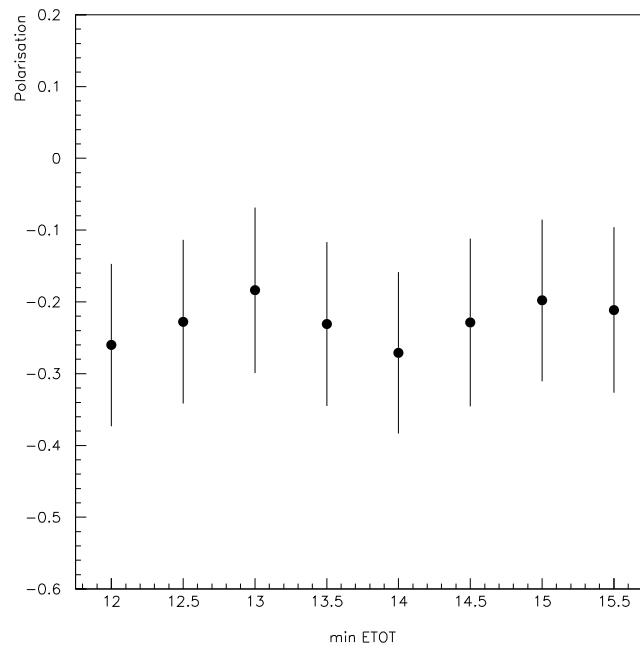


Abbildung 6.3: Ermittelte Polarisation für verschiedene Werte von E_{tot}^{min}

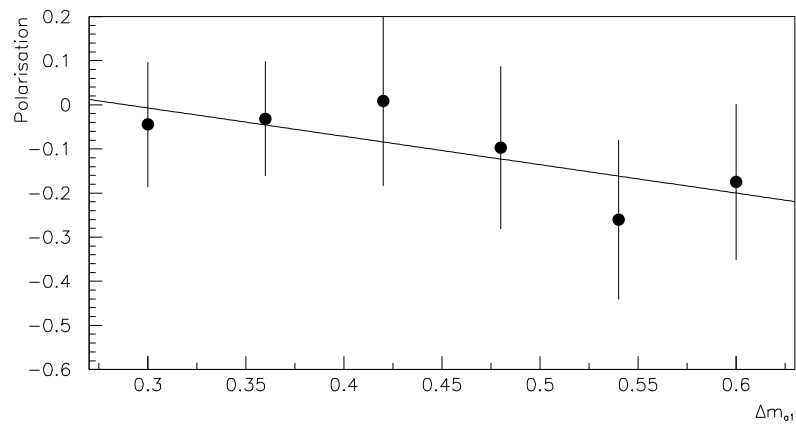


Abbildung 6.4: Ermittelte Polarisation für die Variation des Schnittes an die invariante Masse m_{inv}^{a1}

6.4 Ergebnis der Messung

Die Polarisation des τ wurde zu

$$P_\tau = -0.227 \pm 0.114_{(stat.)} \pm 0.065_{(syst.)}$$

bestimmt.

In der L3-Kollaboration wurde für die Messung der Polarisation aus dem Zerfall $\tau^- \rightarrow a_1^- \nu_\tau$ eine ähnliche Analyse mittels eines neuronalen Netzes durchgeführt. Dabei wurde für die Polarisation ein Wert von

$$P_\tau = -0.254 \pm 0.128_{(stat.)} \pm 0.033_{(syst.)} \quad (67)$$

gemessen. Dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit dem in dieser Analyse erzielten Resultat.

Die für die anderen Zerfallskanäle gemessene τ -Polarisation zeigt Tabelle 6.1.

	$\tau \rightarrow e\nu\nu$	$\tau \rightarrow \mu\nu\nu$	π	$\tau \rightarrow \rho\nu$
Ereignisse	13686	14343	11109	21760
P_τ	-0.114 ± 0.049	-0.170 ± 0.045	-0.143 ± 0.022	-0.155 ± 0.017

Tabelle 6.1: Ergebnis der Messung der τ -Polarisation in anderen Zerfallskanälen des τ [24]. Mit angeführt ist die Zahl der selektierten Ereignisse. Der angegebene Fehler ist der statistische Fehler von Daten und Monte Carlo.

