

Kopplung, Charakterisierung und aktive Frequenzstabilisierung von Flaschenresonatoren ultrahoher Güte innerhalb einer Ultrahochvakuum-Apparatur

Diplomarbeit von Sebastian Nickel

vorgelegt bei

Prof. Dr. Arno Rauschenbeutel

Institut für Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz

07. Dezember 2010

Inhaltsverzeichnis

Einleitung 1								
1	Theoretische Grundlagen							
	1.1	Optisc	he Resonatoren	3				
		1.1.1	Eigenschaften von Resonatoren	3				
		1.1.2	Charakterisierung und Vorteile von Mikroresonatoren	5				
		1.1.3	Flüstergaleriemodenresonatoren	6				
		1.1.4	Der Flaschenresonator	8				
		1.1.5	Kopplung mittels ultradünner Fasern	11				
	1.2	Licht-	Atom-Wechselwirkung	16				
		1.2.1	Jaynes-Cummings-Modell	17				
	1.3	Pound	-Drever-Hall-Stabilisierungs-Technik	19				
		1.3.1	Theoretische Beschreibung der Stabilisierungs-Technik	20				
2	Das Resonator-QED Experiment							
	2.1	Aufbau des Experiments						
	2.2	2.2 Der Resonator						
		2.2.1	Der Resonator-Aufbau im Vakuum	29				
	2.3	Das La	asersystem	32				
	2.4	Auspumpen der Vakuumkammer 35						
3	Aktive Frequenzstabilisierung des Flaschenresonators 3							
	3.1	Anwer	dung des Pound-Drever-Hall-Verfahrens im Experiment	37				
		3.1.1	Ergebnisse an Luft	39				
		3.1.2	Ergebnisse im Vakuum	41				
		3.1.3	Thermisch induzierter Frequenzdrift	43				
		3.1.4	Resonanzen des Systems und Langzeitdrift	48				
4	Abstandsstabilisierung der Koppelfaser 5							
	4.1	Konze	pt und Umsetzung der Abstandsstabilisierung	51				
	4.2	Ergebnisse der Abstandsstabilisierung						
		4.2.1	Abstandsabhängigkeit von Transmission und Fehlersignal	56				
		4.2.2	Aktive Stabilisierung des Abstandes	58				
		4.2.3	Abschätzung der Abstandsschwankungen	61				

5	Zusammenfassung und Ausblick	63
Α	Anhang	65
Lit	eraturverzeichnis	71

Einleitung

Seit der Entwicklung der Quantenmechanik vor über einem Jahrhundert haben sich die Studien der Quanten-Effekte einzelner Teilchen von theoretischen Überlegungen hin zur experimentellen Untersuchung im Labor entwickelt. Hierfür sind Systeme, welche die fundamentale Analyse der Wechselwirkung von Atomen mit Licht im Extremfall einzelner Teilchen zulassen von besonderem Interesse.

Die quantenmechanische Beschreibung der Wechselwirkung von Atomen mit Lichtfeldern wird durch die Quantenelektrodynamik (QED) vorgenommen. Der Spezialfall für einen einzelnen Dipol-Emitter und nur eine Mode des Lichtfeldes wurde im Jahr 1963 von F. Cummings und E. Jaynes entwickelt [1]. Die experimentelle Umsetzung geschieht durch die Kopplung eines Atoms an eine einzelne Mode eines Resonators. Hierdurch wird die Wechselwirkung zwischen Lichtfeld und Atom gegenüber dem freien Raum erheblich verstärkt. Ein solches System ist äußerst interessant zur experimentellen Realisierung von Quanten-Informationsverarbeitung [2, 3, 4].

In der vorliegenden Arbeit wird ein Resonator-Quanten-Elektrodynamik-Experiment (Resonator-QED) vorgestellt, welches mit einem Flüstergaleriemoden-Mikroresonator arbeitet. Mikroresonatoren sorgen auf Grund ihrer kleinen Volumina für hohe Felder, was ideal ist zur Untersuchung der Wechselwirkung dieser Felder mit Atomen [5, 6]. Der Spezialfall des Flüstergaleriemoden-Resonators nutzt das Prinzip der Totalreflexion von Licht an einer Grenzfläche zweier Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes [7]. Ein Teil des reflektierten Lichts wird dabei außerhalb des Resonators geführt, was sowohl eine berührungsfreie Einkopplung von Licht, als auch die Wechselwirkung der gewünschten Resonator-Mode mit Atomen nahe der Resonator-Oberfläche möglich macht.

Durch die ultrahohe Güte des verwendeten Flaschenresonators wird es mit diesem Experiment möglich sein den Bereich der starken Kopplung von Atom und Resonator zu untersuchen [8]. Es ist geplant die Atome mittels eines bereits implementierten atomaren Springbrunnens in die Nähe des Resonators zu bringen und somit möglichst lange Wechselwirkungszeiten zwischen den Atomen und dem Lichtfeld zu gewährleisten [9].

Zur Umsetzung der Licht-Atom-Wechselwirkung muss die Frequenz des Resonators mit einer gewünschten Übergangsfrequenz der verwendeten Rubidium-Atome übereinstimmen. Zu diesem Zweck wird in der vorliegenden Arbeit eine aktive Frequenzstabilisierung des Flaschenresonators innerhalb des Ultrahoch-Vakuums aufgebaut und charakterisiert. Diese aktive Stabilisierung ist nötig, da die Resonanzfrequenz auf Grund von mechanischen Oszillationen der Koppelfaser und thermischen Einwirkungen auf den Resonator andernfalls nicht stabil bleibt. Eine aktive Frequenzstabilisierung eines Mikroresonators im Inneren einer Vakuum-Umgebung ist bis dato einmalig. Außerdem wird eine aktive Abstandsstabilisierung der zur Einkopplung des Lichts verwendeten ultradünnen Glasfaser relativ zum Resonator entwickelt und umgesetzt. Eine solche Regelung sorgt für eine höhere Stabilität der Kopplung des Systems aus Koppelfaser und Resonator auf langen Zeitskalen. Eine solche aktive Stabilisierung des Abstands zwischen einer ultradünnen Koppelfaser und einem Flüstergaleriemoden-Resonator ist bisher ebenfalls noch nicht realisiert worden.

Mittels dieser beiden Techniken wird die nötige Stabilität des Resonators in seiner Resonanzfrequenz und die Langzeitstabilität des Koppelfaser-Abstands gewährleistet.

In Kapitel 1 werden die Grundlagen zum Verständnis der Licht-Atom-Wechselwirkung und die Eigenschaften des Resonators erläutert. Außerdem wird die zur Stabilisierung verwendete Pound-Drever-Hall-Technik (Abk: PDH-Technik) theoretisch beschrieben [10].

Kapitel 2 ist dem Aufbau des Resonator-QED-Experiments gewidmet und beschäftigt sich neben der Herstellung des Resonators und dem im Vakuum verwendeten Aufbau auch mit der Erzeugung des Ultrahochvakuum.

Die aktive Stabilisierung der Resonanzfrequenz des Flaschenresonators wird in Kapitel 3 beschrieben. Neben der experimentellen Umsetzung des PDH-Verfahrens wird auf die Stabilisierungs-Ergebnisse an Luft und im Vakuum eingegangen. Zusätzlich wird noch der durch das Abschalten des Lasers entstehende thermisch induzierte Frequenz-Drift im Resonator untersucht und dessen Auswirkungen auf das spätere Resonator-QED-Experiment werden diskutiert.

Die aktive Stabilisierung des Abstands der Koppelfaser zum Resonator wird in ihrer technischen Realisierung in Kapitel 4 erläutert und charakterisiert. Dazu wird die Analyse des Pound-Drever-Hall-Fehlersignals auf einen geeigneten, abstandsabhängigen Stabilisierungspunkt vorgenommen und experimentell gezeigt, dass dieser eine Abstands-Stabilisierung möglich macht. Die erzielten Stabilisierungs-Erfolge werden diskutiert.

Abschließend werden die Ergebnisse zusammengefasst und es wird kurz auf die daraus entstehenden Möglichkeiten für das Resonator-QED-Experiment eingegangen.

1 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die fundamentalen Theorien besprochen, die für das Verständnis der Resonator-QED und die experimentelle Umsetzung dieser Arbeit nötig sind. Es wird das Grundprinzip von Resonatoren erläutert, sowie auf die Vorzüge der Verwendung von Mikroresonatoren eingegangen. Die Modenstruktur des hier verwendeten Flaschenresonators wird ebenfalls untersucht und die Einkopplung von Licht mittels ultradünner Glasfasern wird beschrieben. Des Weiteren wird die theoretische Beschreibung der Licht-Atom-Wechselwirkung mittels des Jaynes-Cummings-Modells vorgestellt. Zur aktiven Frequenzstabilisierung des Resonators wird eine spezielle Stabilisierungstechnik verwendet, die Pound-Drever-Hall-Technik, deren theoretische Grundlagen in Abschnitt 1.3 besprochen werden.

1.1 Optische Resonatoren

Ein Resonator sorgt für den möglichst langen Einschluss von Licht in einem durch seine Geometrie definierten Bereich. Der einfachste Resonator besteht dabei ausschließlich aus zwei planparallelen Spiegeln im Abstand L, zwischen denen das Licht hin und her reflektiert wird. Diese Anordnung nennt man den Fabry-Pérot-Resonator, an dessen Beispiel im Folgenden die wichtigsten Kenngrößen von Resonatoren besprochen werden.

1.1.1 Eigenschaften von Resonatoren

Das transversale elektrische Feld einer monochromatischen Welle der Frequenz ν wird durch $u(\vec{r},t) = \Re \left[U(\vec{r}) \exp(i2\pi\nu t) \right]$ beschrieben, wobei $U(\vec{r})$ die komplexe Amplitude ist. Diese muss die Helmholtz-Gleichung

$$\nabla^2 U(\vec{r}) + k^2 U(\vec{r}) = 0 \tag{1.1}$$

mit der Wellenzahl $k = 2\pi\nu/c$ und der Lichtgeschwindigkeit c erfüllen. Aus den Randbedingungen, dass das transversale elektrische Feld an den Spiegelpositionen z = 0 und z = L des eindimensionalen Fabry-Pérot-Resonators verschwinden muss, folgt, dass dort $U(\vec{r}) = 0$ ist. Die Moden des Resonators sind die Lösungen der Helmholtz-Gleichung und deren komplexe Amplituden ergeben sich zu [11]:

$$U_n(\vec{r}) = A_n \sin(k_n z), \tag{1.2}$$

wobei A_n Konstanten sind und die Bedingung $k_n = n\pi/L$ erfüllt sein muss. Für jedes $n \in \mathbb{N}$, welches diese Bedingung erfüllt, löst die komplexe Amplitude in Gleichung (1.2) die Helmholtz-Gleichung und eine beliebige Welle innerhalb des Resonators kann als Superposition aller dieser Moden geschrieben werden:

$$U(\vec{r}) = \sum_{n} A_n \sin(k_n z). \tag{1.3}$$

Der sogenannte Modenindex n definiert dabei die Frequenz einer bestimmten Mode, da $\nu_n = nc/2L$ gilt. Daraus folgt, dass der Frequenzabstand zwischen benachbarten Moden konstant den Wert

$$\nu_F = \frac{c}{2L},\tag{1.4}$$

beträgt. Dies ist der sogenannte freie Spektralbereich des Resonators.



Abbildung 1.1: Transmissionsspektrum eines verlustbehafteten Fabry-Pérot-Resonators. Der Abstand der Resonanzen ist vom freien Spektralbereich $\nu_F = c/2L$ bestimmt, die Breite hängt vom Quotienten ν_F/\mathcal{F} ab. Die Finesse der schmalen Resonanzen (rot) ist um das zehnfache größer als die der breiten Resonanzen (blau).

Ein idealer Resonator mit perfekt reflektierenden Spiegeln wäre in der Lage Licht für einen unendlichen Zeitraum zu speichern und hätte damit scharf definierte Resonanzfrequenzen, die ausschließlich durch die Resonator-Geometrie gegeben sind. Die in der Realität auftretende Abweichungen von diesem Ideal entstehen durch Auskopplung an den begrenzenden Spiegeln, sowie durch Absorptions- und Streu-Verluste im Resonator. Diese sorgen für eine Verbreiterung der Resonanzlinien und lassen sich durch den Gütefaktor

$$Q = \frac{2\pi\tau_0}{T_{\text{opt}}} \tag{1.5}$$

quantifizieren, wobei T_{opt} die optische Periodendauer ist. Die angesprochenen Verluste gehen als Kehrwert der Speicherzeit $\tau_0 = 1/c\alpha$ in die Güte ein, wobei α der Verlust im Resonator pro Längeneinheit ist. Dementsprechend lässt sich die Güte auch über die Resonanzfrequenz ν_0 und die Breite $\Delta \nu = \nu_{\rm F}/\mathcal{F}$ der Resonanzlinie darstellen:

$$Q = \frac{\nu_0}{\Delta \nu} = \frac{\nu_0}{\nu_F} \mathcal{F}.$$
 (1.6)

Hierbei ist \mathcal{F} die Finesse des Resonators, welche durch $\mathcal{F} = \pi \sqrt{|R|}/(1 - |R|)$ gegeben ist, also von der Reflektivität R der verwendeten Spiegel abhängt. Eine hohe Güte geht somit einher mit geringen Verlusten und entsprechend einer sehr schmalen Resonanz. In Abbildung 1.1 ist das typische Transmissionsspektrum eines verlustbehafteten Fabry-Pérot-Resonators für zwei verschiedene Werte der Finesse dargestellt. Die Breite der Resonanzlinie $\Delta \nu$ wird dabei über die Halbwertsbreite des Transmissions-Peaks quantifiziert.

Neben der Güte ist das Modenvolumen ein wichtiger Resonator-Parameter. Es beschreibt das Volumen, welches durch die optische Mode im Resonator eingenommen wird:

$$V = \int_{\mathbb{R}^3} n^2 \left(\vec{r} \right) \frac{I\left(\vec{r} \right)}{I_{\max}} d^3 r.$$
 (1.7)

Die Intensität des elektromagnetischen Feldes am Ort \vec{r} wird dabei als $I(\vec{r})$, die maximale Intensität als I_{max} und der ortsabhängige Brechungsindex als $n(\vec{r})$ bezeichnet. Je kleiner das Modenvolumen ist, desto größer ist das Feld pro Photon im Resonator.

1.1.2 Charakterisierung und Vorteile von Mikroresonatoren

Eine spezielle Art von Resonatoren sind Mikroresonatoren, bei denen die Abmessungen so gewählt werden, dass sie in mindestens einer Dimension nahe der Größenordnung der Lichtwellenlänge liegen. Die Besonderheit von Mikroresonatoren ist es, dass sich durch ihre geringe Größe und das damit verbundene kleine Modenvolumen extrem hohe Q/V-Werte erreichen lassen. Durch die ultrahohen Gütefaktoren und gleichzeitig geringes Modenvolumen sind Mikroresonatoren ein sehr gutes Werkzeug zur Untersuchung von Wechselwirkungen eines Atoms mit einem Lichtfeld [12]. Es können mit Mikroresonatoren interessante Effekte untersucht werden, wie die von Purcell entdeckte Erhöhung der spontanen Emission in Abhängigkeit der Resonator-Modendichte [13, 14]. Des Weiteren bieten sich Mikroresonatoren auf Grund der enormen Leistungserhöhung, welche proportional zum Verhältnis von Güte und Modenvolumen ist, zur Untersuchung nichtlinearer Effekte an [15].

Es existieren unterschiedliche Typen von optischen Mikroresonatoren (siehe Abbildung 1.2), die sich in der zu Grunde liegenden Technik des Lichteinschlusses unterscheiden. Dieser geschieht bei Fabry-Pérot-Resonatoren durch Reflexion zwischen zwei parallel zueinander orientierten Spiegeln. Verändert man deren Abstand L, so lässt sich der Frequenzabstand zweier benachbarter Moden $\nu_{\rm F} = c/2L$ variieren, was die gesamte Modenstruktur verschiebt. Somit hat man die volle Kontrolle über die Resonanzen des Systems



Abbildung 1.2: Übersicht der unterschiedlichen Mikroresonatoren. Die Spalten sind nach verschiedenen Einschlusstechniken, die Reihen nach unterschiedliche hohen Güten sortiert (hohes Q, ultrahohes $Q > 10^8$). In der oberen Reihe erkennt man von links nach rechts: Mikrosäule, Mikroscheibe, halbleiterbasierter add-drop-Filter und photonischer Kristall. Untere Reihe von links nach rechts: Fabry-Pérot-Resonator, Mikrokugel und Mikrotorus. Die Abbildung stammt aus [5], wurde in [16] adaptiert und mit aktuellen Werten ergänzt. Rechts unten nachträglich eingefügt ist der in diesem Experiment verwendete Flaschenresonator mit ultrahoher Güte.

und kann jede beliebige Frequenz als Resonanz wählen, sofern man den Spiegelabstand L über mindestens einen freien Spektralbereich $\nu_{\rm F}$ variieren kann.

Eine weitere Art von optischen Mikroresonatoren besteht aus photonischen Kristallen. Diese stellen eine periodische, dielektrische Struktur dar, welche durch ihre Bandstruktur den Einschluss des Lichts gewährleistet. Eine gezielte Strukturierung des photonischen Kristalls definiert die Ausbreitung von Licht unterschiedlicher Wellenlängen in diesem und kann somit sowohl zum Führen, als auch zum Filtern von Licht verwendet werden. Mit photonischen Kristallen lassen sich die kleinsten Modenvolumen aller Mikroresonatoren erreichen [17].

Flüstergaleriemoden-Mikroresonatoren (engl.: Whispering gallery mode resonator, Abk: WGM-Mikroresonatoren), wie Mikrotorus [18], Mikrosphäre [19] oder Mikroblase [20] stellen eine weitere Gruppe optischer Mikroresonatoren. Mit WGM-Mikroresonatoren lassen sich die höchsten Güten bei optischen Wellenlängen erreichen, so wurden beispielsweise mittels aufwendiger Ausglüh- und Polier-Techniken Resonatoren mit $Q > 10^{11}$ hergestellt [21].

1.1.3 Flüstergaleriemodenresonatoren

Die Funktionsweise von Flüstergaleriem
oden entspricht dem aus der Akustik bekannten Äquivalent der Total
reflexion von Schall an der Innenwand einer Kuppel. Durch
 N Re-



Abbildung 1.3: Illustration der internen Totalreflexion in einem zylindersymmetrischen WGM-Resonator. Im Vordergrund ist die Einkoppelfaser zu sehen, der reflektierte Strahl ist im Inneren dargestellt. Das Licht legt die optische Strecke d zwischen jeweils zwei der N Reflexionen zurück. Der Glaszylinder hat dabei einen höheren Brechungsindex (n_1) als das umgebende Medium (n_2) .

flexionen und die N-fache Propagation um die optische Strecke L im Inneren eines radialoder zylinder-symmetrischen Resonators entstehen Moden, für welche die optische Umlaufstrecke NL gleich einem ganzzahligen Vielfachen der entsprechenden Wellenlänge ist. Mit dem Radius des Resonators a ergibt sich der Abstand der Frequenzen untereinander im Grenzfall unendlich vieler Reflexionen zu $\nu_{\rm F} = c/NL = c/2\pi a$. Somit wird klar, dass die Durchstimmbarkeit der Frequenz eines solchen Resonators durch die Möglichkeit der Änderung seines Durchmessers gegeben ist.

Die interne Totalreflexion tritt ab einem kritischen Reflexionswinkel von

$$\theta_{\rm tot} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$
(1.8)

auf, wobei n_1 und n_2 die Brechungsindizes des optisch dichteren, bzw. dünneren Mediums sind. Illustriert ist das Prinzip in Abbildung 1.3, wo das Licht mittels eines dünnen Lichtleiters in einen Glaszylinder eingekoppelt wird. Aufgrund der Totalreflexion am Glas-Luft-Übergang bleibt das Licht im Zylinder-Resonator eingeschlossen und es bildet sich eine stabile Mode für oben genannte Bedingung, dass NL ein Vielfaches der Wellenlänge ist.

Dieses einfache Bild der Strahlenoptik beschreibt den Prozess jedoch nicht vollständig. Es zeigt sich, dass ein gewisser Teil des Lichts außerhalb des Resonators geführt wird, in dem sogenannten evaneszenten Feld [22]. Dessen Eindringtiefe in das umgebende Medium ist in der Größenordnung der Licht-Wellenlänge. An diesen Umstand muss man den in Berechnungen verwendeten Brechungsindex anpassen. Man rechnet daher nicht mit dem eigentlichen Brechungsindex des Resonator-Materials n_1 sondern nutzt einen effektiven Brechungsindex n_{eff} , für den offensichtlich $n_1 > n_{\text{eff}} > n_2$ gelten muss. Mittels dieses evaneszenten Feldes kann man, wie in Abbildung 1.3 bereits angedeutet, auch Licht in den Resonator einkoppeln. Die evaneszenten Felder einer sehr dünn gezogenen Koppelfaser (typischerweise ~ 500 nm) und des Resonators müssen dazu überlappt werden. Zusätzlich zum räumlichen Überlapp müssen Phase und Polarisation der Moden von

Koppelfaser und Resonator möglichst gut übereinstimmen, um optimale Koppeleffizienz zu gewährleisten. Die genaue theoretische Beschreibung des Koppelmechanismus wird in Abschnitt 1.1.5 beschrieben. Weitere Möglichkeiten Licht in einen WGM-Mikroresonator einzukoppeln sind Prismen oder unter einem Winkel gespaltene Faserenden.