Wie in Kapitel 2.3 gezeigt, kann aus der Polarisation das Produkt der Kopplungen $v_\tau a_\tau$ sowie der schwache Mischungswinkel bestimmt werden. Mit der gemessenen Polarisation erhält man für den schwachen Mischungswinkel einen Wert von:

$$\sin^2 \theta_W = 0.222 \pm 0.014_{(stat.)} \pm 0.008_{(syst.)}$$

7 Zusammenfassung

In der Arbeit wurde die Polarisation des τ^- im Prozeß $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ gemessen. Die Analyse wurde für den Zerfall $\tau \rightarrow a_1\nu_\tau$ mit einem geladenen und zwei neutralen Pionen im Endzustand durchgeführt. Dabei wurde eine Methode angewendet, die die volle Information über die Polarisation des τ auch bei komplexen Endzuständen liefert. Aus den in den Jahren 1990-1993 durch den L3-Detektor aufgenommenen Daten konnten 2309 Ereignisse selektiert werden. Die Polarisation wurde zu

$$P_\tau = -0.227 \pm 0.114_{(stat.)} \pm 0.065_{(syst.)}$$

bestimmt. Dieser Wert ist in Übereinstimmung mit dem Ergebnis einer ähnlichen Analyse bei L3, die sich auf ein neuronales Netz stützte.

Der statistische Fehler ist im wesentlichen durch die Zahl der selektierten Ereignisse gegeben und kann mit der 1994 und 1995 deutlich höheren Statistik verringert werden. Die ermittelte Polarisation ist konsistent mit der Vorhersage des Standardmodells.

Der große systematische Fehler der Selektion kommt aus dem Schnitt an die invariante Masse des 3-Pion-Systems. Die invariante Masse ist mit der Polarisation nicht korreliert. Der Schnitt verändert aber das Signal-Untergrund-Verhältnis in einer Weise, die durch das verwendete Monte Carlo nicht adäquat wiedergegeben sein muß. Dieser Effekt kann durch Variation der Monte-Carlo-Daten untersucht und durch geeignete Korrekturen wahrscheinlich kompensiert werden. Bei der Selektion mit dem neuronalen Netz wurde dieses Problem nicht gesehen.

Der Vergleich mit der in den anderen Kanälen gemessenen Polarisation von τ zeigt, daß trotz der erhöhten Sensitivität der statistische Fehler für die aus dem Zerfall $\tau \rightarrow a_1\nu_\tau$ bestimmte Polarisation relativ groß ist. Eine Ursache dafür ist das geringere Verzweigungsverhältnis. Hinzu kommt die durch die komplizierte Selektion sowie die Beschränkung auf den "barrel"-Bereich bedingte geringe Effektivität der Selektion.

Die durchgeführte Messung der Polarisation verbessert somit den Mittelwert für alle verwendeten Zerfallskanäle nicht dramatisch, liefert jedoch eine weitere unabhängige Messung.

Verzeichnis der Tabellen

2.1	Teilchen und Felder im Standardmodell	5
2.2	Einteilung der Fermionen nach Isospin und Hyperladung	6
2.3	Kopplungskonstanten des schwachen neutralen Stromes	8
4.1	Verzweigungsverhältnisse des Tau-Leptons	21
4.2	Sensitivitäten für die Polarisationsmessung	23
5.1	Verzweigungsverhältnisse des Z^0	31
5.2	Aufteilung von Signal und Untergrund	39
6.1	In anderen Zerfallskanälen gemessene τ -Polarisation	51