1.1.4 Der Flaschenresonator

Eine elegante Möglichkeit die Vorteile eines WGM-Mikroresonators mit einer einfachen Methode der Durchstimmbarkeit von Resonanzfrequenzen zu vereinen ist das Konzept des Flaschenresonators [8]. Seine parabolische Form sorgt für ein harmonisches Potenzial, welches zu einem axialen Einschluss des Lichtes auf Grund einer Drehimpulsbarriere führt. In radialer Richtung wird das Licht durch die Totalreflexion im Resonator gehalten. Die Bezeichnung Flaschenresonator liegt in der Analogie zur magnetischen Flasche begründet, in der geladene Teilchen durch ein zylindersymmetrisches Magnetfeld gefangen werden. Der axiale Einschluss ist hier ebenfalls durch eine Drehimpulsbarriere gewährleistet, welche durch die zu den Enden erhöhte Magnetfeldstärke entsteht. Der radiale Einschluss der Teilchen geschieht auf Grund der Lorentzkraft [23].



Abbildung 1.4: Schematische Darstellung des Strahlweges im Flaschenresonator. Das Licht pendelt in z-Richtung hin und her während es axial durch interne Totalreflexion im Resonator gehalten wird. Der Änderung des Radius vom Zentrum zur Kaustik ist zur Verdeutlichung übertrieben dargestellt.

Der in diesem Experiment verwendete Flaschenresonator wird aus einer Quarzglasfaser hergestellt. Dazu wird die Faser durch Zugspannung bei gleichzeitigem Erhitzen mittels eines CO_2 -Lasers zunächst auf einen Durchmesser von typischerweise ca. 35 µm verjüngt. Anschließend wird die parabolische Struktur durch erneutes Ziehen und die Erwärmung zweier Punkte im Abstand von 150 µm hergestellt. Die Details der Herstellung des Resonators und der Koppelfaser werden in Kapitel 2 erläutert. Die schematische Darstellung des Resonators ist in Abbildung 1.4 gezeigt. Die Dehnbarkeit des Materials sorgt dafür, dass die Dicke des parabolischen Profils einer solchen optischen Flasche durch Variation der Zugspannung an den Enden der Faser verändert werden kann, was die Resonanzfrequenzen verschiebt.

Theoretisch lässt sich die Resonatorform durch Gleichung (1.9) beschreiben, die in der

z-Koordinate (zylindersymmetrische Achse) quadratisch ist. Des Weiteren ist der Radius r(z) am Ort z abhängig von der Krümmung Δk , sowie dem Radius r_0 bei z = 0 [24]:

$$r(z) = \frac{r_0}{\sqrt{1 + (\Delta kz)^2}} \approx r_0 \left(1 - \frac{(\Delta kz)^2}{2}\right).$$
 (1.9)

Die Krümmung eines Resonators ist typischerweise in einer Größenordnung von 0,01 – 0,02 µm⁻¹. Die Änderung der Dicke ist über die Länge des Resonators also äußerst klein. Daraus folgt, dass für den Betrag des Wellenvektors $k = (k_{\phi} + k_{\rho} + k_z)^{1/2}$ der radialabhängige Term $k_{\rho} = (dr/dz)k_z$ vernachlässigbar klein gegenüber den anderen beiden Termen wird. Durch diese adiabatische Näherung erhält man

$$k^2 = k_\phi^2 + k_z^2. \tag{1.10}$$

Aus der Azimuthalsymmetrie des Systems folgt die Erhaltung der Drehimpulsprojektion auf die z-Achse und es ergibt sich

$$k_{\phi}\left(z\right) = \frac{kr_c}{r\left(z\right)}.\tag{1.11}$$

Hier steht r_c für den Radius an der Kaustik, den Punkt, an dem die Azimuthalkomponente des Wellenvektors maximal wird. Es entsteht eine Drehimpulsbarriere, da für Werte von $|r| < r_c$ gilt, dass $k_{\phi} > k$ ist und damit k_z imaginär ist. An der Kaustik selbst ist $k_z = 0$, also beschreibt die z-Propagation dort einen Umkehrpunkt. Für k_z ergibt sich dementsprechend

$$k_z = \pm \sqrt{k^2 - k^2 \frac{r_c^2}{r^2(z)}}.$$
(1.12)

Anschaulich bedeutet dies, dass sich bei der Propagation auf eine Kaustik zu die k_z -Komponente des Lichts verringert und die k_{ϕ} -Komponente der Drehimpulserhaltung wegen anwächst. An der Kaustik selbst befindet sich nun die Barriere, so dass das Licht die Propagationsrichtung umkehren muss und somit zwischen den beiden Kaustiken hin und her pendelt.

Unter Zuhilfenahme der adiabatischen Näherung wird die Helmholtzgleichung

$$\left(\nabla^2 + k^2\right)\Psi = 0, \tag{1.13}$$

mit der Wellenfunktion $\Psi(\rho, \phi, z) = \Phi(\rho, r(z)) M(\phi) Z(z)$ gelöst. Damit separiert das Problem und es ergeben sich wegen der Zylindersymmetrie für $M(\phi)$ Lösungen, die proportional zu $e^{im\phi}$ sind. In diesem Ausdruck ist die azimuthale Drehimpulsquantenzahl m enthalten. Sie kann positive und negative Werte annehmen, was physikalisch zwei Lichtwellen entspricht die im Uhrzeigersinn (engl: clockwise, Abk: cw) oder gegen den Uhrzeigersinn (engl: counterclockwise, Abk: ccw) um die Achse propagieren.

Eine weitere Quantenzahl ergibt sich aus der Lösung der separierbaren axialen Wellengleichung in Z(z). Dies liefert Lösungen, die analog zum harmonischen Oszillator



(a) Flaschenresonator



(b) Hermite-Polynom und harmonisches Potential

Abbildung 1.5: (a) Illustration des Flaschenresonators um das Zentrum. (b) Qualitative Darstellung des harmonischen Potenzials des Resonators (blau, gepunktet), sowie des Hermitepolynoms (grün, durchgezogen), welches die Lösung der Differentialgleichung in z-Richtung darstellt.

Hermitpolynome H_q der Ordnung q, der axialen Drehimpulsquantenzahl sind (siehe Abbildung 1.5).

Der verbleibende, radiale Teil $\Phi(\rho, r(z))$ hat als Lösungen Hankel- und Besselfunktionen H_m und J_m .

In den resultierenden Gesamtlösungen Ψ definieren nun die beiden Quantenzahlen q und m, wie die Mode im Resonator aussieht. Die Anzahl der Wellenlängen, die am Ort der Kaustik in den Resonator passen wird durch m definiert. Die Anzahl der Knoten in axialer Richtung legt q fest. Eine ausführliche theoretische Herleitung dieser Gleichungen findet sich in [24].

Es zeigt sich, dass die Differentialgleichung in Z(z) analog zum harmonischen Oszillator äquidistante Energieniveaus liefert. Die daraus resultierenden Eigenwerte sind also Vielfache von $\Delta E_m = 2m\Delta k/r_0$, woraus sich die Impuls-Eigenwerte zu

$$k_{mq} = \sqrt{\frac{m^2}{r_0^2} + \left(q + \frac{1}{2}\right)\Delta E_m}$$
(1.14)

ergeben. Mittels dieser Eigenwerte können Aussagen über den axialen und azimuthalen freien Spektralbereich abgeleitet werden. Durch den Zusammenhang $\nu = kc/2\pi n$ ergibt

sich

$$\nu \approx \frac{cm}{2\pi nr_0} \left(1 + \frac{\Delta kr_0(q+\frac{1}{2})}{m} \right). \tag{1.15}$$

Betrachtet man Moden, die sich nur entweder in $\Delta q = 1$ oder $\Delta m = 1$ unterscheiden, so erhält man:

$$\Delta \nu_m \approx \frac{c}{2\pi n r_0} \approx 1,73 \,\mathrm{THz},$$
 (1.16)

$$\Delta \nu_q \approx \frac{c\Delta k}{2\pi n} \approx 752 \,\text{GHz},\tag{1.17}$$

wobei für $r_0 = 18,8 \,\mu\text{m}$ und $\Delta k = 0,023 \,\mu\text{m}^{-1}$ die Werte des Resonators angenommen werden, der im Vakuum verwendet wird (siehe Kapitel 2.2), sowie der Brechungsindex n = 1,46 von Quarzglas. Der Resonator lässt sich also auf jede beliebige Frequenz einstellen, wenn man in der Lage ist über den größeren, also den azimuthalen freien Spektralbereich durchzustimmen. Kann man die Frequenz über den kleineren, den axialen freien Spektralbereich ändern, so besteht die Möglichkeit mit benachbarten q-Moden (zum Beispiel q = 1, 2, 3) den azimuthalen freien Spektralbereich mittels der drei axialen zu überbrücken. Die Anzahl der hierzu nötigen Moden mit unterschiedlichem q ist durch die jeweilige Geometrie des Flaschenresonators bedingt.

1.1.5 Kopplung mittels ultradünner Fasern

Glasfasern nutzen das in Abbildung 1.3 bereits dargestellte Prinzip der Totalreflexion an der Grenzschicht zweier Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes. Um in einem Lichtwellenleiter also das Licht zu führen, muss der dünne Kern einen höheren Brechungsindex haben als der ihn umgebende Mantel. Der relative Unterschied der Brechungsindizes ist mit $\Delta n \approx 1 - 2\%$ [25] allerdings recht gering. Zusätzlich existiert typischerweise noch ein Puffer aus einem Polymer, der dem Schutz der Glasfaser dient. In Abbildung 1.6 ist der prinzipielle Aufbau der in diesem Experiment genutzten Stufenindexfaser dargestellt, bei welcher die Brechungsindexänderung an der Grenzfläche abrupt stattfindet. Eine Solche Faser wird in dieser Arbeit zur Kopplung von Licht in den Flaschenresonator verwendet.

Fasermoden

Die Propagation von Licht in einer Glasfaser wird durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben. Aus diesen ergibt sich eine Wellengleichung, die auf Grund der Fasersymmetrie in Zylinder-Koordinaten (ρ, ϕ, z) formuliert wird. Für den Fall, dass das Licht in Richtung der Faserachse z propagiert, genügt es, die Lösungen für E_z und H_z zu bestimmen. Mittels der Maxwell-Gleichungen [26]

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = -i\omega\epsilon_0 n_j^2 \vec{E},$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\mu_0 \vec{H},$$
(1.18)



Abbildung 1.6: Schema einer Stufenindexfaser, deren Kern einen Durchmesser von 10 µm hat. Mantel und Puffer sind 125 µm bzw. 250 µm dick.

ist es möglich, die Feldkomponenten E_{ρ} , H_{ρ} , E_{ϕ} und H_{ϕ} aus E_z und H_z zu berechnen. Die Lösungen der transversalen Helmholtz-Gleichung

$$\left(\vec{\nabla}_{\perp}^{2} + \vec{k}^{2} - \beta^{2}\right) \begin{cases} E_{z} \\ H_{z} \end{cases} = 0 \tag{1.19}$$

für E_z und H_z findet man mit den Ansätzen

$$E_z = E_z(\rho, \phi) e^{-i(\omega t - l\phi - \beta z)},$$

$$H_z = H_z(\rho, \phi) e^{-i(\omega t - l\phi - \beta z)},$$
(1.20)

mit der Propagationskonstanten $\beta = 2\pi n_{\text{eff}}/\lambda$. Dabei ist n_{eff} ein effektiver Brechungsindex, der zwischen den Brechungsindizes der beiden Materialien von Kern und Mantel liegt. Die Brechungsindizes n_j , mit j = 1, 2 sind dabei von Kern (n_1) bzw. Mantel (n_2) , entsprechend sind $k_{1,2} = n_{1,2}\omega/c$ die zugehörigen Wellenzahlen. Man erhält für den Kern $(\rho < a, a:$ Kernradius) und den Mantel $(\rho > a)$ resultierend die Gleichungen [22]:

$$\begin{cases}
E_z \\
H_z
\end{cases} = \begin{cases}
C_E \\
C_H
\end{cases} J_l(h\rho) e^{i(\omega t \pm l\phi - \beta z)} & \text{für } \rho < a \\
\begin{cases}
E_z \\
H_z
\end{cases} = \begin{cases}
C_{E,M} \\
C_{H,M}
\end{cases} K_l(q\rho) e^{i(\omega t \pm l\phi - \beta z)} & \text{für } \rho > a
\end{cases}$$
(1.21)

wobe
i $C_E, C_H, C_{E,M}$ und $C_{H,M}$ beliebige Konstanten sind. Hierbei sind
 J_l und K_l die sogenannten Bessel-Funktionen der Ordnung
 l. Die Werte $h^2 = k_1^2 - \beta^2$ und $q^2 = \beta^2 - k_2^2$
definieren die beiden Lösungen für den Kern und den Mantel. Die unterschiedlichen Vorzeichen im Exponenten in Gleichung (1.21) stehen für zwei verschiedene Polarisationszustände. Um die Propagationskonstante β zu bestimmen nutzt man die charakte-

ristische Eigenwertgleichung

$$\left(\frac{J_{l}'(ha)}{haJ_{l}(ha)} + \frac{K_{l}'(qa)}{qaK_{l}(qa)}\right) \left(\frac{n_{1}^{2}J_{l}'(ha)}{haJ_{l}(ha)} + \frac{n_{2}^{2}K_{l}'(qa)}{qaK_{l}(qa)}\right) = \left(\frac{l\beta}{k_{0}}\right)^{2} \left(\left(\frac{1}{qa}\right)^{2} + \left(\frac{1}{ha}\right)^{2}\right)^{2},$$
(1.22)

für welche die Konstanten $C_E, C_H, C_{E,M}$ und $C_{H,M}$ aus der Bedingung der Stetigkeit der Feldkomponenten E_z, E_{ϕ}, H_z und H_{ϕ} bei $\rho = a$ errechnet werden. Für den angegebenen Fall, dass sich die Brechungsindizes der beiden Materialien von Kern und Mantel nur geringfügig unterscheiden und damit $\beta \simeq k_{1,2}$ ist, werden die Wellenleiter als *schwach führend* bezeichnet. Es ergibt sich eine Zusatzbedingung

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 (n_1^2 - n_2^2)a^2 = V^2, \tag{1.23}$$

mit dem V-Parameter, welcher die Eigenschaften der Stufenindexfaser für jede Wellenlänge vollständig charakterisiert. Aus der transzendenten Gleichung (1.22) und der Zusatzbedingung (1.23) kann somit bestimmt werden, ob eine Mode in der Faser geführt wird oder nicht. Die möglichen Fasermoden können in drei unterschiedliche Klassen eingeteilt werden. Es ergeben sich

l = 0	TE_{lm}, TM_{lm}	E- oder H-Feld rein transversal,
$l \ge 1$	HE_{lm}	H Komponente in z-Richtung größer E-Komponente,
$l \leq 1$	EH_{lm}	E Komponente in z-Richtung größer H-Komponente,

wobei die letzten beiden Klassen sogenannte Hybrid-Moden sind. Bei diesen haben beide Felder Komponenten in Richtung der Propagation des Lichts, von denen jedoch eine stärker ist als die andere. Die HE_{11} -Mode wird als Grundmode bezeichnet, da sie die einzige Mode ist, die bei jedem V-Parameter geführt wird.

Evaneszente Kopplung

Die Kopplung von Licht in einen Flüstergaleriemodenresonator wird in dieser Arbeit mittels einer ultradünnen Glasfaser vorgenommen. Durch lokales Erhitzen und gleichzeitiges Ziehen an den Enden wird die Faser in ihrem Durchmesser verkleinert. Diese Verjüngung sorgt dafür, dass der vorherige Mantel nun die lichtführenden Eigenschaften des Kerns erfüllt und das umgebende Medium, mit einem Brechungsindex unter dem der Faser, als Mantel fungieren kann. Somit entsteht das in Abschnitt 1.1.3 bereits angedeutete evaneszente Feld, da die Lösung für den Mantel eine nicht verschwindende Feldverteilung aufweist. Eine typische Feldverteilung ist in Abbildung 1.7 für die Grundmode HE₁₁ dargestellt, welche in x-Richtung polarisiert ist. In der Praxis sollte darauf geachtet werden, dass der Übergang von der Standard-Faser zur ultradünnen Fasertaille (typischer Durchmesser ≈ 500 nm) adiabatisch geschieht, damit die Transmission der Faser nicht zu stark abfällt. Die Fasermode muss in dem ultradünnen Bereich der Faser weiterhin



Abbildung 1.7: Darstellung der Feldverteilung der HE₁₁-Mode, senkrecht zur Polarisation des Lichts (a) und parallel zu Polarisation des Lichts (b). Bei $\pm a$ ist die Kante der Faser eingezeichnet (orange), welche im Experiment einen Radius von a = 250 nm besitzt. Das evaneszente Feld außerhalb der Faser wird zur Kopplung des Lichts in den Resonator verwendet.

geführt werden und der Ubergang darf dabei nicht zu abrupt geschehen, da das Licht sonst aus der Faser ausgekoppelt wird. Um das Licht beim Übergang vom Kern in den Mantel möglichst verlustfrei zu leiten, sollte die Veränderung des Faser-Durchmessers also über eine Faserlänge geschehen, die einem Vielfachen der Wellenlänge des geführten Lichts entspricht. Ist dies gewährleistet müssen zusätzlich zur korrekten Frequenz noch drei entscheidende Bedingungen erfüllt sein, damit die Kopplung von Licht aus der Faser in den Resonator maximal wird [27]:

- Räumlicher Überlapp der evaneszenten Felder von Koppelfaser und Resonator,
- Übereinstimmung der Propagationskonstanten von Faser- und Resonatormode (Phasenanpassung),
- Übereinstimmung der Polarisation der geführten Fasermode und der Resonatormode an der Resonator-Oberfläche.

Da die evaneszenten Felder beider Fasern auf einer Größenordnung von einigen hundert nm abfallen, muss die Koppelfaser entsprechend nah an den Resonator gebracht werden. Zur Einkopplung wird die Faser auf Höhe der Kaustik senkrecht zur Achse der Resonatorfaser platziert. Um optimale Phasenanpassung zu gewährleisten, muss die Koppelfaser den korrekten Durchmesser haben. Die angesprochene Propagationskonstante β für die Koppelfasermode ist durch den V-Parameter definiert und kann somit durch Änderung der Faserdicke an den in Gleichung (1.14) angegebenen Wellenvektor des Resonators angepasst werden.

Da der Resonator Moden führt, deren Polarisation entweder transversal magnetisch oder transversal elektrisch sind, muss zusätzlich für eine linear polarisierte Mode in der Koppelfaser gesorgt werden. Dadurch wird maximaler Energieübertrag in den Resonator gewährleistet.

Um die Qualität der Kopplung quantitativ beschreiben zu können, müssen zunächst die



Abbildung 1.8: Gezeigt ist die evaneszente Kopplung einer ultradünnen Koppelfaser an einen WGM-Resonator mit den zugehörigen Verlusten und Kopplungsstärken an verschiedene Moden [28].

in Kapitel 1.1 angesprochenen Verluste für den Flaschenresonator klassifiziert werden. Dazu wird das in [28] und [29] vorgestellte Modell zur Beschreibung der Verlustfaktoren verwendet. Die zeitliche Änderung der Energie-Amplitude der Resonatormode a lässt sich durch

$$\frac{da}{dt} = -\frac{1}{2} \left(\sigma_0 + \kappa_0\right) a + i\kappa's \tag{1.24}$$

beschreiben. Hierin ist σ_0 der intrinsische Verlustfaktor des Resonators, der eine Dämpfung der Amplitude pro Umlauf beschreibt und auch die Streuung in den freien Raum beinhaltet. Die Auskopplung aus dem Resonator in die Koppelfaser geht mit dem Faktor κ_0 ein. Die Kopplung von Licht aus der Faser in den Resonator ist mit κ' bezeichnet. Dieser Faktor steht, wie in [29] gezeigt, mit κ_0 im Zusammenhang $\kappa' = \sqrt{\kappa_0}$. Die optische Leistungs-Amplitude der Grundmode im Wellenleiter ist mit *s* bezeichnet.

In Abbildung 1.8 sind schematisch die Ein- und Auskopplung von Faser und Resonator dargestellt. In der Faser überlagert sich Licht, welches mit der Amplitude t_0 transmittiert wird, mit jenem, das nach mehrfacher Reflexion im Inneren des Resonators wieder in die Faser gekoppelt wird. Diese Überlagerung ergibt destruktive Interferenz, da sowohl der Einkoppelvorgang in den Resonator, als auch die Wiedereinkopplung in die Faser einen Phasenschub von $\pi/2$ verursachen. Bei gleichen Leistungen der beiden Teile, bedingt durch das Verhältnis von eingekoppelter Leistung und Verlustraten, fällt die messbare Transmission hinter der Koppelfaser auf Null ab. Diese Konfiguration wird als *kritische Kopplung* bezeichnet. Die angesprochene Transmission kann durch

$$T = \left(\frac{1-K}{1+K}\right)^2 \tag{1.25}$$

beschrieben werden, mit dem Koppelfaktor

$$K = \frac{\kappa_0}{\sigma_0}.\tag{1.26}$$

Für die kritische Kopplung ergibt sich mit T = 0 also K = 1, das heißt die Verluste des Systems entsprechen genau der eingekoppelten Leistung. Der Resonator gilt als *unterkoppelt* für K > 1, was bedeutet, dass weniger Licht in den Resonator eintritt und nach mehrfacher Reflexion wieder in die Faser gekoppelt wird, als am Einkoppelpunkt transmittiert wird ($\kappa_0 > \sigma_0$). Den umgekehrten Fall, dass weniger Licht transmittiert und mehr Licht in den Resonator eingekoppelt wird, nennt man *überkoppelt* (K < 1, $\kappa_0 < \sigma_0$). Da κ_0 exponentiell abhängig ist vom Abstand zwischen Koppelfaser und Resonatorfaser, ist auch der Kopplungsfaktor K eine von der Separation der beiden Fasern abhängige Größe [28]. Die Güte zeigt ebenfalls eine Abhängigkeit vom Abstand der Koppelfaser zum Resonator. Die *intrinsische Güte* des Resonators

$$Q_{\text{intr}} = \frac{2\pi\tau_0}{T_{\text{opt}}} = \frac{2\pi}{T_{opt}\sigma_0},\tag{1.27}$$

wie sie bereits in Gleichung (1.5) besprochen wurde, gilt nur für den ungekoppelten Resonator. Es ergibt sich für die Güte:

$$Q = \frac{2\pi}{T_{opt}(\sigma_0 + \kappa_0)}.$$
(1.28)

Diese Güte ist im Gegensatz zur intrinsischen Güte direkt messbar. Über die Kopplung der Faser an den Resonator kann somit auch bestimmt werden, welche intrinsischen Verluste der Resonator hat. Betrachtet man den Fall kritischer Kopplung, so ergibt sich $\sigma_0 = \kappa_0$ und die kritisch gekoppelte Güte lässt sich zu

$$Q_{\rm krit} = \frac{Q_{\rm intr}}{2} \tag{1.29}$$

bestimmen. Alle in dieser Arbeit angegebenen Gütefaktoren sind, sofern nicht anders angegeben, die kritisch gekoppelten Güten des Flaschenresonators mit Einkopplung durch eine ultradünne Koppelfaser.