Verzeichnis der Abbildungen

2.1	Der Prozeß $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$	9
3.1	Der Beschleuniger LEP	11
3.2	Der L3-Detektor	12
3.3	Das L3-Koordinatensystem	13
3.4	Oktant der Myonkammer	14
3.5	Definition der Sagitta S	14
3.6	Das Hadronkalorimeter	15
3.7	Das elektromagnetische Kalorimeter	17
3.8	Der zentrale Spurdetektor	18
4.1	Feynmandiagramm des τ -Zerfalls	20
4.2	Helizitätsabhängigkeit der Amplituden im Prozeß $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$	22
4.3	Der Zerfall $\tau \rightarrow \pi\nu$	24
4.4	Der Zerfall $\tau^- \rightarrow a_1^-\nu_\tau$ (1-Prong)	25
4.5	Ruhmassen und übertragener Viererimpuls beim Zerfall $\tau \rightarrow a_1\nu_\tau$	25
4.6	Die Koordinatensysteme S und S'	26
5.1	Der Zwei-Photon-Prozeß	33
5.2	Energieverteilung von Zwei-Photon-Ereignissen	33
5.3	BGO-Energie in den Hemisphären	34
5.4	Winkel zwischen den Photonen in Abhängigkeit von der π^0 -Energie	35
5.5	Invariante Masse zweier Photonen	36
5.6	Verteilung der neutralen Cluster	37
5.7	Verteilung der neutralen Cluster (2-4)	37
5.8	Energie der rekonstruierten π^0	38
5.9	Schema der neutralen Cluster beim Zerfall $\tau \rightarrow a_1\nu$	40
5.10	Energiespektrum der Bremsstrahlungsphotonen	40
5.11	Invariante Masse m_{inv}^p	41
5.12	Verteilung der invariante Masse $m_{inv}^{a_1}$ für die selektierten Basisklassen	42
6.1	Verteilung der Variablen ω	48
6.2	Ermittelte Polarisation für verschiedene Werte von λ	49
6.3	Ermittelte Polarisation für verschiedene Werte von E_{tot}^{min}	50

6.4	Ermittelte Polarisierung bei Variation des a_1 -Massenbandes	50
-----	--	----

Literaturverzeichnis

- [1] S.L. Glashow, Nucl.Phys **22** (1961) 579.
- [2] S.Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264.
- [3] A.Salam,"Elementary Particle Theory", Ed.N.Svartholm,Stockholm, "Almquist and Wiksell" (1968) 367.
- [4] E. Lohrmann, Hochenergiephysik, Teubner Verlag Stuttgart 1992.
- [5] L3 Collab., B. Adeva et al., *NIM A* **289** (1990) 35.
- [6] L3 Collab., O. Adriani et. al., Physical Reports **236** (1993) 1.
- [7] Perl et al, **B63** (1976).
- [8] M.Davier, Third workshop on Tau-Physics, Montreux (1994).
- [9] Qi Nading, Tau experiment at BES/BEPC, Third workshop on Tau-Physics , Montreux (1994).
- [10] Review of Particle Properties, Phys. Lett. **D50** (1994).
- [11] LEP Electroweak Working Group 1994, LEPEWWG/94-01.
- [12] D. Perkins, Hochenergiephysik, Addison Wesley 1991.
- [13] S.Jadach and Z.Was, Z Physics at LEP, Vol 1, CERN 89-08 235.
- [14] M.Davier et al, Phys. Lett. **B306** (1993) 411.
- [15] J.H.Kühn and E.Mirkes, Karlsruhe preprint TTP92-20.
- [16] J.H.Kühn and E.Mirkes, Phys. Lett. **B286** (1992) 411.
- [17] S.Jadach, B.Ward, Z.Was, Comp.Phys.Comm. **B66** (1991) 276.
- [18] S.Jadach, J.Kühn, Z.Was, Comp.Phys.Comm. **B64** (1991) 275.
- [19] R.BRUN et al, GEANT 3 Users Guide, CERN DD/EE84-1.
- [20] R.Barlow and C.Beeston, Fitting using finite Monte Carlo Samples, Comp. Phys. Comm., 77:219, 1993.
- [21] Minuit, Function minimization and error analysis, CERN PLLW D506.
- [22] Hbook, Reference manual 4.22, CERN PLLW Y250.
- [23] P.Privitera , Phys. Lett. **B308** (1993) 163
- [24] L3 Colaboration, A measurement of τ Polarisation at LEP, CERN-PPE/94-145.
- [25] L3 Collab., O. Adriani et. al., Physical Reports **292** (1992) 466.