1.2 Licht-Atom-Wechselwirkung

Im Jahr 1963 stellten Edwin Jaynes und Fred Cummings ein Modell zur quantenmechanischen Beschreibung der Wechselwirkung eines Dipol-Emitters mit einer einzelnen Mode des Lichtfeldes vor [1]. Da ein Atom im freien Raum mit unendlich vielen Moden wechselwirkt, ist dessen Beschreibung nicht durch das Jaynes-Cummings-Modell möglich. Die Wechselwirkung eines Atoms mit dem Strahlungsfeld eines Mikroresonators ist hingegen durch dieses Modell passend beschrieben, da das Atom vorrangig mit einer einzelnen Resonator-Mode wechselwirkt. Dabei wird spontane Emission in andere Resonator-Moden in der Theorie ebenso vernachlässigt wie Resonator-Verluste durch Absorption oder Streuung. Das Lichtfeld mit n Photonen wird im Rahmen dieser Ein-Moden-Theorie als Fock-Zustand $|n\rangle$ beschrieben, das Atom als Zwei-Niveau-System mit den internen Zuständen $|g\rangle$ (Grundzustand) und $|e\rangle$ (angeregter Zustand). Im folgenden Abschnitt wird nun eine kurze Einführung in die Beschreibung mittels des Jaynes-Cummings-Modells gegeben.

1.2.1 Jaynes-Cummings-Modell

Um einen Hamiltonoperator zu definieren, welcher Atom, Lichtfeld und die Wechselwirkung der beiden quantisiert beschreibt, benötigt man für den jeweiligen Hamiltonian die Auf- und Absteigeoperatoren. Diese sind für das Atom $\hat{\sigma}_+ = |e\rangle\langle g|$ und $\hat{\sigma}_- = |g\rangle\langle e|$, sowie der Besetzungszahloperator $\hat{\sigma}_3 = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$. Für die Beschreibung des Lichtfeldes sind \hat{a} und \hat{a}^{\dagger} die Ab- und Aufsteigeoperatoren. Damit ergeben sich für die jeweiligen Hamiltonoperatoren die Ausdrücke

$$\hat{H}_{\text{Atom}} = \frac{\hbar\omega_0 \hat{\sigma}_3}{2} \tag{1.30}$$

und

$$\hat{H}_{\text{Feld}} = \hbar \omega_L \hat{a}^{\dagger} \hat{a}, \qquad (1.31)$$

sowie für den Wechselwirkungsterm in der Drehwellennäherung, in der mit der Summenfrequenz $\omega_L + \omega_0$ schwingende Terme vernachlässigt werden:

$$\hat{H}_{\rm WW} = \hat{d}\hat{E} = \hbar g(\hat{\sigma}_+ \hat{a} + \hat{\sigma}_- \hat{a}^\dagger). \tag{1.32}$$

Hierbei sind ω_L die Lichtfrequenz, ω_0 die Übergangsfrequenz im Atom zwischen Grundund angeregtem Zustand und g ist die Kopplungsstärke zwischen Atom und Resonator. Des Weiteren sind \hat{d} der Dipoloperator und \hat{E} das elektrische Feld der Lichtwelle. Die beiden Terme in H_{WW} entsprechen der Absorption bzw. der Emission eines Photons, wobei das Atom jeweils seinen inneren Zustand dementsprechend ändert. Somit ergibt sich der Jaynes-Cummings-Hamilton-Operator zu [30]:

$$\hat{H}_{\rm JC} = \hat{H}_{\rm Atom} + \hat{H}_{\rm Feld} + \hat{H}_{\rm WW} \tag{1.33}$$

$$=\frac{\hbar\omega_0\hat{\sigma}_3}{2}+\hbar\omega_L\hat{a}^{\dagger}\hat{a}+\hbar g(\hat{\sigma}_+\hat{a}+\hat{\sigma}_-\hat{a}^{\dagger}).$$
(1.34)

Dressed states

Bei Betrachtung der Eigenzustände dieses Hamilton
operators für den wechselwirkungsfreien Fall (g=0)ist zu
erkennen, dass lediglich die Übergänge

$$|e\rangle|n\rangle \leftrightarrow |g\rangle|n+1\rangle \tag{1.35}$$

 oder

$$|e\rangle|n-1\rangle \leftrightarrow |g\rangle|n\rangle \tag{1.36}$$

möglich sind. Diese Produktzustände werden oft als "bare states", also blanke Zustände bezeichnet, weil sie das Produkt von ungestörtem Atom und Feld sind. Im Gegensatz dazu zeigen sich im gekoppelten System mit der Kopplungsstärke g > 0 die Eigenzustände

$$|n,+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle|n\rangle + |g\rangle|n+1\rangle) \tag{1.37}$$

und

$$|n,-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-|e\rangle|n\rangle + |g\rangle|n+1\rangle), \qquad (1.38)$$

die sogenannten "dressed states". Für diese ist nun die vorhandene Entartung der "bare states" aufgehoben und die Eigenwerte ändern sich dementsprechend zu

$$E_{\pm}(n) = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \pm \frac{1}{2}\hbar\Omega_n, \qquad (1.39)$$

wobei $\Omega_n = 2g\sqrt{n+1}$ die quantisierte Rabifrequenz ist und resonante Kopplung angenommen wurde, also $\omega_0 = \omega_L = \omega$. Diese Aufspaltung der Zustände ist in Abbildung 1.9 dargestellt. Man erkennt, dass bei angeregtem Atom auch ohne ein vorheriges Photon in der Resonator-Mode eine Dynamik des Systems entsteht, es also einen kohärenten Energieaustausch zwischen Resonator und Atom mit der Rabifrequenz gibt. Bei dieser Schwingung handelt es sich um die Vakuum-Rabi-Oszillation.

Die Kopplungsstärke wird beschrieben durch

$$g(\vec{r}) = g_0 \Psi(\vec{r}) = d\sqrt{\frac{\omega}{\hbar\epsilon_0 V}} \Psi(\vec{r}), \qquad (1.40)$$

wobei $\Psi(\vec{r})$ die ortsabhängige Wellenfunktion ist, ϵ_0 die dielektrische Feldkonstante und V das Modenvolumen, für das $V = \int d^3x |\Psi(\vec{r})|^2$ gilt. Außerdem ist g_0 die maximale Kopplungsstärke und $d = \langle e|\hat{d}|g\rangle$ der Erwartungswert des Dipoloperators [31] An dieser Stelle wird besonders klar, warum das in Kapitel 1.1.2 bereits erwähnte, möglichst kleine Modenvolumen eine äußerst wichtige Größe in der Resonator Quanten-Elektrodynamik darstellt.

Die starke Kopplung

Ein System, bestehend aus Atom und Resonator, kann schwach oder stark gekoppelt sein. Die Stärke der Kopplung hängt dabei vom Verhältnis der in Gleichung (1.40) angegebenen Kopplungsstärke zu den Verlusten im Resonator ab. Diese Verluste entstehen durch Streuung und Absorption von Photonen im Resonator, was deren Speicherzeit im Resonator verringert. Wie bereits in Kapitel 1.1 beschrieben ist die Güte Q ein Maß für diese Verluste, woraus sich für einen Flaschenresonator die Rate $\kappa = \omega/2Q = 2\pi \times 0,53$ MHz ergibt. Die zu Grunde gelegte Güte von $Q = 3, 6 \times 10^8$ bei einer Wellenlänge von 780nm wurde bereits mit einem Flaschenresonator erreicht [8]. Eine weitere Quelle von Verlusten entsteht durch die spontane, irreversible Emission von Photonen in andere Resonatormoden, welche durch die Rate $\gamma = 2\pi \times 3$ MHz beschrieben wird [32]. Es ergibt sich also, dass mit

$$(g_0; \gamma; \kappa) = 2\pi \cdot (35, 6; 3; 0, 53) \text{ MHz}$$
 (1.41)



Abbildung 1.9: Darstellung der Eigenzustände des Systems mit (dressed states) und ohne (bare states) Wechselwirkung. Die Aufspaltung betrifft alle Zustände außer dem absoluten Grundzustand und beträgt immer die Rabifrequenz.

eindeutig der Bereich der starken Kopplung erreicht wird $(g \gg (\gamma, \kappa))$. Dabei wurde g nach Gleichung (1.40) für den Übergang $F = 3 \rightarrow F' = 4$ in ⁸⁵Rb berechnet (Termschema ⁸⁵Rb siehe Abbildung A.1 im Anhang). Die verwendeten Werte zur Berechnung der Kopplungsstärke entsprechen den in diesem Experiment vorhandenen Gegebenheiten. In diesem Regime werden die Aufspaltung der Zustände und die Dynamik des Systems untersuchbar, wohingegen bei schwacher Kopplung solche Phänomene nicht aufzulösen sind. Realisiert wurde die starke Kopplung zwischen einem Rydberg-Atom und einem Mikrowellen-Resonator ultrahoher Güte bereits im Jahr 1985 [33].

1.3 Pound-Drever-Hall-Stabilisierungs-Technik

Bei der Verwendung eines Systems aus einem optischen Resonator und einem Laser ist es für viele Anwendungen wünschenswert und nützlich, die Frequenz einer der beiden Komponenten auf die der anderen zu stabilisieren. Diese Stabilisierung wird durch Erzeugung eines Fehlersignals hergestellt, das im Bereich um die Frequenz auf welche stabilisiert werden soll, monoton sein muss. Die Rückführung eines daraus berechneten Korrektursignals regelt dann einen entstehenden Frequenzdrift nach. Eine Möglichkeit ein solches Signal zu erzeugen ist die Pound-Drever-Hall-Technik (Abkürzung: PDH) [10], deren praktische Anwendung im Rahmen dieser Arbeit realisiert wurde und in Kapitel 3.1 erläutert wird. Zunächst folgt jedoch die theoretische Beschreibung dieser Technik.

1.3.1 Theoretische Beschreibung der Stabilisierungs-Technik

Um einen Laser auf die Resonanz eines Fabry-Pérot-Resonators zu stabilisieren wird das Laserlicht in den Resonator eingekoppelt und das transmittierte (oder das reflektierte) Signal wird untersucht. Der Resonator ist hier ein Frequenzfilter, der ausschließlich Licht transmittiert, dessen Frequenz einem ganzzahligen Vielfachen des freien Spektralbereichs $\nu_{\rm F} = c/2L$ entspricht, wobei L die Länge des Resonators ist. Eine Möglichkeit die Frequenz stabil zu halten besteht nun darin, an der Flanke der Resonanz einen Fixwert zu bestimmen. Bei Abweichungen von diesem festgelegten Wert ändert sich die Intensität proportional zur Frequenz und man kann klar definieren wie stark und in welche Richtung durch einen Regelkreis am Laser nachgeregelt werden muss. Problematisch ist bei dieser Technik, dass sich außer der Frequenz und damit der *transmittierten* Intensität auch die Intensität des Lasers selbst ändern kann.



Abbildung 1.10: Zu sehen sind Intensität (a) und Phase (b) des Reflexionskoeffizienten, der in Gleichung (1.42) angegeben ist. In (a) ist außerdem skizziert, dass eine Frequenzvariation (grün) eine Intensitätsänderung (orange) zur Folge hat. Bei höheren Frequenzen als ν_0 ist diese Intensitätsvariation in Phase mit der Änderung der Frequenz, wie in (b) gezeigt ist. Für Frequenzen kleiner als ν_0 ändert sich die Intensität um π außer Phase mit der Frequenz.

Aus diesem Grund ist es sinnvoll eine Technik zu verwenden, die unabhängig von der Laser-Intensität die Frequenzschwankungen minimiert. Dies kann gewährleistet werden, indem man die reflektierte Intensität misst und diese auf Null hält. Durch die kohärente Überlagerung des direkt am Einkoppelspiegel reflektierten Signals mit dem intern vielfach retro-reflektierten Signal entsteht bei der Resonanzfrequenz destruktive Interferenz, da der relative Phasenschub π beträgt und die Amplituden gleich sind, falls es sich um einen verlustfreien Resonator handelt. Dies entspricht der Tatsache, dass die Ableitung des Profils einer Resonanzlinie für Frequenzen größer als die Resonanz ν_0 positiv ist, für Frequenzen kleiner als ν_0 aber negative Werte aufweist (siehe Abbildung 1.10a). Es ist ersichtlich, dass das so produzierte Fehlersignal unabhängig von Fluktuationen der Laser-Intensität ist und sich ausschließlich durch Frequenzdrifts ändert. Da die frequenzabhängige Intensitätsänderung des reflektierten Signals aber symmetrisch

um die Resonanz ist, kann von diesem Wert nicht direkt Rückschluss darauf gezogen werden, ob die Frequenz größer oder kleiner geworden ist. Diese Information erhält man, wie in Abbildung 1.10b zu sehen ist, aus der Phase des reflektierten Strahls.

Die Idee des PDH-Verfahrens ist es nun durch Variation der Frequenz (oder der Phase) auf indirektem Weg an diese Phaseninformation zu gelangen. Betrachtet man beispielsweise eine Variation der Frequenz, so zeigt sich, dass für Frequenzen, die größer sind als die Resonanz eine periodische Änderung der Intensität entsteht, die mit der Frequenzvariation in Phase ist, wie in Abbildung 1.10a angedeutet. Zu kleineren Frequenzen hin ändert sich die Intensität ebenfalls mit der Frequenz, allerdings um π außer Phase. Durch den einfachen Vergleich der Intensitätsänderung mit der Frequenzvariation ist es also möglich, zu entscheiden, in welche Richtung die Laserfrequenz verschoben wurde. Eine kleine Frequenzschwankung um die Resonanz ν_0 ändert dabei das reflektierte Signal nicht stark.

Um diese Technik theoretisch zu beschreiben nutzt man die elektrischen Felder des eingestrahlten $E_{\text{ein}} = E_0 e^{i\omega t}$ und des rückreflektierten Lichts $E_{\text{ref}} = E_1 e^{i\omega t}$, mit den komplexen Amplituden E_0 und E_1 . Der Reflexionskoeffizient ist für einen verlustfreien, symmetrischen Resonator [34]

$$F(\omega) = \frac{E_{\text{ref}}}{E_{\text{ein}}} = \frac{Re^{\frac{2\pi i\nu}{\nu_F}} - R}{1 - R^2 e^{\frac{2\pi i\nu}{\nu_F}}},$$
(1.42)

wobei R die Reflektivität der Spiegel und ν_F der freie Spektralbereich des Resonators ist. Moduliert man die Phase des Strahls vor seinem Eintritt in den Resonator mit der Frequenz Ω , so entstehen Seitenbänder auf dem Signal. In erster Näherung mittels einer Taylor-Entwicklung des elektrischen Feldes, ergeben sich außer dem Träger nur die ersten beiden Seitenbänder:

$$E_{\rm ein} = E_0 e^{i(\omega t + \beta \sin(\Omega t))} \approx E_0 [1 + i\beta \sin(\Omega t)] e^{i\omega t} = E_0 [1 + \frac{\beta}{2} (e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t})] e^{i\omega t}.$$
 (1.43)

Abhängig von der Modulationstiefe β ergibt sich das Verhältnis der Leistungen in Träger (Frequenz ω) und Seitenbändern ($\omega \pm \Omega$). Durch die Näherung werden höhere Terme, die durch Schwebung der ersten Seitenbänder untereinander entstehen, nicht mit einbezogen. Diese haben jedoch keine Relevanz für die praktische Umsetzung der Stabilisierungs-Technik. Um den reflektierten Strahl zu berechnen, kann man die drei Frequenz-Komponenten unabhängig betrachten und für jede die Eingangsfeldstärke mit dem Reflexions-koeffizient bei der entsprechenden Frequenz multiplizieren. Der reflektierte Strahl wird dann beschrieben durch:

$$E_{\rm ref} = E_0[F(\omega)e^{i\omega t} + \frac{\beta}{2}F(\omega+\Omega)e^{i(\omega+\Omega)t} - \frac{\beta}{2}F(\omega-\Omega)e^{i(\omega-\Omega)t}].$$
 (1.44)



(b) PDH-Fehlersignal aus Gleichung 1.47

Abbildung 1.11: In (a) ist die reflektierte Leistung des modulierten Signals gezeigt. Zu sehen sind der Träger, sowie die beiden dazu verschobenen Seitenbänder. Dargestellt ist in (b) das beim Pound-Drever-Hall-Verfahren entstehende Fehlersignal mit der Modulationsfrequenz $\Omega = 42,8$ MHz. Durch den steilen Nulldurchgang auf Resonanz eignet sich das Signal zur Stabilisierung der Frequenzen eines Lasers und eines Resonator aufeinander. Die seitlichen Nulldurchgänge entstehen durch die Seitenbänder, deren Position von der Modulationsfrequenz abhängt.

Die einzig messbare Größe ist jedoch die reflektierte Leistung $P_{\text{ref}} = |E_{\text{ref}}|^2$, die sich mit der Leistung P_c im Träger bei ω und der Leistung P_s in den Seitenbändern bei $\omega \pm \Omega$ zu

$$P_{\rm ref} = P_c |F(\omega)|^2 + P_s \{ |F(\omega + \Omega)|^2 + |F(\omega - \Omega)|^2 \}$$

+ $2\sqrt{P_c P_s} \{ \Re [F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)] \cos \Omega t$
+ $\Im [F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)] \sin \Omega t \} + (\text{Terme} \propto 2\Omega)$ (1.45)

ergibt [34]. Die ersten drei Terme aus Gleichung (1.45) sind in Abbildung 1.11a aufgetragen. Zu sehen sind außer der Mode des Resonators auch die beiden Seitenbänder bei $\pm \Omega$. Die für die Stabilisierung interessanten Terme sind jedoch die mit Ω oszillierenden, da mit diesen die Phase der des rückreflektierten Trägers abgetastet wird. Sie entstehen aus der Schwebung des Trägers mit den modulierten Seitenbändern, die Terme mit 2Ω resultieren aus der Schwebung der Seitenbänder untereinander. Wählt man eine Modulationsfrequenz $\Omega \gg \Delta \nu$, so wird $F(\omega)F^*(\omega+\Omega) - F^*(\omega)F(\omega-\Omega)$ rein imaginär. Dadurch verschwindet der Vorfaktor des Kosinusterms in Gleichung (1.45) und der Sinusterm ist dominant. Um diesen nachzuweisen nutzt man aus, dass

$$\sin\Omega t \sin\Omega' t = \frac{1}{2} [\cos\left((\Omega - \Omega')t\right) - \cos\left((\Omega + \Omega')t\right)]$$
(1.46)

gilt. Da für die entscheidenden Terme $\Omega = \Omega'$ ist, ergibt sich nach dieser Demodulierung das gesuchte Fehlersignal, welches zur Stabilisierung des Lasers auf die Resonanzfrequenz genutzt werden kann. Es enthält die Phaseninformation des reflektierten Lichts. Dadurch verschwindet das Signal bei Resonanz und weist zu höheren bzw. niedrigeren Frequenzen unterschiedliche Vorzeichen auf. Dieses Signal wird durch

$$\epsilon = -2\sqrt{P_c P_s}\Im\left[F(\omega)F^*(\omega+\Omega) - F^*(\omega)F(\omega-\Omega)\right]$$
(1.47)

beschrieben und ist für schnelle Modulationsfrequenzen Ω in Abbildung 1.11b zu sehen. Die experimentelle Anwendung der PDH-Technik wird in Kapitel 3.1 ausführlich erläutert.

2 Das Resonator-QED Experiment

In diesem Kapitel wird auf die experimentelle Umsetzung des Resonator-QED-Experiments im Detail eingegangen. Um Resonator-QED betreiben zu können muss eine möglichst lange Wechselwirkungszeit zwischen dem Lichtfeld des Resonators und dem Atom gewährleistet werden. Aus diesem Grund wird im vorgestellten Experiment die Methode des atomaren Springbrunnens gewählt. Die Grundprinzipien der Magnetooptischen Falle (MOT) und des atomaren Springbrunnens, sowie der Aufbau der Vakuum-Kammer werden daher im Folgenden erläutert. Die Herstellungsmethoden der verwendeten ultradünnen Fasern und des Resonators werden beschrieben, da die Form des Resonators und die Einkopplung mittels der Faser von fundamentaler Bedeutung für das Experiment sind. Des Weiteren wird der für das Experiment verwendete Laseraufbau diskutiert, dessen Justage und Stabilität erst die aktive Stabilisierung des Resonators auf die atomare Übergangsfrequenz der Rubidiumatome möglich macht. Abschließend wird noch der Abpumpvorgang der verwendeten Vakuumkammer besprochen.

2.1 Aufbau des Experiments

Zur Betrachtung der Wechselwirkung von Rubidium-Atomen mit dem Flaschenresonator müssen die Atome gekühlt werden, um ihre Mobilität soweit einzuschränken, dass sie sich für einen ausreichend langen Zeitraum im evaneszenten Feld des Resonators aufhalten. Ein Möglichkeit dies zu gewährleisten ist es, eine MOT über dem Resonator zu erzeugen und diese auf den Resonator fallen zu lassen [35]. Die Tatsache, dass in diesem Experiment ein atomarer Springbrunnens genutzt wird liegt darin begründet, dass die Atome mit dieser Methode längere Zeit im evaneszenten Feld des Resonators verbringen als bei der über dem Resonator erzeugten MOT.

Der Aufbau der zweistufigen Vakuumkammer in Abbildung 2.1 dargestellt. In der oberen Kammer (Resonator-Kammer) befindet sich der aktiv stabilisierte Resonator, der mit den gezielt nach oben beschleunigten Atomen aus der unteren Kammer (MOT-Kammer) wechselwirken soll. Das dünne Rohr zwischen den beiden Kammern soll gewährleisten, dass der Resonator-Aufbau im oberen Teil der Vakuumkammer trotz einer großen Menge Rubidium in der MOT-Kammer, nicht mit diesem beschlet wird. Da die Möglichkeit besteht, dass sich nach oben beschleunigte Atome am Resonator absetzen ist die Option eingeplant, einen CO₂-Laser auf den Resonator fokussieren zu können, um diesen durch Erhitzen zu reinigen. Durch den genutzten Aufbau ergibt sich die Möglichkeit, innerhalb der selben Apparatur unterschiedliche Drücke in den beiden Kammern zu erzeugen, was für die Umsetzung von MOT und Resonator-Atom-Wechselwirkung vorteilhaft ist $(10^{-9} \text{ mbar in der MOT-Kammer, }10^{-10} \text{ mbar in der Resonator-Kammer}).$



Abbildung 2.1: Der Aufbau des Resonator-QED-Experiments mit MOT und atomarem Springbrunnen, sowie Flaschenresonator in der oberen Kammer ist hier dargestellt. Die Abbildung stammt aus [36].

Die MOT und der atomare Springbrunnen

Die Funktionsweise der Magneto-optischen Falle, die in der unteren Kammer erzeugt wird, basiert auf dem Prinzip der Laserkühlung [35, 37]. Bewegt sich ein Atom entgegen eines Laserstrahls, der zur Übergangsfrequenz zweier Atom-Niveaus leicht rotverschoben ist, so kann das Atom ein Photon absorbieren. Diese Absorption ist möglich, da die Frequenz des Lasers für das bewegte Atom größer erscheint, was die ursprüngliche Verstimmung des Lasers ausgleicht. Dadurch entsteht eine rücktreibende Kraft, weil der Photonenimpuls $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ auf das Atom übergeht. Das wieder emittierte Photon kann in alle Raumrichtungen abgestrahlt werden, weshalb im Mittel kein Impulsübertrag auf das Atom entsteht. Damit wird das Atom also durch viele Absorptions- und Emissionszyklen gebremst und somit gekühlt.

Durch eine Konfiguration von sechs Laserstrahlen, die jeweils paarweise entlang einer Koordinatenachse verlaufen, jedoch in entgegengesetzte Richtungen zeigen, kann also für die Atome eine in alle drei Raumrichtungen rücktreibende Kraft gewährleistet werden. Ein Atom in absoluter Ruhe im Schnittpunkt der sechs Strahlen erfährt somit keine effektive Kraft, da sich die Einwirkung der entgegengesetzten Laserstrahlen im Mittel aufhebt. Dieses Prinzip nennt sich auf Grund des ähnlichen Verhaltens der Atome zu Teilchen in einer viskosen Flüssigkeit *optische Melasse* (OM), was in Abbildung 2.2 illustriert ist.



Abbildung 2.2: Links zu sehen ist das Prinzip der optischen Melasse. Die sechs Laserstrahlen haben alle die selbe, gegenüber dem Kühlübergang rot-verstimmte Frequenz ω . Rechts ist das Prinzip des atomaren Springbrunnens verdeutlicht. Die Strahlen werden zueinander um $2\Delta\omega$ verstimmt, wodurch ein bewegtes Bezugssystem für die Atome entsteht und diese nach oben beschleunigt werden. In der Mitte sind die Frequenzen relativ zu den beiden Niveaus des Kühlübergangs dargestellt. Das Bild stammt aus der Arbeit zum Aufbau des atomaren Springbrunnens [36].

Die MOT entsteht nun, indem zusätzlich ein inhomogenes Quadrupol-Magnetfeld angelegt wird, das durch die Zeeman-Aufspaltung die Energieniveaus abhängig vom Magnetfeld verschiebt. Da die Anti-Helmholtz-Spulen einen Magnetfeldgradienten verursachen entsteht eine ortsabhängige Aufspaltung der Niveaus, wodurch eine Kraft hervorgerufen wird, die abhängig von der Position und Bewegungsrichtung Atome in unterschiedlichen Unterniveaus kühlt. Dazu muss die Polarisation der Laserstrahlen jedoch ebenfalls auf entsprechende Übergänge im Atom angepasst werden. Um die MOT im Experiment erzeugen zu können werden so genannte Dispensoren verwendet. Durch das Anlegen eines Stroms werden aus diesen Rubidium-Atome freigesetzt, die dann mittels der genannten Technik gekühlt werden. Hat man mit dieser Methode die Atome gefangen, so ist es möglich, sie durch Frequenzverstimmung der kühlenden Laserstrahlen untereinander zu beschleunigen (siehe Abbildung 2.2). Für den Flug der Atome bestimmt die Stärke der Frequenz-Verstimmung $\Delta \omega$ die Startgeschwindigkeit und damit auch die Flughöhe, da die Wolke aus Atomen einer Parabelbahn folgt, ebenso wie es jedes makroskopische Objekt tun würde, das senkrecht nach oben geworfen wird.

Zusätzlich muss jedoch bedacht werden, dass die Atome einer Gaußverteilung im Ortsund Geschwindigkeits-Raum gehorchen, was dafür sorgt, dass sich die Wolke auf ihrem Flug ausdehnt. Um die Atome in der oberen Kammer nachzuweisen ist die Verwendung eines in einer Dimension aufgeweiteten Laserstrahls nützlich. Mittels eines Photonenvervielfachers (engl: Photomultiplier, Abk: PMT) kann die Fluoreszenz der Atome detektiert werden, die durch diesen Strahl in der oberen Kammer fliegen. Daraus kann die Kalibrierung der nötigen Frequenz-Verstimmung vorgenommen werden, damit die Flughöhe der späteren Resonator-Position entspricht. Außerdem gibt das Fluoreszenz-Profil Aufschluss über die Temperatur, welche die Atome in der MOT haben, bevor sie nach oben beschleunigt werden. Es ergeben sich Temperaturen von 5 – 10 μ K. Der Aufbau und die komplette Beschreibung der Theorie von MOT und atomarem Springbrunen, sowie die Charakterisierung der experimentellen Resultate sind in [36] nachzulesen.

2.2 Der Resonator

Die Herstellung von Koppelfaser und Resonator wird mit einer in der Arbeitsgruppe entwickelten Faserziehanlage vorgenommen, die in Abbildung 2.3 dargestellt ist [27]. Die Grundidee ist es, die Fasern zu erhitzen und dabei an beiden Enden eine Zugspannung anzulegen, was zur Verjüngung der Fasern führt, ohne jedoch die Transmissions-Eigenschaften zu stark zu beeinflussen. Wie bereits in Abschnitt 1.1.5 beschrieben wird im ultradünnen Teil der Faser das Licht dann durch Totalreflexion an der Grenzschicht zwischen Faser und Luft geführt. Um die Transmission möglichst hoch halten zu können muss auf die Adiabasie des Übergangs besonderen Wert gelegt werden. Die in diesem Experiment verwendete Koppelfaser hat einen Taillen-Durchmesser von 500 nm und die Transmission liegt bei über 90%. Die Koppelfaser¹ wird mit einer H_2O_2 -Flamme erhitzt und während sie kontinuierlich durch die ortsfeste Flamme bewegt und gedehnt wird. Der Resonator² hingegen wird mit einem auf den Fasermittelpunkt fokussierten CO_2 -Laser erhitzt. Dies ist nötig, da die Mikrostrukturierung durch kurzes Einstrahlen des Lasers und gleichzeitiges Ziehen erzeugt wird. Diese punktuelle Erwärmung wird an zwei Punkten der Faser im Abstand von etwa 150 µm vorgenommen und ist mit dem Laser genauer als mit der Flamme. Die 200 µm dicke Faser wird dazu zunächst auf etwa 32 - 33 um verjüngt. Anschließend wird an diesem dünnen Part die erwähnte Mikrostrukturierung vorgenommen, die der Faser dann ihre typische Flaschenform gibt, was in Abbildung 2.4a zu sehen ist. Nun kann durch gezieltes Einstrahlen noch die Krümmung des Flaschen-Resonators verändert werden. Strahlt man den Laser für einige Zeit bei einer Leistung ein, die hoch genug ist um das Glas aufzuweichen, so zieht es sich auf Grund der Oberflächenspannung zur Mitte hin, zum dicksten Punkt der Flasche. Somit ändern sich der Zentraldurchmesser und die Krümmung des Flaschenresonators. Zu deren Bestimmung wird noch in der Ziehanlage ein Bild aufgenommen und über die bekannte Pixelbreite der verwendeten Kamera kann das Profil des Resonators ausgelesen werden. An dieses Profil lässt sich das in Gleichung (1.9) angegebene, theoretische Profil des Resonators anpassen. Zu sehen sind das Profil des im Vakuum verwendeten Resonators und die angepasste Funktion in Abbildung 2.4c. Der in diesem Experiment verwendete Resonator hat im Zentrum einen Durchmesser von $d_0 = 37,6 \,\mu\text{m}$ und eine Krümmung von $\Delta k = 0,023 \, \mathrm{u} m^{-1}$.

In Abbildung 2.4 sind Bilder des Übergangs und des Resonatorprofils zu sehen. Der steile Übergang wurde so gewählt, weil die Durchstimmbarkeit der Frequenz des Resonators von der Änderung des Resonator-Durchmessers abhängt. Wird nun das Dickenprofil der Faser so gewählt, dass sich der Durchmesser innerhalb eines kurzen Bereichs ($\sim 5 \text{ mm}$)

¹Die verwendete Faser ist vom Typ F-SF der Firma Newport

 $^{^2 \}mathrm{Die}$ Resonator-Faser wird hergestellt von der Firma Ceramoptec und ist vom Typ PWF 200T



Abbildung 2.3: Darstellung der Ziehanlage von vorne (a) und von der Seite (b). Zu sehen ist die H_2O_2 -Flamme, welche zum Ziehen der Koppelfaser genutzt wird. Während des Ziehprozesses kann die Faser mittels des Objektivs beobachtet werden. Gleichzeitig wird die Transmission mit einer Photodiode überwacht. In der Seitenansicht erkennt man den auf die Fasermitte fokussierten CO_2 -Laser, der zum Ziehen und Mikrostrukturieren des Resonators benutzt wird.

recht stark ändert (von 200 μ m auf ~ 30 μ m), so ist die Zugkraft auf den dünnen Teil, also den Resonator, besonders groß. Dies definiert die hohe Durchstimmbarkeit der Frequenz des Resonators [24].

2.2.1 Der Resonator-Aufbau im Vakuum

Die Form des Resonator-Halters wurde bereits in der Arbeit [16] so optimiert, dass dessen Resonanzfrequenzen möglichst außerhalb des für die Frequenz-Stabilisierung entscheidenden Bereich liegen. Das selbe Design wird auch im Vakuum verwendet. Hier hängt der Resonator-Aufbau allerdings umgedreht und der Resonator selbst ist um einen Winkel von 20 Grad zur Vertikalen geneigt. Die Neigung vergrößert die Wechselwirkungs-Zone für das Atom im evaneszenten Feld des Resonators. Der Aufbau hängt "kopfüber" um den optischen Zugang zu gewährleisten und die Atome auf ihrem Weg zum Resonator gegebenenfalls noch manipulieren zu können. In Abbildung 2.5 ist der Kupferblock zu sehen, an dem der Resonator-Aufbau befestigt ist. Der Block selbst liegt mit den Flächen links und rechts auf zwei Balken im Inneren der Resonator-Kammer auf. Zur



Abbildung 2.4: (a) Bild eines typischen Resonators. (b) Hier ist der Übergang von der unbehandelten Faser (links) zum verwendeten Faserprofil für den Resonator dargestellt. In der Mitte ist der 37,6 µm dicke Resonator zu erkennen. Diese ist unscharf, da sie lediglich einen Durchmesser von 500 nm hat und nicht im Fokus des Objektivs liegt. Das aus einem Bild des Resonators extrahierte Profil und die daran angepasste Funktion sind in (c) zu sehen. Es ergibt sich $r_0 = 18, 8$ µm und eine Krümmung von $\Delta k = 0,023$ µm.

Dämpfung liegen je zwei Viton-Ringe zwischen Block und Balken. Diese Dämpfung des Systems wird vorgenommen, da mechanische Schwingungen der Koppelfaser im Vakuum nicht durch Umgebungsluft gedämpft sind, wie es bei der Stabilisierung an Luft der Fall ist. Durch die Schwingungisolation mittels des Vitons wird das System nicht unnötig zu Schwingungen angeregt. Am Kupferblock ist der Resonatorhalter verschraubt. Auf diesem Halter sind die beiden piezoelektrischen Aktuatoren³ (Scherpiezos) verklebt, welche über einen Spannungsbereich von ± 250 V jeweils eine Längenänderung von 10 µm liefern. Auf diesen speziellen Vakuum-Scherpiezos klebt eine Aluminium-Platte, damit bei Entfernen eines Resonators die Piezos selbst nicht zerstört werden. Um die negative Beeinflussung des Drucks minimal zu halten wurden zur Fixierung der Piezos und ebenso zur Verbindung von Kabeln mit den Piezo-Kontakten Klebstoffe verwendet, die äußerst

³Firma PI Ceramic, Typ PAXY+049 (Vakuum-Version des P141.10)



Abbildung 2.5: Darstellung des Resonator-Aufbaus in der Kammer. Am Kupferblock sind die attocube-Nanopositionierer befestigt. Darauf ist der Koppelfaserhalter verschraubt. Blau eingefärbt ist die Koppelfaser, orange gefärbt die Resonator-Faser. Im Anhang sind weitere Bilder des Aufbaus zu sehen (Abbildungen A.4 und A.5)

niedrige Ausgas
raten vorweisen⁴. Die beiden Enden der Resonator-Faser werden auf den Metall-Platten verklebt⁵.

Um die Koppelfaser relativ zum Resonator bewegen zu können sind am Kupferblock Nanopositioniereinheiten der Firma attocube systems befestigt⁶. Diese sind ebenfalls speziell für Vakuum-Anwendungen entwickelt und haben eine Bewegungsspanne von 5 mm. Direkt am Block befestigt ist der z-Positionierer (z-attocube), mit dem die Koppelfaser entlang der Resonatorachse verschoben werden kann. Auf diesem ist der x-Positionierer (x-attocube) verschraubt, mit welchem der Abstand der Koppelfaser zum Resonator verändert wird. Beide Mechanismen sind von entscheidender Bedeutung, da eine sehr genaue räumliche Positionierung unabdingbar für die evaneszente Kopplung von Faser und Resonator ist.

Der Halter, auf dem die Koppelfaser verklebt ist, befindet sich in einer Halterung am xattocube und ist einseitig mit einem Biege-Piezo versehen. Dadurch kann die Spannung

 $^{^4 \}text{Die}$ Klebstoffe H70E, bzw. H21D der Firma Epotek haben beide einen Gesamt-Massenverlust von unter 1%.

⁵Für die vorliegenden Versuche wurde der UV-härtende Klebstoff Optic-Fix der gleichnamigen Firma verwendet, um die Fasern zu verkleben.

 $^{^{6}\}mathrm{ANPx101/NUM}$ und ANPz101/NUM der Firma attocube systems

der Faser erhöht werden, was trotz der bereits recht hohen Vorspannung, auf welche die Koppelfaser in der Ziehanlage gebracht wird, zwingend notwendig ist. Bei Bewegung der attocube-Nanopositionierer kann es zum Überschießen der Faser kommen, da einer der beiden Bewegungsmodi nach dem slip-stick-Prinzip funktioniert. Dabei ist das Ausdehnungsprofil des intern im Positionierer verbauten Piezo ein Sägezahnprofil, d.h. der Piezo dehnt sich aus und verschiebt somit den Schiebetisch des Positionierers. Anschließend wird er schnell wieder kontrahiert, wodurch der Tisch an seiner Position bleibt und der Piezo wieder im Ausgangszustand ist. In diesem *step*-Betrieb muss also dafür gesorgt werden, dass die Faser bei der schnellen Ausdehnungsänderung des Piezo nicht mit allzu großer Amplitude zum Schwingen angeregt wird. Diese Amplitude wird durch erhöhte Faserspannung stärker gedämpft. Des Weiteren ist es über Änderung der Gleichspannung am Piezo möglich, diesen in einem Spannungsbereich von 100 V über insgesamt etwa 5 µm auszudehnen. Die verwendete Steuereinheit liefert allerdings nur 70 V, wodurch sich die mögliche Ausdehnung auf etwa 3,5 µm verringert.

Durch Kombination dieser beiden Modi kann im vorgestellten Aufbau die Faser nahe genug an den Resonator gebracht werden, ohne bei jeder Verschiebung der Faser einen Kontakt zwischen dieser und dem Resonator herzustellen.

2.3 Das Lasersystem

Zur aktiven Frequenzstabilisierung des Resonators wird ein Laser benötigt, der seinerseits stabil auf der Ubergangsfrequenz von 780 nm der Atomniveaus $F = 3 \rightarrow F' = 4$ läuft (⁸⁵Rb-Term-Schema in Abbildung A.1). Der verwendete Laser⁷ (DL Pro) ist über den Diodenstrom, die Temperatur der Diode oder einen Piezo in der Frequenz durchstimmbar. Der Piezo sorgt für die Verkippung eines Beugungs-Gitters, dass in der verwendeten Littrow-Konfiguration die erste Beugungsordnung in die Diode zurück reflektiert und somit Ein-Moden-Betrieb möglich macht [38]. Wie in Abbildung 2.6 zu sehen, wird das Licht des DL Pro zunächst an einem polarisationsabhängigen Strahlteiler (engl: Polarizing Beam Cube, ABk: PBC) aufgespalten. Der reflektierte Teil verläuft in einer Doppel-Pass-Konfiguration durch einen akusto-optischen Modulator (AOM), mit welchem die Frequenz und Amplitude des Strahls variiert werden kann. Dabei wird die Lichtwelle an einer im Inneren des AOM-Kristalls erzeugten Stehwelle gebeugt. Intensität und Frequenz des austretenden Strahls werden dabei durch die Frequenz und Amplitude dieser Schallwelle im Medium bestimmt. Die genannte Konfiguration ist nötig, da eine Frequenzänderung mittels des AOM einer Anderung des Beugungswinkels entspricht. Auf Grund einer in den Strahlengang eingebrachte $\lambda/4$ -Platte, ist die Polarisation des Strahls auf dem Rückweg zum Strahlteiler genau senkrecht zur vorherigen, weshalb der Strahl dieses mal transmittiert statt reflektiert wird.

Das am ersten Strahlteiler reflektierte Licht trifft nach der zweifachen Durchquerung

 $^{^7\}mathrm{DL}$ Pro der Firma Toptica mit einer typischen Linienbreite von 100 kHz und einer maximalen Leistung von 100 mW


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung des Freistrahl-Laseraufbaus des DL Pro, der für Abstands- und Frequenz-Stabilisierung, sowie zur Bereitstellung des später verwendeten Probe-Lichts verwendet wird.

des AOM in eine Box zur dopplerfreien Absorptionsspektroskopie⁸ (CoSy). Mittels dieser Einheit kann der Laser nun auf die gewünschte Frequenz stabilisiert werden. Im Inneren der CoSy wird der Strahl durch eine Glaszelle mit Rubidiumgas geschickt und nach einer Reflexion und erneuter Durchquerung auf einer Photodiode detektiert. Da das Gas Licht bei den Rubidium-Übergangsfrequenzen absorbiert, erhält man bei Frequenzvariation ein Absorptionsspektrum, das durch das zweifache Passieren der Gaszelle keine Dopplerverbreiterung aufweist. Nutzt man nun einen PI-Regelkreis, so kann die Frequenz durch Nachregelung der Piezo-Spannung aktiv auf einem fest definierten Wert des ⁸⁵ Rb-Spektrum gehalten werden.

Am ersten Strahlteiler wird jedoch nur ein Teil des Lichts reflektiert. Das restliche Laserlicht wird erneut aufgeteilt und mit der selben Doppel-Pass-Konfiguration werden drei verschiedene, durch AOMs in Frequenz und Amplitude steuerbare Pfade aufgebaut. Das Licht wird nach den AOM-Durchquerungen in Fasern eingekoppelt und mittels polarisationserhaltender Fasern zum zweiten Tisch gebracht, was in Abbildung 2.7 zu sehen ist. Der in Abbildung 2.6 als *Probe* bezeichnete Laserarm wird später mit Leistungen im pW-Bereich zur Untersuchung der Atom-Resonator-Kopplung genutzt, dient bis dahin aber auch zur Untersuchung der Fontäne in der oberen Kammer (siehe Abschnitt 2.1). In den beiden verbleibenden Armen des Aufbaus werden die Strahlen vor der Einkopp-

⁸Compact Doppler Free Spectroscopy Unit 4.0 für Rubidium der Firma TEM Messtechnik



Abbildung 2.7: Schema des Faseroptischen Aufbaus: AS steht für den Laser zur Abstandsstabilisierung, FS für den Laser zur Frequenzstabilisierung. Die mit I bezeichneten Photodioden symbolisieren die für den jeweiligen Strahl implementierte Intensitätsstabilisierung. Die mit APD bezeichnete Photodiode ist eine Verstärkte Lawinenphotodiode, mit der das Transmissionssignal hinter der Kopplung der Faser an den Resonator aufgenommen wird. Mit den $\lambda/2$ - und $\lambda/4$ -Platten werden die Polarisationen der jeweilige Pfade angepasst.

lung noch mittels elektro-optischer Modulatoren (EOM) phasenmoduliert. Dies dient der in Kapitel 3 bzw. Kapitel 4 erläuterten Frequenz-, respektive Abstands-Stabilisierung. Ein EOM wird dabei von einem Lokaloszillator mit 35,7 MHz getrieben, der andere mit 42,8 MHz.

Nach der Einkopplung wird mittels eines Faser-Aufbaus die Überlagerung der unterschiedlichen Pfade vorgenommen. Wie in Abbildung 2.7 zu sehen ist, werden zunächst Teile der Leistung der Strahlen zur Abstands- und Frequenz-Stabilisierung abgespalten und auf je eine Photodiode gegeben. Die Signale dieser Dioden werden genutzt um die Intensität des jeweiligen Strahls aktiv zu stabilisieren. Dazu wird bei Änderung der gemessenen Leistung am AOM des jeweiligen Strahlengangs die Amplitudenmodulation so angepasst, dass die Intensität immer auf den Sollwert zurückgeregelt wird. Damit kann eine etwaige Schwankung der Einkopplung des Laserlichts kontinuierlich ausgeglichen werden. Die Bandbreite der verwendeten Intensitätsstabilisierung liegt bei etwa 50 kHz, wodurch auch für kurze Messzeiten von einigen Millisekunden eine äußerst stabile Intensität gewährleistet werden sollte.

Die anderen beiden Pfade der Faser-Strahlteiler werden dann mit den beiden Eingängen eines 50/50 Kombinierers verbunden. Die Faser-Strahlteiler und -kombinierer sind bidirektional und können somit für beide Anwendungen (aufteilen und kombinieren) genutzt werden. Im gesamten Faser-Aufbau gibt es zwei unterschiedliche Methoden der Verbindung zweier Fasern. Einerseits besteht die Möglichkeit zwei Fasern mit FC-Steckern durch einen Adapter zu verbinden, was besonders für konfektionierte Fasern sinnvoll ist. Bei blanken Faserenden wird jedoch meist eine Spleissung vorgenommen. Dies bedeutet, dass durch hohe Temperaturen zwei Faserenden thermisch verschmolzen werden. Der Verlust bei einem solchen Spleiss ist äußerst gering.

Durch die Kopplung in polarisationserhaltende Fasern (PM-Faser, engl: polarisation maintaining fiber) wird das Licht vom Laser-Tisch zum Vakuum-Tisch gebracht. Um

sowohl für die Stabilisierungs-Laser, als auch für den Probe-Laser die Polarisation in der Koppelfaser mittels $\lambda/2$ - und $\lambda/4$ -Platten anpassen zu können, müssen die Laser noch einmal aus der Faser ausgekoppelt und durch die Polarisationsoptik geschickt werden. Dies ist nötig um die Kopplung an die zu untersuchende Resonator-Mode zu optimieren. Nach der Wiedereinkopplung wird auch der Probe-Laser auf eine Photodiode zur Intensitätsstabilisierung gegeben. Mittels eines 1/99-Kombinierers werden nun beide Pfade verbunden und an die Koppelfaser gespleisst, mit der im Vakuum das Licht in den Resonator eingekoppelt wird. Um während der Stabilisierungsphase die Einzelphotonenzähler (SPCM, engl: Single Photon Counting Module) zu schützen ist hinter der Kopplung noch ein optischer Schalter eingebracht. Dieser schaltet, durch einen TTL-Puls gesteuert, die Transmission zwischen zwei verschiedenen Ausgängen. Die SPCMs werden später für die Untersuchung der Licht-Atom-Wechselwirkung genutzt, wenn nur pW-Leistungen in der Faser sind. Auch vor der Faser-Resonator-Kopplung befinden sich zwei SPCMs, da das Atom nach der Absorption eines Photons auch in die Rückrichtung in die Faser emittieren kann.

2.4 Auspumpen der Vakuumkammer

Bei der Erzeugung des Ultrahochvakuum werden für Resonator- und MOT-Kammer je eine Turbo-Pumpe und eine Ionenpumpe verwendet. Der Abpumpvorgang wird dabei bis zu einem Druckbereich von etwa 10^{-7} mbar mit den Turbo-Pumpen vorgenommen. Die Ionen-Pumpen können erst in niedrigen Druckbereichen arbeiten, und werden somit erst angeschaltet, wenn entsprechende Drücke schon vorhanden sind. Durch das Einbringen des Resonator-Aufbaus in die Kammer verschlechtert sich die Pumprate auf Grund der Ausgasung einzelner Bauteile. Zwar sind alle Teile zuvor in einem separaten Vakuum-Ofen ausgebacken, allerdings liefert dieser lediglich 10^{-3} mbar. Trotz der Tatsache, dass die Komponenten nach dem Ausbacken in einer Stickstoff-Atmosphäre verpackt sind, bis sie in der Kammer verbaut werden, sind offensichtlich wieder Gase in diverse Bauteile hinein diffundiert. Man erkennt in Abbildung 2.8 die Unterschiede der Pumpraten für die leere und volle Kammer. Beim Pumpen ohne alle Komponenten des Resonator-Aufbaus ist recht schnell der für die Ionenpumpen nötige Druck erreicht. Nach dem Einbringen des Kupferblocks inklusive aller Resonator-Komponenten zeigt sich eine enorme Verschlechterung der Rate, die durch Ausgasung einzelner Komponenten bedingt ist. Indem die Komponenten nacheinander entfernt werden und immer wieder die Pumprate überprüft wird, kann das problematische Bauteil identifiziert werden.

Einerseits scheinen die Piezo-Aktuatoren ein gewisses Maß an Ausgasung zu verursachen, die größte Problem-Quelle sind allerdings die attocube-Positionierer. Ein Ausheizen der gesamten Resonator-Kammer bei etwa 50° C zeigt jedoch eine Verbesserung der Pumpgeschwindigkeit. Die Temperatur kann im aktuellen Aufbau nicht über 61° C erhöht werden, da dies die Glasübergangstemperatur des bis dato verwendeten Klebstoffes zur Befestigung der Fasern ist [39].

Trotz der geringen Temperatur zeigt sich nach dem Ausheizen, dass sich die Resonator-



Abbildung 2.8: Unterschiedliche Pumpraten: Ohne alle Bauteile des Resonator-Aufbaus wird in weniger als einem Tag ein Druck von unter $1 \cdot 10^{-7}$ mbar erreicht (rot). Zum Vergleich ist mit allen Teilen ein Druck von mehr als $1 \cdot 10^{-6}$ mbar nach einem Tag zu erwarten, weshalb der Pumpvorgang vorzeitig beendet wurde (blau). Die resultierende Druck-Kurve zeigt, dass mit Ausheizen der gesamten Kammer inklusive aller Bauteile bei etwa 50° C der Pumpvorgang beschleunigt wird (grün). In der grünen Kurve zeigt sich ein abrupter Anstieg, der durch das Einschalten der Rubidium-Dispensoren bedingt ist.

Spannung verringert hat. Die Vermutung liegt nahe, dass die Temperatur beim Heizen am Punkt des Resonator-Halters nicht exakt der mittels Thermistoren gemessenen Temperatur am Äußeren der Kammer entspricht. Durch die Erhitzung wird der Kleber weich und der recht stark gespannte Resonator zieht sich durch die Klebepunkte zusammen. Bei der Abkühlung verhärtet der Klebstoff wieder und die mechanische Spannung des Resonators ist geringer als zuvor. Dies schränkt die Möglichkeit der Durchstimmbarkeit des Resonators auf nur etwa 15% des gesamten Piezo-Spannungsbereiches ein, da der Resonator nur mit etwa 190 V vorgespannt betrieben werden kann.

Ergänzend ist zu erwähnen, dass in Abbildung 2.8 die grüne Pumpkurve einen starken Anstieg am rechten Ende der Kurve aufweist. Dieser entsteht durch Einschalten des Dispensor-Stroms, wodurch die abgelagerte Oxidschicht von diesen entfernt wird. Dies wird schon während des Pumpens mittels der Turbo-Pumpen vorgenommen, damit die später hinzu geschalteten Ionen-Pumpen nicht verschmutzt werden.

3 Aktive Frequenzstabilisierung des Flaschenresonators

Da der Resonator mit der Übergangsfrequenz der D2-Linie von ⁸⁵Rb resonant sein soll, während sich die Atome in seinem evaneszenten Feld befinden, muss eine aktive Frequenz-Stabilisierung implementiert werden. Diese, bereits in Abschnitt 1.3.1 theoretisch beschriebene Stabilisierungs-Methode, wird in ihrer technischen Umsetzung in diesem Kapitel erläutert. Die Ergebnisse der Stabilisierung an Luft und im Vakuum werden vorgestellt und diskutiert. Auf Grund der Tatsache, dass der zur Stabilisierung verwendete Laser-Strahl während des Resonator-QED-Experiments ausgeschaltet werden muss, ändert sich die Lichtintensität in der Faser abrupt. Dadurch ist eine Temperaturänderung in der Resonator-Faser zu erwarten. Um die daraus entstehende Verschiebung der Resonanzfrequenz des Flaschenresonators bestimmen zu können, wird mittels eines Abtast&Halte-Schaltkreises eine Messreihe zur leistungsabhängigen Frequenzänderung durchgeführt.

3.1 Anwendung des Pound-Drever-Hall-Verfahrens im Experiment

Das Pound-Drever-Hall-Fehlersignal wurde bereits in Kapitel 1.3.1 theoretisch hergeleitet:

$$\epsilon = -2\sqrt{P_c P_s} \Im \left[F(\omega) F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega) F(\omega - \Omega) \right].$$
(3.1)

Um es praktisch nutzen zu können, müssen die theoretisch besprochenen Umformungen elektronisch umgesetzt werden. Die Frequenz des Resonators wird auf den Laser stabilisiert, der seinerseits durch die in Abschnitt 2.3 angesprochene CoSy-Box bereits stabil auf der D2-Linie von ⁸⁵Rb-Übergangs-Frequenz läuft. Dazu wird mittels der Scher-Piezos durch Variation der anliegenden mechanischen Spannung der Resonator-Faser die Resonanzfrequenz des Flaschenresonators verändert. Die Amplitude dieses Scans muss dabei so gewählt werden, dass sich die Frequenz um das Minimum der Resonanzlinie einer Mode des Resonators ändert. Durch diese Änderung um die Resonanzfrequenz kann der Nulldurchgang des Fehlersignals detektiert werden, der zu Stabilisierung auf die Resonanzfrequenz nötig ist. Auf Resonanz wird das Licht aus der ultradünnen Faser in den Resonator eingekoppelt, wodurch ein Einbruch im Transmissions-Signal entsteht.

In Abbildung 3.1 ist das zur Erzeugung der Stabilisierung verwendete elektronische Schema zu sehen. Durch die Phasen-Modulation mittels des in Abschnitt 2.3 angesprochenen



Abbildung 3.1: Schema der Schaltung zur aktiven Frequenzstabilisierung. Grün eingefärbt sind die zur Erzeugung des PDH-Fehlersignals wichtigen Bauteile.

elektro-optischen Modulators (EOM), getrieben von einem Lokaloszillator¹ (LO), entstehen die nötigen Seitenbänder auf dem Signal. Zusammen mit diesen Seitenbändern ergibt sich das typische Transmissions-Signal, dass dann auf einer Photodiode detektiert werden kann (siehe Abbildung 3.2a). Die Leistung des LO-Signals wird dabei durch einen Verstärker² erhöht (Verstärker I in Abbildung 3.1).

Die verwendete Photodiode ist eine Lawinenphotodiode (engl: Avalanche Photo Diode, Abk.: APD), die zusätzlich noch verstärkt wird. Die Sensitivität dieser Hochverstärkungs-APD sorgt dafür, dass bereits bei Leistungen von einigen nW ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis der Transmission gewährleistet werden kann. Dieses Signal wird nun an einen Mischer³ gesendet, der die notwendige Multiplikation der Signale von Photodiode und Lokaloszillator übernimmt, die in Gleichung (1.46) beschrieben wurde. Dadurch wird das aus der Photodiode stammende Signal demoduliert und man erhält das Gleichspannungs-Signal aus Gleichung (3.1). Vor dem Mischer muss hier ein weiterer Verstärker eingebaut werden⁴ (Verstärker II in Abbildung 3.1).

Typischerweise ist es noch nötig, für eine Phasenanpassung der Signale von LO und Photo-Detektor zu sorgen, um zu gewährleisten, dass tatsächlich beide Terme einem Sinus entsprechen und nicht relativ zueinander phasenverschoben sind. Dies kann durch einen Phasenschieber realisiert werden, ist aber auch durch einfache Anpassung der Kabellänge zwischen den beiden Pfaden möglich. Das so erhaltene Fehlersignal wird dann in einen PI-Regelkreis gegeben, im Folgenden "Lockbox" genannt [40]. Mittels dieser Lockbox kann nun der Punkt, auf welchen stabilisiert werden soll genau bestimmt werden und bei Umschalten von Scan- auf Stabilisierungs-Modus wird das Fehlersignal zur Nachrege-

¹POS-50 bzw. POS-75 der Firma MiniCircuits (Schaltplan Abbildung A.2)

²MiniCircuits, Modell ZFL-1HAD

³Typ SRA-1 von MiniCircuits (Schaltplan Abbildung A.3)

⁴MiniCirsuits, Modell ZFL-500LN+

lung der Spannung am Piezo des Resonators genutzt. Ändert sich die Resonanzfrequenz des Resonators also durch äußere Einflüsse, so wird am Piezo die Spannung angepasst, um den Resonator immer mit der Übergangsfrequenz von Rubidium resonant zu halten. Der Regelkreis sorgt dafür, dass das Fehlersignal immer auf Null bleibt, was dem Minimum an Transmission entspricht, also maximaler Einkopplung in den Resonator. Im Folgenden werden die Ergebnisse und die Genauigkeit dieser Stabilisierung diskutiert.

3.1.1 Ergebnisse an Luft

Der an Luft verwendete Aufbau zur aktiven Stabilisierung ist leicht verschieden von dem in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Vakuum-Aufbau. Der Resonatorhalter ist identisch mit dem im Vakuum verwendeten und auch der Halter für die Koppelfaser ist in seiner Form dem Vakuum-Halter ähnlich. Zur Positionierung der Fasern relativ zueinander wird ein System verwendet, was analog zu den beschriebenen attocube-Positionierern mit Schrittmotoren und einem zusätzlichen Piezoantrieb versehen ist. Zusätzlich zu den im Vakuum veränderbaren Achsen, kann die Faser in diesem Aufbau nicht nur entlang der Resonator-Achse und auf den Resonator zu bewegt werden, sondern auch noch die Fasertaille seitlich relativ zum Resonator in Position gebracht werden. Mit diesem, dem Vakuum-Aufbau vergleichbaren System, wurden erste Stabilisierungserfolge verzeichnet [41]. Eine untersuch te Mode mit $Q = 1,05 \cdot 10^8$ ist in Abbildung 3.2a dargestellt. Die aufgetragene Transmission ist dabei normiert auf den Maximalwert des Signals im nicht-resonanten Fall. Diese Normierung wird für alle folgenden Transmissions-Messungen vorgenommen. Das zugehörige Pound-Drever-Hall-Fehlersignal (Abbildung 3.2b) entsteht aus der mittels einer resonanten Photodiode aufgenommenen Transmission in der oben angegebenen Weise. Es handelt sich hierbei ebenfalls um eine Lawinenphotodiode, deren verstärkender Schaltkreis jedoch frequenzselektiv arbeitet. Somit sorgt diese Schaltung bei 42,8 MHz für erhöhte Verstärkung. Die verwendeten Leistungen betragen bei dieser Messung mit der resonanten Photodiode $1-2\,\mu W$, was für ein sehr gutes Signal-Rausch-Verhältnis sorgt.

Um die verbliebene Frequenzschwankung während der Stabilisierung zu charakterisieren, ist es nötig an das Transmissions-Signal des Trägers eine Lorentz-Kurve der Form

$$U(\nu) = U_0 + \frac{2A}{\pi} \frac{\Delta\nu}{4(\nu - \nu_0)^2 + \Delta\nu^2}$$
(3.2)

anzupassen. Hier sind $\Delta\nu$ die Halbwertsbreite der Kurve, A die Amplitude, ν_0 die Resonanzfrequenz und U_0 ein Offset auf der Spannungsachse, das der maximalen Leistung entspricht. Dazu wird zuvor die Zeitachse über den bekannten Abstand von 85,6 MHz der Seitenbänder untereinander zu einer Frequenzachse geeicht. Für die Mode aus Abbildung 3.2a ergibt sich hieraus eine Linienbreite von $\Delta\nu = 3,66$ MHz, woraus die angegebene Güte von $Q = 1,05 \cdot 10^8$ berechnet wird.

Aus der Lorentz-Kurve erhält man nicht nur die Linienbreite $\Delta \nu$ der Mode, sondern



Abbildung 3.2: Das Profil einer Mode mit $Q = 1,05 \cdot 10^8$ an Luft ist in (a) dargestellt. Die Transmission ist dabei auf das Maximum normiert. Die Seitenbänder der Phasen-Modulation mittels des EOM bei $\Omega = \pm 42,8$ MHz sind erkennbar. Die Lorentz-Funktion, die an die Daten angepasst wurde ist orange gefärbt. In (b) ist das zugehörige Pound-Drever-Hall-Signal dargestellt.

auch die Umkehrfunktion

$$\nu(U) = \nu_0 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2A\Delta\nu}{(U - U_0)\pi} - \Delta\nu^2},$$
(3.3)

mit der man jede Änderung der Intensität des Photodiodensignals in eine Schwankung der Frequenz entlang der Transmissions-Flanke umrechnen kann (vergleiche Abbildung 1.10a). Hierdurch ist es möglich eine mittlere Frequenz-Schwankung zu berechnen, welche durch die Standardabweichung $\delta\nu$ quantifiziert wird. Bei Stabilisierung auf den eigentlichen Nulldurchgang des PDH-Signals ändert sich die Transmission um die Resonanzfrequenz, durchschreitet also immer wieder das Minimum. Dadurch wirkt das Rauschen kleiner, als es auf der Flanke der Fall ist. Aus diesem Grund wird zur Untersuchung des Rauschens bewusst auf einen Punkt der Resonanzlinie stabilisiert, wo Frequenzänderungen keinen Abfall auf das Minimum der Transmission bewirken.

Zu erwähnen ist, dass die Bandbreite der Stabilisierung bei diesen Messungen durch einen 4 kHz-Filter am Ausgang der Lockbox limitiert ist. Dieser Filter wird verwendet, um höhere Frequenzkomponenten über 10 kHz zu dämpfen, welche sich durch mechanische Resonanzfrequenzen einzelner Bauteile ergeben könnten. Der Graph in Abbildung 3.3 zeigt, dass sich die Frequenz auf einer Zeitskala von 6 ms im Mittel um $\delta \nu = \pm 96$ kHz ändert, was etwa 5% der Linienbreite der Mode entspricht. Diese Zeit von 6 ms ist um mehr als das 20 fache größer als die durch den Filter limitierte Reaktionszeit der Stabilisierung. Der Regelkreis sollte also in der untersuchten Zeitspanne in der Lage sein, auf Störungen am System zu reagieren. Diese Ergebnisse an Luft zeigen, dass die Stabilisierung mittels des PDH-Verfahrens grundsätzlich funktioniert. Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, dass diese Technik auch mit einem Flaschenresonators innerhalb einer Vakuum-Umgebung erfolgreich anwendbar ist.



Abbildung 3.3: Die Frequenzschwankung, berechnet aus dem Transmissions-Signal der stabilisierten Mode aus Abbildung 3.2a ist für eine Zeit von 6 ms aufgetragen. In orange ist die Standardabweichung um $\delta \nu = \pm 96 \,\text{kHz}$ zu sehen.

3.1.2 Ergebnisse im Vakuum

Bei der Frequenz-Stabilisierung eines Flaschenresonators im Vakuum muss im Vergleich zur Regelung an Luft bedacht werden, dass sich thermische Effekte, ebenso wie mechanische Schwingungen der Koppelfaser, durch die nicht vorhanden Kühlung und Dämpfung von Luft stärker auswirken können. Die Anwendung des an Luft bereits erprobten Systems zur PDH-Stabilisierung wurde im Rahmen dieser Arbeit im Ultrahoch-Vakuum umgesetzt, womit sich die folgenden Abschnitte befassen.

Das transmittierte Signal einer Resonator-Mode mit ultrahoher Güte von $Q = 1, 42 \cdot 10^8$ innerhalb eines Ultrahochvakuums von etwa $2 \cdot 10^{-9}$ mbar ist in Abbildung 3.4a zu sehen. Die Linienbreite dieser Mode im unterkoppelten Bereich ergibt sich mittels der Anpassung der Lorentz-Funktion aus Gleichung (3.2) zu $\Delta \nu = 2,35$ MHz. Aus dem Transmissionssignal entsteht nach dem Mischer das in Abbildung 3.4b zu sehende Fehlersignal. Es ist die charakteristische Form des Pound-Drever-Hall-Signals zu erkennen, mit den um je 42,8 MHz zum Träger nach links und rechts verschobenen Nulldurchgängen der Seitenbänder. Bei Vergleich der PDH-Signale in den Abbildungen 3.2b und 3.4b der Messungen an Luft, bzw. im Vakuum, fällt auf, dass das Signal-Rausch-Verhältnis des Fehlersignals im Vakuum schlechter ist, als das der Messung an Luft. Dies liegt darin begründet, dass eine andere Photodiode genutzt wird, und die verwendeten Leistungen des Stabilisierungs-Strahls mit etwa 30–40 nW wesentlich geringer sind. Zur Stabilisierung ist dieses Signal aber ebenso geeignet wie das mit der resonanten Photodiode aufgenommene. Der Vorteil, mit solch geringen Leistungen arbeiten zu können, liegt darin, dass sich thermische Effekte auf die Resonanzfrequenz bei geringen Leistungen weniger problematisch auf das Resonator-QED-Experiment auswirken, was in Abschnitt 3.1.3 genauer erläutert wird.

Wie bereits in Kapitel 1.1.5 erwähnt ändert sich die Linienbreite einer Mode mit dem



Abbildung 3.4: (a) Normiertes Modenprofil einer Mode mit $Q = 1, 42 \cdot 10^8$, gemessen im Ultrahoch-Vakuum. Die Seitenbänder der Phasen-Modulation mittels des EOM bei $\Omega = \pm 42, 8$ MHz sind erkennbar. Die an die Daten angepasste Lorentz-Funktion, aus der sich die Halbwertsbreite der Mode zu 2,7 MHz ergibt, ist orange gefärbt. Die Mode befindet sich bei dieser Messung im unterkoppelten Bereich. (b) Pound-Drever-Hall-Fehlersignal der Mode. Die seitlichen Nulldurchgänge entsprechen den Seitenbändern der Modulation, der mittlere dem Träger.

Abstand von Koppelfaser und Resonator. Stabilisiert man die Distanz der Koppelfaser zum Resonator nicht aktiv, so ergeben sich Abstands-Drifts. Aus diesem Grund sind die hier gezeigten Messungen im unter- bzw. überkoppelten Bereich aufgenommen. Die Daten in Abbildung 3.5 dienen der Analyse der Stabilisierungs-Qualität und stammen aus dem überkoppelten Bereich. Unmittelbar nach dieser Stabilisierungs-Messung werden das Transmissions- und Fehlersignal-Signal erneut aufgenommen. Die Linienbreite der Mode ist hier mit $\Delta \nu = 4,78$ MHz größer als durch die in Abbildung 3.4a mittels der angepassten Lorentz-Funktion bestimmte Linienbreite im unterkoppelten Bereich, was durch den geringeren Faser-Abstand zum Resonator hervorgerufen wird. Es wird wieder auf die Flanke der Resonanzlinie stabilisiert, um das Frequenzrauschen möglichst realistisch analysieren zu können.

Die Tatsache, dass ein unterkoppeltes Signal mit $Q = 1, 42 \cdot 10^8$ und ein überkoppeltes Signal mit $Q = 8,05 \cdot 10^7$ aufgenommen wurden, zeigt, dass die intrinsische Güte des Resonators mit einem Wert von $Q_{intr} \approx 2Q > 10^8$ im ultrahohen Bereich liegt.

Um nun über die Qualität der Regelung Aussagen machen zu können, wird auch hier die Standardabweichung des stabilisierten Transmissions-Signals berechnet. Sie beträgt $\delta\nu = \pm 172$ kHz, was weniger als 7 % der Linienbreite der überkoppelten Mode entspricht. Es ist also möglich über einen Zeitraum von 50 ms die Frequenz des Resonators bis auf etwa 350 kHz genau zu stabilisieren. Diese Zeit entspricht dem fünffachen der durch einen 100 Hz-Tiefpass-Filter am Ausgang der Lockbox limitierten Reaktionszeit der Regelung. Dieser Filter schränkt die Bandbreite der Stabilisierung zwar ein, ist aber notwendig, da sich starke Frequenzkomponenten bei 400 Hz auf dem stabilisierten Transmissions-Signal zeigen. Genauere Analyse der Frequenzen, die das Signal stören folgt in Abschnitt 3.1.4. In Kapitel 4 wird anhand weiterer Messungen gezeigt, dass auch eine wesentlich längere Frequenzstabilisierung problemlos möglich ist.

Mit der erzielten Stabilität der Resonanzfrequenz sollte eine stabile Untersuchung der Licht-Atom-Wechselwirkung im späteren Resonator-QED-Experiment möglich sein, da



Abbildung 3.5: Die Frequenzschwankung im stabilisierten Zustand beträgt mit einer Standardabweichung von $\delta \nu = \pm 172 \text{ kHz}$ lediglich etwa 7 % der überkoppelten Linienbreite von 4,78 MHz, was durch gestrichelte Linien (orange) eingezeichnet ist. Die untersuchte Mode entspricht der in Abbildung 3.4a gezeigten Mode, allerdings im überkopelten Bereich.

die Schwankung von $\delta \nu \approx 350 \,\text{kHz}$ nur etwa 6% der natürlichen Linienbreite $\Gamma_{D2} = 2\pi \cdot 6,07 \,\text{MHz}$ der D2-Linie von ⁸⁵Rb beträgt.

3.1.3 Thermisch induzierter Frequenzdrift

Um in der geplanten Sequenz für das Resonator-QED-Experiment den Resonator auf der korrekten Frequenz zu halten, obwohl der Stabilisierungs-Laser ausgeschaltet werden muss, wird ein sogenannter Abtast&Halte-Schaltkreis (engl: Sample&Hold, Abk: S&H-Kreis) genutzt. Die Grundidee dieser Schaltung ist es, das Signal der Lockbox an den Piezo weiterzugeben, solange der S&H-Kreis auf Sample läuft. Wird nun durch ein logisches Signal der Kreis auf Hold umgeschaltet, so wird der letzte Spannungswert der am Eingang des Schaltkreises anlag, konstant gehalten, bis wieder zurück auf den Sample-Modus geschaltet wird. Somit wird es später möglich sein, den Stabilisierungs-Laser auszuschalten und den Resonator auf Resonanz mit dem dann eingeschalteten Probe-Laser zu halten. Der Wechsel auf den Probe-Laser ist nötig, da die Leistungen des zur Regelung verwendeten Lasers viel zu hoch sind für die geplante Untersuchung der Licht-Atom-Wechselwirkungen. Da aber durch das Abschalten des Stabilisierungs-Lasers ca. 40 nW weniger Licht-Leistung in dem Resonator sind (der Probe-Laser wird nur bei einigen pW laufen), ist ein temperaturabhängiger Effekt auf die Resonanzfrequenz nicht auszuschließen. Dieser Temperatur-Effekt ist im Vakuum stärker als an Luft, da die gesamte, vom Glas aufgenommene thermische Energie über die Faser selbst dissipieren muss und die Faser nicht durch Umgebungsluft abkühlen kann.

Die Anderung der Temperatur sorgt für eine Anderung des Brechungsindex und der optischen Weglänge im Glas, wodurch sich die Resonanzfrequenz verschiebt [42]. Um diesen Effekt zu quantifizieren, wird die in Abbildung 3.6 dargestellte Schaltung genutzt.



Abbildung 3.6: Schema der Sample&Hold-Schaltung, die zum Test des temperaturabhängigen Frequenzdrifts verwendet wird.

Das Transmissions-Signal wird durch die APD detektiert und am Oszilloskop, welches zur Datenaufnahme genutzt wird, dargestellt. Mittels der bereits beschriebenen Elektronik-Bauteile wird das PDH-Signal erzeugt, welches dann am Lockbox-Eingang anliegt. Der Ausgang der Lockbox durchläuft den S&H-Kreis und wird zunächst zu dem Scher-Piezo des Resonators in der Vakuumkammer durchgeschleift. Bei Start der Sequenz liefert der Computer ein logisches Signal und der Schaltkreis hält dauerhaft den letzten Eingangswert, wodurch eine konstant bleibende Zugspannung am Piezo anliegt.

In Abbildung 3.7 ist ein Graph dieser Messung für 50 nW Laserleistung zu sehen, der mittels des Sample&Hold-Schaltkreises aufgenommen wurde. Das blaue Signal ist die Transmission durch die Faser und für Zeiten t < 0s und t > 0,46s ist der Resonator wie in den vorherigen Abschnitten beschrieben in der Frequenz stabilisiert. Ab dem Zeitwert "0" übernimmt der S&H-Kreis, und eine konstante Spannung wird statt dem Lockbox-Signal an den Piezo weitergegeben. Die Laserleistung durch die Faser wird in diesem Moment mittels des AOM abgeschaltet und nach jeweils 5 ms wird das Licht zur Abfrage der aktuellen Resonator-Frequenz für 15 µs wieder angeschaltet. Man erkennt in Abbildung 3.7a bereits, dass sich die Maxima der Transmissionspeaks für die Laser-Pulse mit der Zeit ändern.

Die Messung wird für unterschiedliche Leistungen im Bereich von 15 nW bis 120 nW durchgeführt um den leistungs- und temperaturabhängigen Drift untersuchen zu können. Für einige der Leistungen wird eine leicht abgewandelte Sequenz verwendet, bei welcher das Licht für 15 ms ausgeschaltet wird und dafür jeder Puls eine Länge von 50 µs hat. Somit bleibt die während der Sequenz durch die Pulse in den Resonator eingekoppelte Leistung für die beiden Sequenzen vergleichbar. Das Fehlersignal verhält sich dabei in allen Messungen gleich, es ergeben sich immer negative Werte (siehe Abbildung 3.7b). Wie in Abbildung 3.8c zu sehen ist, bedeutet ein vom Nullpunkt zu negativen Werten

verschiebendes Fehlersignal, dass die Frequenz sich zu höheren Werten hin ändert. Dies ist der zu erwartende Effekt, denn eine Änderung der Temperatur zu kleineren Werten bewirkt eine Verringerung des Brechungsindex des Quarzglases [42]. Bei geringerem Brechungsindex ist jedoch die optische Weglänge d des Lichts im Inneren des Resonators kleiner. Da $\nu \propto d^{-1}$ gilt, erwartet man bei Abkühlung des Resonators den zu sehenden Drift zu größeren Frequenzen.

In Abbildung 3.8d sind die Maximal-Werte der Fehlersignal-Peaks der ersten sechs Punkte aus Abbildung 3.7b nochmals aufgetragen. Die äußerst geringen Fehler in der Zeit ergeben sich aus der Breite der Peaks und die Ungenauigkeit der Amplitude des Signals wird aus der Standardabweichung des Fehlersignals im stabilisierten Zustand bestimmt. Zusätzlich werden noch Messungen vorgenommen, bei denen zwar statt des Lockbox-Signals ein fester Spannungswert vom Sample&Hold-Kreis anliegt, aber der Laser nicht ausgeschaltet wird. Somit lässt sich verifizieren, dass der Drift nicht von äußeren Einflüssen stammt, sondern durch die im Resonator fehlende Laserleistung hervorgerufen ist. In einigen dieser Messungen zeigt sich zwar auch ein Drift der Resonatorfrequenz, dieser ist jedoch vernachlässigbar klein gegenüber der Frequenzänderung bei ausgeschaltetem Laser. Außerdem verschiebt die Frequenz bei diesen Messungen nicht immer in die gleiche Richtung, was zeigt, dass es sich hier nicht um einen systematischen Effekt handelt.

Um den Frequenz-Drift genauer zu untersuchen, wird analog zur Quantifizierung des Frequenzrauschens der Stabilisierung im vorherigen Abschnitt eine Umrechnung mittels der an die Mode angepassten Lorentz-Funktion vorgenommen.

Nachdem die Lorentz-Funktion an die Daten des Modenprofils angepasst ist (siehe Abbildung 3.8a), können mittels der Umkehrfunktion aus Gleichung (3.3) die Maximal-Werte der Peaks, bei denen die Laserleistung angepulst ist, in einen Frequenzdrift relativ zum Minimum der Transmission umgerechnet werden, was in Abbildung 3.8b gezeigt ist. An die daraus entstehenden Datensätze wird zur Untersuchung des thermischen Drifts eine Funktion der Form

$$\nu_{\text{Drift}}(t) = A \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \tag{3.4}$$

angepasst, mit dem Vorfaktor A und der thermischen Zeitkonstanten τ . Die Daten werden jedoch auf jene Punkte eingeschränkt, deren Frequenzdrift noch geringer als die Linienbreite der Mode ist. Dies ist nötig, da sich die Transmission bei weiterer Frequenzverschiebung von der Resonanz nicht mehr ändert und so der Drift nicht mehr aus den Daten abgelesen werden kann. Zu sehen ist dies in Abbildung 3.7a, wo etwa ab dem Zeitpunkt t = 0, 1 s kein weiterer Drift mehr aufzulösen ist.

Da der physikalische Prozess der Temperaturänderung immer der selbe ist, sollte sich für die verschiedenen Leistungen jeweils die gleiche thermische Zeitkonstante τ ergeben. Um dieses τ zu bestimmen wird für die Datensätze bei 15 nW und 20 nW die Exponentialfunktion aus Gleichung (3.4) an die Daten angepasst. Bei beiden Datensätzen ist der Drift über die Zeit von 460 ms geringer als die Linienbreite der Mode, wodurch die Frequenzverschiebung komplett aufgelöst werden kann. Es ergeben sich die Werte $\tau_{15} = 111$ ms und $\tau_{20} = 99$ ms, weshalb nun für alle Leistungen die Anpassung der Funk-



(b) Fehler-Signal bei temperaturabhängigem Drift

Abbildung 3.7: (a) Normierte Transmission während der Messung mittels des S&H-Kreises bei 50 nW Leistung. Zum Zeitpunkt Null wird die Laserleistung abgeschaltet und der S&H-Kreis hält statt der Stabilisierung einen konstanten Spannungswert. In (b) ist das Fehlersignal dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Lockbox den Resonator nach Abschalten des Hold-Modus wieder auf Resonanz bringt. Obwohl die Frequenz um mehr als eine Linienbreite der Mode gedriftet ist, befindet sich das Signal noch im Einfang-Bereich der Stabilisierung.

tion an die Daten mit deren Mittelwert $\overline{\tau} = 105 \text{ ms}$ vorgenommen wird. Dieser Wert ist damit in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen für Mikrosphären ($\tau \approx 165 \text{ ms}$ aus [43]) und für den Flaschenresonator an Luft ($\tau \approx 15 \text{ ms}$ aus [44]).

Aus diesen Datensätzen ergibt sich dann mit $\tau = \overline{\tau}$, abhängig von der jeweiligen Leistung der Parameter A, welcher den leistungsabhängigen Drift charakterisiert. Der Drift im linearen Bereich ist durch die Rate

$$R = \frac{A}{\overline{\tau}} \tag{3.5}$$

abzuschätzen, mit dem Fehler

$$R = \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{\overline{\tau}}\right)^2 + \left(\frac{A\Delta\tau}{\overline{\tau}^2}\right)^2}.$$
(3.6)

Der Fehler ΔA ergibt sich aus der Abweichung der Daten von der angepassten Funktion und $\Delta \tau = \pm 6 \text{ ms}$ ergibt sich aus der Bestimmung des Mittelwerts $\overline{\tau}$. Für die Messung mit 50 nW Leistung sind die Daten und die angepasste Funktion in Abbildung 3.8b dargestellt, wobei auch hier die Fehler in der Zeit aus der Peakbreite und die Fehler



Abbildung 3.8: (a) zeigt die normierte Modenstruktur und (c) das PDH-Fehlersignal der Mode mit einer Güte von $4, 2 \cdot 10^7$. Man erkennt, dass zunehmende Frequenz das PDH-Signal von der Null zu negativen Werten der Amplitude ändert. In (b) ist die an die ersten sechs Datenpunkte aus Abbildung 3.7a angepasste Exponentialfunktion aus Gleichung (3.4) für festes $\overline{\tau} = 105$,ms gezeigt. (d) zeigt, dass das Fehlersignal bei angepulstem Laser negative Werte aufweist.

in der Amplitude durch die Standardabweichung des stabilisierten Transmissions-Signal bestimmt sind.

Da die Frequenz bei höheren Leistungen schnell driftet, sind für einige Messungen nur wenige Punkte zur Anpassung der Funktion (3.4) verfügbar, weshalb auch die Ungenauigkeit bei der Bestimmung von A in diesen Fällen größer ist. In Abbildung 3.9 ist die Rate R in Abhängigkeit der Leistung aufgetragen. Es ist in dem untersuchten Leistungsbereich ein linearer Zusammenhang zwischen dem Frequenzdrift und der verwendeten Leistung zu erkennen. Die Ungenauigkeit bei der Bestimmung der Leistung geht mit $\Delta P = \pm 5$ nW in den Graph ein.

Zur Bestätigung, dass der Frequenzdrift tatsächlich durch den Temperatur-Effekt in der Resonator-Faser ausgelöst ist, wird noch die Frequenzstabilität des zum Schalten der Strahl-Leistung verwendeten AOM überprüft. Der AOM wird dazu im kalten Zustand eingeschaltet. Nach Einschalten des AOM dauert es etwa 4 Minuten, bis sich seine Temperatur, und damit die Frequenz stabil eingestellt hat. In dieser Zeit driftet die Laser-Frequenz bei fester Spannung der Amplituden- und Frequenz-Modulation des AOM um weniger als 1,5 MHz. Anschließend bleibt sie stabil. Beim Schalten des AOM auf Zeitskalen von Millisekunden sollte sich die Frequenz durch den AOM selbst also nur äußerst gering ändern, weshalb bei den Ergebnissen von einem Temperatureffekt in der Resonator-Faser ausgegangen wird.

Da die Stabilisierung der Resonator-Frequenz schon mit Leistungen von 10–20 nW sehr



Abbildung 3.9: Zu sehen ist hier der durch das Abschalten der Laserleistung entstehende Frequenzdrift $R = A/\overline{\tau}$, aufgetragen gegen die zur Stabilisierung verwendete Leistung.

gut funktioniert (gleiche Stabilisierungs-Qualität wie in Abbildung 3.5 für für Messung mit 30–40nW), wird im späteren Resonator-QED-Experiment mit solch geringen Leistungen gearbeitet werden. Dies hat zur Folge, dass der thermische Frequenzdrift mit weniger als 0.5 MHz während einer Sequenz von 5 ms vergleichsweise gering ist. Er beträgt weniger als 10 % der natürlichen Linienbreite der D2-Linie von ⁸⁵Rb.

Durch den linearen Zusammenhang im Bereich der vermessenen Leistungen ist auch eine Vorkopplungs-Schaltung (engl: Feed Forward) denkbar. So könnte ein elektronischer Schaltkreis implementiert werden, welcher über den Zeitraum der Resonator-QED-Sequenz den leistungsabhängigen Drift R kompensiert. Dazu muss der Schaltkreis eine mit der thermischen Zeitkonstanten τ skalierende Spannungsänderung am Scher-Piezo bewirken. Somit würde jegliche thermisch induzierte Verschiebung der Resonator-Frequenz egalisiert.

3.1.4 Resonanzen des Systems und Langzeitdrift

Bei der Umsetzung der Stabilisierung ergeben sich einige Schwierigkeiten, auf deren experimentelle Auswirkungen hier eingegangen werden soll. Wie in Kapitel 2 bereits erwähnt, muss die Vakuumkammer auf Grund der starken Ausgasung der eingebrachten Komponenten während des Auspumpens geheizt werden. Durch diesen Heizprozess weicht der für die Resonatorfaser verwendete Klebstoff auf und durch die größere Ausdehnung des Aluminiumhalters gegenüber der Glasfaser schiebt sich der Resonator durch den Kleber. Kühlt das gesamte System wieder ab, so verhärtet der Klebstoff wieder und der Resonator hat nicht mehr die selbe mechanische Spannung wie vor dem Heizprozess. Aus diesem Grund steht mit dem eingebrachten Resonator nicht der gesamte Scanbereich der Scherpiezos für Messungen zur Verfügung. Vielmehr muss der Resonator mit einem der beiden Piezos vorgespannt werden, um evaneszente Kopplung möglich zu machen. So



Abbildung 3.10: Das FFT-Signal einer Transmissions-Messung während der Frequenz-Stabilisierung. Das stabilisierte Signal wurde über eine Zeit von 20s aufgenommen.

sind mindestens 190 V von 250 V nötig um den Resonator auf einer Spannung zu halten, die Messungen zulässt. Durch Anpassung des Halters oder Wahl eines Klebstoffes, der eine höhere Glasübergangstemperatur aufweist, könnte diese Problematik beim Einsetzen eines neuen Resonators verhindert werden. Die Glasübergangstemperatur definiert die Temperatur, bei welcher der Klebstoff beginnt vom festen in den flüssigen Zustand überzugehen [39]. Für das Haltermaterial wäre Kovar (FeNiCo) eine Alternative zu Aluminium, da seine thermische Ausdehnung der von Glas entspricht. Problematisch sind jedoch die magnetischen Eigenschaften von Kovar, wohingegen das bisher verwendete Aluminium nicht-magnetisch ist.

Eine weitere Problematik, die sich ergibt, sind mechanische Resonanzen, welche die Stabilisierung stören. Um diese zu untersuchen, wird eine schnelle Fourier-Transformation (engl: Fast Fourier Transform, Abk: FFT) des Transmissions-Signals einer Mode im Frequenz-stabilisierten Zustand durchgeführt. Die in Abbildung 3.10 zu sehenden starke Resonanz bei 400 Hz scheint ebenso eine mechanische Resonanz der zum Koppeln verwendeten Glasfaser zu sein, wie auch diejenigen bei 150 Hz, 650 Hz und 800 Hz. Diese Vermutung liegt nahe, da in einem anderen Experiment in der Arbeitsgruppe zur Untersuchung lichtinduzierter Kräfte zwischen ultradünnen Glasfasern die selben Resonanzen beobachtet wurden [45]. Diese zeigten eine Abhängigkeit von der mechanischen Spannung der ultradünnen Faser. Um diese Resonanzen durch den elektronischen Regelkreis nicht zusätzlich anzuregen wird der erwähnte 100 Hz-Tiefpass-Filter in das System integriert. Die Unterdrückung durch den 100 Hz-Filter beträgt bereits bei 1 kHz einen Wert von $-20 \,\mathrm{dB}$, weshalb höhere Frequenzen die Stabilisierungs-Qualität nicht stark beeinflussen sollten.

Bei den Messungen zur Frequenzstabilisierung konnte eine Mode zunächst nur für einen begrenzten Zeitraum untersucht werden. Dies liegt darin begründet, dass sich die attocube-Nanopositionierer im Betrieb leicht aufheizen. Die Temperaturänderung der attocubes überträgt sich auf den Kupferblock und von dort auf den Halter der Resonatorfaser. Durch diese Temperatureinflüsse auf den Resonator-Aufbau verschiebt sich die Resonanzfrequenz des Flaschenresonators kontinuierlich. Da außerdem wie angesprochen nur ein kleiner Teil des gesamten Spannungsbereichs der Scherpiezos zur Untersuchung der Moden nutzbar war, konnte so eine Mode nur für einige wenige Stunden beobachtet werden. Nachdem an den attocube-Positionierern nun dauerhaft eine definierte Spannung anliegt ist das Problem des Langzeitdrifts gelöst und es kann über beliebig lange Zeiträume mit einer Mode experimentiert werden. Dies ist äußerst wichtig für die Umsetzung des Resonator-QED-Experiments, insbesondere für die Möglichkeit der Abstandsstabilisierung von Koppelfaser und Resonator, die im folgenden Kapitel 4 besprochen wird.

4 Abstandsstabilisierung der Koppelfaser

Nach der Stabilisierung der Resonator-Frequenz wird hier nun auf die aktive Kontrolle des Abstands zwischen Koppelfaser und Resonator eingegangen. Durch diese kann dauerhaft eine kritische Kopplung des Resonators gewährleistet werden, wodurch die in den Resonator eingekoppelte und aus dem Resonator ausgekoppelte Leistung konstant bleiben. Diese Stabilisierung soll dafür sorgen, dass eine manuelle Nachregelung des Abstandes von Koppelfaser und Resonator entfällt. In diesem Kapitel wird dementsprechend auf das Konzept und die technische Umsetzung dieser Stabilisierung eingegangen. Zusätzlich werden Ergebnisse zur Analyse der Qualität dieser Regelung dargestellt und diskutiert.

4.1 Konzept und Umsetzung der Abstandsstabilisierung

Durch die Frequenzstabilisierung kann gewährleistet werden, dass bei festem Abstand zwischen Koppelfaser und Resonator, dessen Resonanzfrequenz mit der gewünschten Übergangsfrequenz in Rubidium übereinstimmt. Ändert sich nun aber der Abstand zwischen Koppelfaser und Resonator, so ändert sich die in den Resonator eingekoppelte Leistung. Bei der Implementierung der Frequenzstabilisierung sind solche langsamen Abstandsänderungen der Koppelfaser zum Resonator zu erkennen, was beispielsweise durch Drifts der Piezo-Auslenkung hervorgerufen werden kann. Auch Temperaturänderung könnte im verwendeten Aufbau für leichte Ausdehnung oder Kontraktion einzelner Bauteile sorgen, und somit den Abstand der Koppelfaser zum Resonator ändern. Die Auswirkungen solcher Abstandsschwankungen stellten für die evaneszente Kopplung an einen WGM-Resonator bislang eine erhebliche Problematik dar. Die Anwendung einer aktiven Abstandsstabilisierung liegt nahe, da sie die experimentelle Handhabung von evaneszenter Kopplung verbessern und vereinfachen kann.

Bei der Abstandsstabilisierung wird ebenfalls das Pound-Drever-Hall-Verfahren verwendet, jedoch nicht auf den Nulldurchgang, sondern auf einen abstandsabhängigen Punkt des Signals zwischen dem Träger und einem Seitenband stabilisiert, wie in Abbildung 4.1 gezeigt ist.

Das PDH-Signal ist bei einer Frequenz ν_d , die zwischen dem Nulldurchgängen von Träger und Seitenband liegt, also leicht von der Resonanzfrequenz verschoben ist, von dem Abstand *d* der Koppelfaser zum Resonator abhängig. Dies liegt darin begründet, dass das PDH-Signal Information über die Phasenverschiebung zwischen dem in den Resonator eingekoppelten Licht (Träger) und dem am Koppelpunkt direkt transmittierten Licht (Seitenbänder) beinhaltet. Die bei der Frequenz ν_d aus dem Träger eingekoppelte Lichtleistung hängt nun von der Breite der Resonanzlinie $\Delta \nu$ ab. Wird die Mode breiter, so wird immer mehr Licht des Trägers bei ν_d in den Resonator eingekoppelt, was das PDH-Signal auf Grund der Phasen-Abhängigkeit ändert. Die Breite der Resonanzlinie ist abhängig vom Koppelfaktor K. In Unterkopplung ist die Linienbreite klein, wird zur Überkopplung hin aber immer größer. Durch die Abhängigkeit des Koppelfaktors vom Abstand d zwischen Faser und Resonator ($K \propto e^{-\gamma d}$ [28]) ändert sich das PDH-Fehlersignal bei ν_d abstandsabhängig.

Vor diesem Hintergrund lässt sich zeigen, dass sich das PDH-Signal bei ν_d bis zu einem gewissen Abstand bei starker Überkopplung monoton mit dem Abstand d ändert (siehe Abbildung 4.1). Besonders der monotone Signal-Verlauf um die kritische Kopplung ist dabei wichtig für die geplante Stabilisierung, damit eine eindeutige Richtung für die nötige Nachregelung des Abstands festgelegt werden kann. Aus diesem Grund wird der genannte Teil des PDH-Signals zur aktiven Stabilisierung des Abstandes von Koppelfaser und Resonator gewählt.



Abbildung 4.1: Durch Änderung der Kopplungsstärke mittels der Variation des Verhältnisses der Reflekivitäten eines Fabry-Pérot-Resonators, kann die Abstandsabhängigkeit des PDH-Signals für den Flaschenresonator untersucht werden. Für fünf unterschiedliche Kopplungsstärken ist jeweils das PDH-Signal aufgetragen. Man erkennt eine monotone Abhängigkeit des PDH-Signals im markierten Bereich, bei der Frequenz ν_d . Daraus folgt auf Grund der Analogie von Fabry-Pérot- und Flaschenresonator für letzteren eine monotone Abhängigkeit vom Abstand der Koppelfaser.

Die PDH-Signale lassen sich dabei durch die Analogie zwischen einem Fabry-Pérot-Resonator und dem verwendeten WGM-Resonator beschreiben. Hierzu wird statt des Reflexionskoeffizienten für einen symmetrischen Resonator aus Gleichung (1.42) der Koeffizient für einen asymmetrischen, verlustfreien Fabry-Pérot-Resonator genutzt [34]:

$$F = \frac{-r_1 + r_2 e^{i2\pi\nu/\nu_F}}{1 - r_1 r_2 e^{i2\pi\nu/\nu_F}}.$$
(4.1)

Hierbei sind r_1 Amplituden-Reflexionskoeffizienten des Einkoppelspiegels und r_2 der Amplituden-Reflexionskoeffizienten des zweiten Spiegels. Durch die Wahl von $r_2 > r_1$ sorgt man dafür, dass der Resonator überkoppelt ist, im umgekehrten Fall ist er unterkoppelt. Für $r_1 = r_2 = r$ erhält man den kritisch gekoppelten Fall. Somit kann das PDH-Signal abhängig vom Verhältnis r_1/r_2 untersucht werden, was analog zur Änderung der Kopplungsstärke ist. Dieses Verhalten ist in Abbildung 4.1 zu sehen.



Abbildung 4.2: Zwei zueinander verschobene Pound-Drever-Hall-Fehlersignale. Sie werden bei unterschiedlichen Frequenzen moduliert um sie nach der Detektion wieder unterscheiden zu können. Das blaue wird zur Frequenz-Stabilisierung genutzt und bei 37,5 MHz moduliert, das orange gefärbte dient der Abstands-Stabilisierung und ist bei 42,8 MHz moduliert. Ist die Frequenz aktiv auf den zentralen Nulldurchgang des blauen Fehlersignals stabilisiert, so ergibt sich für diese feste Frequenz ein abstandsabhängiger Wert des orangen PDH-Signals.

Um nun gleichzeitig die Frequenz des Resonators und den Abstand der Koppelfaser stabilisieren zu können, ist es nötig, dass das Signal zur Abstands-Stabilisierung in der Frequenz verschoben ist zum Frequenz-Stabilisierungs-Signal. Somit kann auf die Resonanzfrequenz der Mode stabilisiert werden, bei welcher das Abstands-Fehlersignal einen Wert aufweist, der ungleich Null ist und von der Distanz der Koppelfaser abhängt. Dargestellt ist dies in Abbildung 4.2, wo das blaue Signal zur Frequenzstabilisierung dient und das orange Signal für die Regelung des Abstandes verwendet wird.

Die praktische Umsetzung geschieht, indem zusätzlich zum Frequenz-Stabilisierungs-Strahl ein weiterer Teil des DL Pro-Lichts für die Abstands-Regelung abgespalten wird, was in Abschnitt 2.3 bereits beschrieben wurde. Wie in Abbildung 4.3 zu sehen, ist auch dieses Licht mittels eines EOM phasenmoduliert, allerdings bei einer anderen Frequenz, damit die beiden Signale nach der Detektion auf der selben APD mittels zweier elektronischer Mischer wieder separat demoduliert werden können. Die notwendige Frequenz-Verschiebung der Signale zueinander wird mittels der in den Strahlengängen platzierten AOMs durchgeführt. Im Experiment entspricht dies einer Verschiebung in der Frequenz von etwa 20 MHz. Andert sich nun der Abstand zwischen Koppelfaser und Resonator, so kann dies mittels des PDH-Signals detektiert werden und unter Verwendung eines PI-Regelkreises am internen Piezo des attocube-Positionierers der Abstand nachgeregelt werden. Da die vorhandene Steuerung der attocubes allerdings keinen analogen Eingang zur Änderung der DC-Spannung des Piezo bereitstellt, muss die Stabilisierung über digitale Computer-Schnittstellen geregelt werden. Dazu wird das Signal aus der Lockbox mittels einer DAQ-Karte¹ (Daten-Erfassungs-Karte, engl: Data Acquisition Card) am Computer eingelesen und nach der Mittelung über eine einstellbare Anzahl an Punkten wird das Signal an das attocube-Steuergerät (ANC350) weitergeleitet (siehe Abbildung 4.3).

Die angesprochene Mittelung dient der Reduzierung des Rauschens auf dem Signal, das zur ANC350 gesendet wird. Diese Technik verringert natürlich die Regelungs-Bandbreite der Stabilisierung, was auf Grund der Tatsache, dass ohnehin nur Drifts auf langen Zeitskalen ausgeglichen werden sollen, kein Problem darstellt. Die Ergebnisse der implementierten Abstandsstabilisierung und die Analyse der Eigenschaften dieser Regelung werden im folgenden Abschnitt diskutiert.



Abbildung 4.3: Das Schaltbild der Elektronik zur Abstandsstabilisierung und Teile der Frequenzstabilisierung. Die grün eingefärbten Bauteile sind die zur Erzeugung des Fehlersignals, sowie zur Weiterleitung des Korrektursignals an den x-attocube nötig. Mittels der AOMs werden die Frequenzen der beiden Strahlen zueinander verschoben. Nach der APD werden mittels der Mischer die beiden Signale für Frequenz- und Abstandsstabilisierung wieder getrennt.

4.2 Ergebnisse der Abstandsstabilisierung

Zur Verwendung der Abstandsstabilisierung muss die Frequenz des Resonators zuvor auf das Minimum der Transmission einer zu untersuchenden Mode stabilisiert werden.

¹Typ PCI-6259 der Firma National Instruments

Idealer Weise ist das PDH-Fehlersignal zur Abstands-Regelung bei aktiver Frequenz-Regelung unabhängig von der Leistung dieses Frequenz-Stabilisierungs-Strahls. Da das Fehlersignal jedoch, wie in Gleichung (1.47) zu sehen, proportional zur Leistung des Abstands-Strahls sein sollte, wird bei festem Abstand d der Koppelfaser vom Resonator die Höhe des Fehlersignals in Abhängigkeit der Leistungen beider Lichtfelder gemessen. Dazu wird bei jeder Leistung der Resonator immer in der Frequenz stabilisiert und anschließend das Abstands-Fehlersignal untersucht.

Das Resultat dieser Messung ist in Abbildung 4.4 zu sehen. Es ist zu erkennen, dass sich das Fehlersignal bei höherer Leistung des Abstands-Stabilisierungs-Strahls zu niedrigeren Werten ändert (blau), was der Erwartung entspricht. In Abhängigkeit der Leistung des Frequenz-Stabilisierungs-Strahls steigt es leicht an (orange). Die Fehler in der Leistung sind mit der kleinsten messbaren Einheit des Leistungsmessgeräts² zu $\Delta P = \pm 5$ nW bestimmt. Die am Oszilloskop gemessenen Spannungswerte des PDH-Signals sind mittels der eingebauten Mittelungs-Funktion aufgenommen. Um die Fehler dieser Werte zu bestimmen wird für eine Messung über vier Sekunden die Standardabweichung des Abstands-Fehlersignals bestimmt, welche sich zu ± 2 mV ergibt. Das zu sehende Verhalten lässt vermuten, dass Intensitätsschwankungen des Frequenz-Stabilisierungs-Strahls die Abstands-Regelung nur geringfügig beeinflussen werden. Eine sehr sensitive Abhängigkeit von Schwankungen der Leistung des Abstands-Stabilisierungs-Strahls ist allerdings zu erwarten.



Abbildung 4.4: Abhängigkeit des Pound-Drever-Hall Signals zu Abstandsstabilisierung von der Laserleistung des Frequenzstabilisierungs-Strahls (orange) und des Abstandsstabilisierungs-Strahls (blau), bei auf Resonanz stabilisierter Frequenz.

²Typ FieldMate mit dem Sensor OP-2 der Firma Coherent Inc.

4.2.1 Abstandsabhängigkeit von Transmission und Fehlersignal

Variiert man den Abstand der Koppelfaser zum Resonator, so steigt das in der Frequenz stabilisierte Transmissions-Signal vom kritischen Koppelpunkt aus zur Über- und Unterkopplung hin an. Dies ist in Abbildung 4.5a zu erkennen, wo der Abstand der Faser zum Resonator mit einer Frequenz von 0, 5 Hz gescannt wird und die kritische Kopplung am schwarz markierten Punkt überschritten wird.



Abbildung 4.5: In (a) und (b) sind das Transmission-Signal bzw. das Fehler-Signal bei aktiver Frequenzstabilisierung und zeitlich variiertem Faser-Abstand zum Resonator dargestellt. Die grauen Daten sind jeweils Glättungen durch Mittelwertbildung über einhundert Datenpunkte. Die schwarzen Striche markieren den Abstand kritischer Kopplung. In (c) sieht man das Scan-Signal aus der Software, sowie die an die Daten angepasste Sinus-Funktion (weiß).

Die notwendige Monotonie des Fehlersignals um den Punkt kritischer Kopplung ist, wie in Abbildung 4.5b zu sehen, gewährleistet. In beiden Graphen sind zur Veranschaulichung auch über 100 benachbarte Datenpunkte geglättete Datensätze eingezeichnet (jeweils grau).



(b) Fehlersignal um die kritische Kopplung

Abbildung 4.6: (a) Transmissionssignal in Abhängigkeit des Faserabstands zum Resonator nach Glättung der Daten über 100 Punkte. Die an die Daten angepasste Funkton aus Gleichung (4.2) ist in orange gezeigt. (b) Fehlersignal der Abstandsstabilisierung in Abhängigkeit von der Änderung des Abstandes zwischen Faser und Resonator. Der rot markierte Punkt entspricht dem Abstand bei kritischer Kopplung.

Diese Glättung entspricht einer Filterung der Daten mittels eines 250 Hz-Tiefpass-Filters. Die zeitliche Veränderung des Abstands kann genutzt werden um die Transmission und das Fehlersignal gegen den relativen Abstand zum Resonator aufzutragen. Dazu wird die an die Variation des Abstands angepasste Sinus-Funktion (siehe Abbildung 4.5c) verwendet. Mittels dieser Funktion kann in einem monotonen Teilbereich die Zeitkoordinate einer Spannungsänderung zugeordnet werden. Diese Spannung am attocube-Piezo definiert einen relativen Abstand d, bezogen auf die ursprüngliche Ausdehnung des Piezo. Nach der Eichung der Zeitachse zu einer Abstandsachse, werden die aus den geglätteten Daten erhaltene Transmission und das Fehlersignal in Abhängigkeit des Abstandes aufgetragen, was in Abbildung 4.6 zu sehen ist. An die Transmission kann eine Funktion der Form

$$T(d) = T_0 + \left(\frac{1 - \tilde{\kappa}e^{-d\gamma}}{1 + \tilde{\kappa}e^{-d\gamma}}\right)^2 \tag{4.2}$$

angepasst werden. Diese Funktion entspricht der Transmission aus Gleichung (1.25) und trägt der bereits angesprochenen Änderung des Koppelfaktors mit dem Abstand Rechnung. Der Faktor $\tilde{\kappa}$ repräsentiert dabei die Kopplung an die entsprechende Mode, und enthält auch die intrinsischen Verluste des Resonators. Die Abstandsabhängigkeit des Koppelparameters K wird durch eine räumliche Abklingkonstante γ charakterisiert. Zusätzlich wird ein Transmissions-Offset T_0 verwendet, da die Transmission bei kritischer Kopplung nicht komplett verschwindet.

Es ist das erwartete Verhalten der Transmission um die kritische Kopplung zu erkennen, dass das Signal zu Über- und Unterkopplung hin ansteigt. Das zugehörige Fehlersignal zeigt um die kritische Kopplung den erwarteten und für die aktive Stabilisierung nötigen, monotonen Verlauf. Das Signal ist mit einer Steigung von etwa $0,07 \,\mathrm{mV/nm}$ um die kritische Kopplung sehr flach, was nur langsame Nachregelung des Abstandes zulässt.

Das verwendete Oszilloskop hat eine Auflösung von 1 mV, was somit eine untere Grenze für die Genauigkeit der detektierbaren Abstands-Änderung liefert. Über die genannte Steigung des Fehlersignals bei kritischer Kopplung lässt sich die Genauigkeit von $\pm 1 \text{ mV}$ umrechnen in eine Abstands-Auflösung von $\pm 14 \text{ nm}$. Es wird allerdings erneut darauf hingewiesen, dass hier bereits über 100 Datenpunkte geglättete Datensätze verwendet werden.

Aus diesen Messungen lässt sich also experimentell zeigen, dass sich der verwendete Part des PDH-Signals grundsätzlich zur Stabilisierung des Abstands auf langsamen Zeitskalen eignet.

4.2.2 Aktive Stabilisierung des Abstandes

Das Verhalten von Transmission, Fehler- und Korrektur-Signal zum Zeitpunkt des Einschaltens der Abstandsstabilisierung ist in Abbildung 4.7 zu sehen. Dabei wird der Regelpunkt zur Stabilisierung bei kritischer Kopplung gewählt. Anschließend wird die Faser jedoch in den überkoppelten Bereich verschoben. Dadurch steigt die Transmission an, wodurch das Fehlersignal auf einen niedrigeren Wert absinkt. Schaltet man nun die Stabilisierung ein, so wirkt sich diese Verschiebung des Fehlersignals auf das Korrektursignal aus (siehe Abbildung 4.7c), welches den Abstand zum kritischen Koppelpunkt hin regelt. Entsprechend ändert sich auch die Transmission und damit das Fehlersignal, wodurch der Schaltkreis kurzzeitig eine Oszillation verursacht.

Dies lässt auf eine noch nicht optimal eingestellte Regelung schließen. Durch bessere Dimensionierung der Lockbox-Verstärkung im Proportional- und besonders im Integralteil könnte die Regelung gegebenenfalls noch verbessert werden [40].

Nach einem Einschwingvorgang von etwa drei Sekunden hat sich das System allerdings am Punkt kritischer Kopplung eingependelt. Jeder langsame Drift der Faser auf den Resonator zu oder von ihm weg, wird nun vom Regelkreis aus Lockbox und Computer-Software kompensiert. Die Reaktion des Regelkreises kann über die Abklingkonstante β_S des exponentiellen Zerfalls der Schwingung nach dem Einschalten charakterisiert werden. Diese beträgt in etwa $1, 25 \,\mathrm{s}^{-1}$ und charakterisiert die Bandbreite der Stabilisierung damit zu $B = \beta_S / \pi \approx 0, 4 \,\mathrm{Hz}$. Diese Abschätzung zeigt, dass die Stabilisierung wie erwartet nur für langsamen Drifts des Abstandes kompensieren kann.



Abbildung 4.7: Beim Einschalten der Abstands-Regelung (hier: *d*-Stab.) im unterkoppelten Bereich erkennt man die Reaktion des Systems in Transmission (a), Fehlersignal (b) und Korrektursignal (c). Letzteres wird dabei zur Ansteuerung des x-attocubes verwendet und zusätzlich noch mittels der DAQ-Karte an das Oszilloskop ausgegeben. Die Frequenz-Stabilisierung ist dabei dauerhaft aktiv (hier: ν -Stab.).

Die Langzeitstabilität des in Frequenz und Abstand stabilisierten Systems kann aus Abbildung 4.8 entnommen werden. Zu sehen ist, dass die Transmission bis auf wenige mV Amplituden-Schwankung des detektierten Signals stabil bleibt, während das Korrektur-Signal zeigt, dass eine Nachregelung des Abstands nötig ist. Ohne die Abstandsstabilisierung wäre die Faser um ca. 150 nm auf den Resonator zugedriftet, was sich aus der nötigen Änderung der Piezo-Spannung von 0.3 V berechnen lässt.



Abbildung 4.8: Die Abstandsstabilisierung hält die Transmission (a) für lange Zeiten stabil. Das Korrektursignal (c) ist das Indiz für eine kontinuierliche Kompensation eines Drifts auf den Resonator zu. Die Spannungsänderung von etwa 0,3V entspricht einer Abstandskorrektur von 150 nm.

Das Transmissionssignal ist jedoch über die 500s Messzeit nicht konstant, wobei einige Schwankungen der nicht perfekten Polariations-Stabilität des Laserlichts geschuldet sind. Da die Kopplung des Lichts aus der Faser an die Resonator-Mode abhängig ist von der Polarisation, übersetzt sich deren Schwankung in eine Intensitätsänderung auf dem Transmissions-Signal.

Die Stabilität der Polarisation wurde im Zuge dieser Langzeitmessung schon verbessert, indem die in Abbildung 2.6 vor der Fasereinkopplung zu sehenden $\lambda/2$ -Platten durch so genannte Berek-Kompensatoren ersetzt wurden. Hiermit ist es möglich, die Polarisation des des Lichts vor der Einkopplung in die polarisationserhaltende Faser (PM-Faser) sehr genau zu justieren, was eine stabile Polarisation am Punkt der Kopplung von Faser und Resonator gewährleisten sollte. Die verbleibenden Schwankungen des Transmissions-Signals bei dieser Messung von im Mittel 4,5 mV, können jedoch noch auftretenden Polarisationsschwankungen geschuldet sein, oder von einer nicht perfekten Intensitäts-Stabilisierung stammen. Das Fehlersignal, in welchem die Transmissions-Schwankungen auf Grund des starken Rauschens nicht aufzulösen sind, ist in Abbildung 4.8b dargestellt.

Die Länge der aufgenommenen Zeitspanne dieser Messung ist lediglich durch die maximale Kapazität des verwendeten Speicheroszilloskops beschränkt. Der Resonator kann über wesentlich längere Zeiten in Frequenz und Abstand stabilisiert werden. Um die Qualität der Stabilisierung jedoch abschließend bewerten zu können, sind einige Messungen nötig, die im Rahmen dieser Arbeit noch nicht vorgenommen wurden. Beispielsweise sollte die Polariations- und Intensitäts-Stabilität erneut überprüft und gegebenenfalls verbessert werden, um die störenden Schwankungen zu eliminieren. Dadurch könnte eine genauere Analyse der Stabilisierung möglich werden. Eine Messung auf unterschiedlichen Zeitskalen, die einen Vergleich des Transmissions-Signals mit und ohne die Abstandsstabilisierung zulässt, wäre sinnvoll. Dabei sollten kurze Messungen, bei denen die Abstands-Regelung definitiv keinen Einfluss auf die Stabilität der Transmission hat verglichen werden mit solchen, die weitaus länger sind als die durch die Bandbreite bestimmte Regelungs-Zeit der Stabilisierung.

4.2.3 Abschätzung der Abstandsschwankungen

Mittels Anpassung der Funktion aus Gleichung (4.2) an einen Abstands-Scan im unterkoppelten Bereich, ergibt sich die Möglichkeit eine obere Abschätzung für die Stabilität des Abstandes zu erhalten. Hierzu wird unter der Annahme einer idealen Frequenz-Stabilisierung davon ausgegangen, dass alle Schwankungen des Transmissions-Signals durch Abstandsänderung von Koppelfaser und Resonator bedingt werden.

Eine Messung der Transmission bei aktivierter Frequenz-Stabilisierung im unterkoppelten Bereich wird aufgenommen, bei welcher der Abstand gescannt wird. Diese Daten sind in Abbildung 4.9a zu sehen. Auch hier sind die Daten mittels der in Abschnitt 4.2.1 beschriebenen Mittelung geglättet worden. Im unterkoppelten Bereich ergibt sich bis zur kritischen Kopplung hin ein monotoner Verlauf des Transmission-Signals. An diesen Verlauf wird analog zu Abbildung 4.6a die Funktion aus Gleichung (4.2) angepasst. Mit der Umkehrfunktion

$$d(T) = \frac{1}{\gamma} \ln\left(\frac{1}{\tilde{\kappa}} \left[\frac{2}{\sqrt{T - T_0} + 1} - 1\right]\right)$$
(4.3)

kann dann die Spannungsänderung des Transmissions-Signals bei aktiver Frequenz- und Abstands-Stabilisierung im unterkoppelten Bereich in eine Abstandsänderung umgerechnet werden.

Bei dieser Analyse erhält man als grobe Abschätzung einer oberen Grenze für die Stabilität des Abstandes eine Standardabweichung von $\delta d = \pm 20,5$ nm. Hierbei wird ein Datensatz von 20 s Länge verwendet, bei dem die Frequenz des Resonators und der Abstand der Koppelfaser stabilisiert sind. Der Abstand der Koppelfaser vom Resonator wird dabei im unterkoppelten Bereich gewählt, so dass die Transmissions-Schwankungen anschließend mit der Kalibrierungskurve aus Abbildung 4.9a in eine Abstands-Schwankung umzurechnen sind. Eine analoge Messung ohne Abstands-Stabilisierung zeigt, dass diese auf der hier vermessenen Zeitskala noch keinen nachweisbaren Einfluss auf das System hat. Um die Kompensation langsamer Drifts zu untersuchen, müssen entsprechende Messungen für längere Zeiten durchgeführt werden.



Abbildung 4.9: (a) Dargestellt ist das Transmissions-Signal bei aktiver Frequenz-Stabilisierung und Änderung des Abstandes der Koppelfaser zum Resonator im unterkoppelten Bereich. (b) Aus der angepassten Funktion in (a) berechnete Abstandsschwankung einer Stabilisierungsmessung im unterkoppelten Bereich.

Es wird erneut darauf hingewiesen, dass es sich bei dieser Methode um eine Näherung in einem stark vereinfachten Modell handelt und diese Werte nicht als tatsächliche Messwerte zu betrachten sind, sondern lediglich eine Abschätzung der Größenordnung darstellen. Diese Abschätzung der Abstands-Stabilität ist dabei in der gleichen Größenordnung wie der in Abschnitt 4.2.1 aus der klenisten Auflösung des PDH-Fehlersignals bestimmte Wert von ± 14 nm.

5 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde erfolgreich die aktive Frequenzstabilisierung eines Flaschenresonators ultrahoher Güte im Ultrahoch-Vakuum implementiert, was bis dato die erste Stabilisierung dieser Art darstellt.

Die Umsetzung der Regelung mittels des Pound-Drever-Hall-Verfahrens wurde vorgenommen, nachdem der Resonator-Aufbau in der Vakuum-Kammer platziert wurde. Die Qualität der Stabilisierung wurde untersucht und beläuft sich auf eine Frequenz-Schwankung von weniger als 7% der Linienbreite eine Mode mit ultrahoher Güte. Sie bietet somit eine sehr gute Stabilität der Resonator-Frequenz für das geplante Resonator-QED-Experiment. Etwaige Beeinflussungen durch Temperatureffekte bei späteren Sequenzen des Experiments konnten durch eine Messreihe zum leistungsabhängigen Drift der Resonanzfrequenz quantifiziert werden.

Des Weiteren ist es gelungen den Abstand der zur Licht-Einkopplung verwendeten Koppelfaser zum Resonator aktiv zu stabilisieren. Auch hierzu wurde das Pound-Drever-Hall-Verfahren verwendet, und auch diese Stabilisierung ist in Ihrer Umsetzung bisher einzigartig. Die theoretische Analyse des Signal bezüglich eines geeigneten Stabilisierungspunktes und die Umsetzung der Stabilisierung sind erfolgreich durchgeführt worden. Hierzu ist eine Kombination aus PI-Regler und Computer-Software verwendet worden. Diese Regelung sorgt für eine gute Stabilität des Abstandes von ultradünner Glasfaser zum Resonator, was für die Resonator-QED-Experimente äußerst hilfreich sein wird.

Der für die Stabilisierungen nötige Laseraufbau wurde ergänzt und ein faserbasiertes System zur Kombination der unterschiedlichen Laser-Pfade konnte aufgebaut werden. Ebenso wurde für die Intensitäts- und Polarisations-Stabilität der verschiedenen Strahlen gesorgt.

Ausblick

Durch die in dieser Arbeit entwickelten Stabilisierungsmethoden ist es möglich den Koppelfaserabstand und die Resonanzfrequenz des Resonators stabil auf den gewünschten Werten zu halten. Zusammen mit dem bereits erfolgreich aufgebauten atomaren Springbrunnen sind nun die Grundlagen für Resonator-QED-Experimente gelegt.

Die Implementierung einer Feed Forward-Schaltung um den in Abschnitt 3.1.3 diskutierten thermisch induzierten Frequenzdrift im Resonator zu kompensieren, könnte sich für das Resonator-QED-Experiment als nützlich erweisen. Hierdurch würde auch während der Sequenzen eine höhere Stabilität der Resonanzfrequenz des Resonators möglich. Das System um den Flaschenresonator wird noch durch eine zweite Koppelfaser ergänzt, was den Flaschenresonator zu einem vollständigen Analogon zum Fabry-Pérot-Resonator macht, jedoch mit wesentlich größeren Effizienzen beim Ein- und Auskoppeln von Licht. Die zweite Faser kann dann als Pendant zum Auskoppelspiegel gesehen werden und Anwendungen wie die Implementierung eines Add-Drop-Filters in der Vakuum-Umgebung werden möglich [44].

Bezüglich der Abstandsstabilisierung muss bedacht werden, dass durch die Anwesenheit der zweiten Faser eine weitere Verlustquelle durch Auskopplung von Licht aus dem Resonator entsteht. Dies sorgt für eine Verschiebung des Punktes kritischer Kopplung.

Die Implementierung eines Sample&Hold-Schaltkreises für die Abstands-Stabilisierung muss analog zum Schaltkreis der Frequenz-Stabilisierung vorgenommen werden. Nur so wird es in der späteren Resonator-QED-Sequenz möglich sein beide Stabilisierungen zur Untersuchung der Licht-Atom-Wechselwirkung auszuschalten und anschließend die Stabilisierungen automatisch wieder in Betrieb zu nehmen.

Der nächste Schritt in Hinsicht auf die Resonator-QED wird es sein, mittels des atomaren Springbrunnens Atome in die Nähe des aktiv in der Frequenz stabilisierten Resonators zu befördern und nach Ereignissen der starken Kopplung der Atome an den Flaschenresonator zu suchen. Kann man solche Ereignisse beobachten, so ist es prinzipiell möglich die Anwesenheit des Atoms im evaneszenten Feld des Resonators zu nutzen, um das Licht von einer Koppelfaser in die andere zu schalten.

A Anhang







Abbildung A.2: Schaltplan des Lokaloszillators



Abbildung A.3: Schaltplan des Mischers



Abbildung A.4: Frontansicht der Vakuum-Kammer und des Resonator-Aufbaus



Abbildung A.5: Rückansicht des Resonator-Aufbaus
Literaturverzeichnis

- Jaynes, E. T. & Cummings, F. W. Comparison of Quantum and Semiclassical Radiation Theories with Application to the Beam Maser. *Proceedings of the IEEE* 51, 89–109 (1963).
- [2] Pellizzari, T., Gardiner, S. A., Cirac, J. I. & Zoller, P. Decoherence, Continuous Observation, and Quantum Computing: A Cavity QED Model. *Phys. Rev. Lett.* 75, 3788–3791 (1995).
- [3] Kimble, H. J. The quantum internet. *Nature* **453**, 1023–1030 (2008).
- [4] Nielsen, M. A. & Chuang, I. L. Quantum computation and quantum information (Cambridge University Press, 2000).
- [5] Vahala, K. J. Optical microcavities. *Nature* **424**, 839–846 (2003).
- [6] Vernooy, D. W., Furusawa, A., Georgiades, N. P., Ilchenko, V. S. & Kimble, H. J. Cavity QED with high-Q whispering gallery modes. *Phys. Rev. A* 57, 2293–2296 (1998).
- [7] Armani, D. K., Kippenberg, T. J., Spillane, S. M. & Vahala, K. J. Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip. *Nature* 421, 925–928 (2003).
- [8] Pöllinger, M., O'Shea, D., Warken, F. & Rauschenbeutel, A. Ultrahigh-Q tunable whispering-gallery-mode microresonator. *Physical Review Letters* 103, 053901 (2009).
- [9] Münstermann, P., Fischer, T., Pinkse, P. W. H. & Rempe, G. Single slow atoms from an atomic fountain observed in a high-finesse optical cavity. *Optics Communications* 159, 63–67 (1999).
- [10] Drever, R. W. P. et al. Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator. Appl. Phys. B 31, 97–105 (1983).
- [11] Saleh, B. E. A. & Teich, M. C. Grundlagen der Photonik (Wiley-VCH, 2008).
- [12] Aoki, T. et al. Observation of strong coupling between one atom and a monolithic microresonator. Nature 443, 671–674 (2006).
- [13] Purcell, E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies. *Phys. Rev.* 69, 681–681 (1946).

- [14] Gerard, J. M. Enhanced spontaneous emission by quantum boxes in a monolithic optical microcavity. *Phys. Rev. Lett.* 81, 1110–1113 (1998).
- [15] Kippenberg, T. J. A. Nonlinear Optics in Ultra-high-Q Whispering-Gallery Optical Microcavities. Ph.D. thesis, California Institute of Technology 2004. (2004).
- [16] Rettenmaier, A. Aktive Frequenzstabilisierung eines durchstimmbaren Flüstergaleriemoden-Mikroresonators ultrahoher Güte. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2009).
- [17] Painter, O. et al. Two-dimensional photonic band-gap defect mode laser. Science 284, 1819–1821 (1999).
- [18] B.Min et al. Erbium-implanted high-Q silica toroidal microcavity laser on a silicon chip. Phys. Rev. A 70, 033803 (2004).
- [19] Vernooy, D. W., Ilchenko, V. S., Mabuchi, H., Streed, E. W. & Kimble, H. J. High-Q measurements of fused-silica microspheres in the near infrared. *Opt. Lett.* 23, 247–249 (1998).
- [20] Sumetsky, M., Dulashko, Y. & Windeler, R. S. Optical microbubble resonator. Optics letters 35, 898–900 (2010).
- [21] Savchenkov, A. A., Matsko, A. B., Ilchenko, V. S. & Maleki, L. Optical resonators with ten million finesse. *Opt. Express* 15, 6768–6773 (2007).
- [22] Yariv, A. Optical electronics (New York: CBS College, 1985).
- [23] Sturrock, P. A. *Plasma Physics* (Cambridge University, 1994).
- [24] Louyer, Y., Meschede, D. & Rauschenbeutel, A. Tunable whispering-gallery-mode resonators for cavity quantum electrodynamics. *Phys. Rev. A* 72, 031801 (2005).
- [25] Meschede, D. Optik, Licht und Laser (Teubner, 2005), 2. auflage edn.
- [26] Meschede, D. Gerthsen Physik (Springer Verlag, 2002).
- [27] Warken, F. Ultradünne Glasfasern als Werkzeug zur Kopplung von Licht und Materie. Ph.D. thesis, Rheinische Friedrich-Willhelms-Universität Bonn (2007).
- [28] Spillane, S. M., Kippenberg, T. J., Painter, O. J. & Vahala, K. J. Ideality in a Fiber-Taper-Coupled Microresonator System for Application to Cavity Quantum Electrodynamics. *Phyical Review Letters* **91**, 043902 (2003).
- [29] Haus, H. A. Waves and fields in optoelectronics (Prentice-Hall Inc., 1984).
- [30] Gerry, C. C. & Knight, P. L. Introductory Quantum Optics (Cambridge University Press, 2008).
- [31] Berman, P. R. Cavity Quantum Electrodynamics (Academic Press INC., 1994).

- [32] Steck, D. A. "Rubidium 85 D Line Data", verfügbar online auf http://steck.us/alkalidata (Version 2.1.2, 12 August 2009) am 5. Dezember 2010.
- [33] Meschede, D. & Walther, H. One-Atom-Maser. Phys. Rev. 54, 551–554 (1985).
- [34] Black, E. D. An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization. Am. J. Phys. 69, 79–87 (2001).
- [35] Raab, E. L., Prentiss, M., Cable, A., Chu, S. & Pritchard, D. E. Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure. *Physical Review Letters* 59, 2631–2634 (1987).
- [36] Hauswald, C. Aufbau und Charakterisierung eines Atom-Springbrunnens für ein Resonator-QED-Experiment mit Flüstergaleriemoden-Mikroresonatoren. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg Universität Mainz (2010).
- [37] Chu, S., Hollberg, L., Bjorkholm, J. E., Cable, A. & Ashkin, A. Three-Dimensional Viscous Confinement and Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure. *Phyi*cal Review Letters 55, 48–51 (1985).
- [38] L.Ricci et al. A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics. Optics Communications 117, 541–549 (1995).
- [39] Rösler, J., Harders, H. & Bäker, M. *Mechanisches Verhalten der Werkstoffe* (Vieweg + Teubner, 2006).
- [40] Tietze, U. & Schenk, C. Halbleiter-Schaltungstechnik (Springer Verlag, 1993).
- [41] O'Shea, D., Rettenmaier, A. & Rauschenbeutel, A. Active frequency stabilization of an ultra-high Q whispering-gallery-mode microresonator. *Applied Physics B: Lasers and Optics* 99, 623–627 (2010).
- [42] Leviton, D. B. & Frey, B. J. Temperature-dependent absolute refractive index measurements of synthetic fused silica. In *Proc. SPIE*, vol. 6273 (2006).
- [43] Tapalian, H. C., Laine, J.-P. & Lane, P. A. Thermooptical Switches Using Coated Microsphere Resonators. *IEEE Photonics Technology Letters* 14, 1118–1120 (2002).
- [44] Pöllinger, M. & Rauschenbeutel, A. All-optical signal processing at ultra-low powers in bottle microresonators using the kerr effect. Opt. Express 18, 17764–17775 (2010).
- [45] Wagner, C. Experimentelle Untersuchung von lichtinduzierten Kräften zwischen zwei optischen Nanofasern. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg Universität Mainz (2010).

Danksagung

Zunächst möchte ich Professor Dr. Arno Rauschenbeutel danken, mir die Möglichkeit eröffnet zu haben, meine Diplomarbeit über dieses spannende Experiment zu schreiben. Des Weiteren danke ich Professor Dr. Ferdinand Schmidt-Kaler für die Übernahme des Zweitgutachtens dieser Arbeit.

Ein großer Dank geht an meine Betreuer Christian Junge und Danny O'Shea für die nette Zusammenarbeit im letzten Jahr und die hilfreiche Unterstützung am Experiment und bei der Schreiberei. Ich wünsche Euch in Wien viel Erfolg bei der Weiterführung des Experiments.

Auch Dr. Ruth García Fernández möchte ich für die Korrekturen und hilfreichen Vorschläge bei der Anfertigung dieser Arbeit danken.

Für Kaffee, Kuchen und kollegiales Miteinander gebührt der gesamten AG Rauschenbeutel ein großer Dank! Die Pausen mit Euch waren ebenso hilfreich wie die Diskussionen über physikalische Problemstellungen.

Ein weiterer Dank geht an Michael Boeßenecker und Heinz Lenk für die kompetente Hilfe bei Elektronik-Problemen.

Der Werkstatt des Instituts gilt für die schnelle Umsetzung der kleinen und großen Aufträge ebenso ein Dank, wie der Vakuumwerkstatt des Instituts für Kernphysik für das Reinigen der Vakuumkomponenten.

Ich bedanke mich auch bei Christine Best und Elvira Stuck-Kerth für die Hilfe bei organisatorischen Fragen.

Ein besonderer Dank gebührt meinen Eltern, die mir die Möglichkeit gegeben haben dieses Studium zu beginnen und mit Ihrer fortwährenden Ermutigung auch dafür gesorgt haben, dass ich es erfolgreich beenden konnte.

Zu guter Letzt danke ich Anna Bölling für die wunderschönen gemeinsamen sieben Jahre und die immmerwährende Unterstützung während des Studiums und in allen Lebenslagen.