Experimentelle Untersuchungen von lichtinduzierten Kräften zwischen zwei optischen Nanofasern

Diplomarbeit von Christian Wagner

vorgelegt bei

Prof. Dr. Arno Rauschenbeutel

Institut für Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz

14. Dezember 2010



Inhaltsverzeichnis

| 1 | Einleitung | | | | |
|---|--|---|---|--|--|
| 2 | Lich ^{2.1} 2.2 2.3 2.4 | tinduzierte Dipolkräfte zwischen gekoppelten FasernModen einer GlasfaserUltradünne Glasfasern2.2.1 Herstellung2.2.2 ModenSupermoden2.3.1 Evaneszente KopplungOptische Dipolkräfte | 5 8 10 11 14 15 | | |
| 3 | Mec 3.1 3.2 3.3 | hanische Anregung einer ultradünnen FaserWellengleichung einer schwingenden SaiteErzwungene gedämpfte SchwingungOptisch getriebene Schwingung | 19 19 20 23 | | |
| 4 | Expe 4.1 4.2 4.3 4.4 | Primenteller Aufbau Konzipierung der Faserhalter Vakuumapparatur Optik und Laser Messschema | 29 32 34 36 | | |
| 5 | Abst 5.1 5.2 | Candsstabilisierung der FasernPassive Dämpfung und Stabilisierung | 41 44 45 49 51 | | |
| 6 | Unte 6.1 | Ersuchung der lichtinduzierten KräfteLichtinduzierte Schwingungen6.1.1Resonanzfrequenzen in Abhängigkeit der Faserspannung6.1.2Polarisationsabhängigkeit der Dipolkraft6.1.3Schwingungensamplituden in Abhängigkeit der Anregungsleistung6.1.4Variation des Faserabstands6.1.5Einfluss des Drucks | 55 61 64 67 70 72 | | |

| | 6.2 Quantitativer Vergleich von Daten und Theorie | | | | | |
|-----|---|-------|---------------------------------------|----|--|--|
| | | 6.2.1 | Übergekoppelte Leistung | 75 | | |
| | | 6.2.2 | Abschätzung der Schwingungsamplituden | 76 | | |
| | | 6.2.3 | Resonanzfrequenz der Fasertaillen | 77 | | |
| 7 | Zusammenfassung und Ausblick | | | | | |
| Α | Anhang | | | | | |
| Lit | Literaturverzeichnis | | | | | |

1 Einleitung

Durch die Beobachtungen der Stellung der Kometenschweife zur Sonne wurde schon 1619 durch Kepler eine Lichtkraft auf kleinste Partikel vermutet und schließlich theoretisch durch Maxwell vorhergesagt [1, 2]. Die erste experimentelle Messung, die diese damals als Druckkraft bezeichnete Kraft untersuchte und nachwies und damit Maxwells Vorhersagen untermauerte, wurde schon 1901 durchgeführt [3]. Doch erst durch die Erfindung des Lasers ergibt sich die Möglichkeit Lichtintensitäten zu erreichen, die die Sonnenintensität auf der Erde um ein Vielfaches übersteigen und somit die Möglichkeit Effekte, die durch Licht hervorgerufen werden, zu untersuchen.

Die Druckkraft bzw. der Strahlungsdruck wird heute oft in Bezug auf Laserkühlung ausgenutzt. Hierbei führt der Impulsübertrag der Photonen auf Atome zu einer Abbremsung dieser. Diese Kräfte auf kleinste Partikel werden heute durch die fortschreitend verbesserte Herstellung mechanischer Bauteile in Mikro- und Nanometer Dimensionen, bei mechanischen Systemen beobachtet und so die ursprünglich getrennten Gebiete von Mechanik und Optik in Verbindung gebracht. Ein Teil dieser sogenannten Optomechanik beschäftigt sich mit dem Strahlungsdruck des Lichtfeldes innerhalb von Resonatoren. Resonatoren bieten dabei den Vorteil, dass das Lichtfeld innerhalb von Resonatoren stark überhöht wird und durch den so verstärkten Strahlungsdruck auf die Resonatorspiegel wird die Länge des Resonators beeinflusst. Somit kommt es zu einer Wechselwirkung zwischen Resonator und Lichtfeld, da die Länge des Resonators unmittelbar die Resonanzfrequenz dieser bestimmt. So wird in Resonatoren eine Kopplung zwischen mechanischen Schwingungsmoden der Spiegel und optischen Moden erzeugt. Durch eine bestimmte Wahl der Laserfrequenz bezüglich der Eigenfrequenz der Resonatoren lassen sich mechanische Schwingungen verstärken oder unterdrücken (kühlen). Diesen Forschungsbereich nennt man Resonator-Opto-Mechanik und wird in [4] zusammengefasst. Eine zweite Kraft, die durch Licht hervorgerufen wird, ist die sogenannte Gradientenkraft [5]. Im Gegensatz zum Strahlungsdruck wirkt diese auch in transversaler Richtung zur Lichtausbreitung. Sie tritt auf, wenn polarisierbare Partikel in ein optisches Feld mit Intensitätsgradienten gelangen. Auch durch diese Kraft lassen sich mechanische Systeme, die aus dielektrischen Materialien gefertigt sind, ansteuern und manipulieren. In dem Forschungsgebiet, welches sich mit der Gradientenkraft beschäftigt, gibt es unterschiedlichste Ansätze diese Kraft zu untersuchen bzw. auszunutzen. In allen Versuchen wird ein stark überhöhtes evaneszentes Feld ausgenutzt, welches die Dipolkraft induziert. So wird beispielsweise anhand eines subwellenlängen großen Lichtwellenleiters, dessen starkes evaneszentes Feld in ein dielektrisches Substrat reicht, eine Dipolkraft zwischen Substrat und Wellenleiter nachgewiesen [6]. Ein zweiter Ansatz beschäftigt sich mit der Kraftwirkung zwischen einem Mikrotoroid-Resonator und einer frei durchhängenden ultradünnen Faser. Ein Mikrotoroid-Resonator ist ein Resonator, in dem durch Totalreflexion in der äquatorialen Ebene Licht geführt wird. Dies sorgt an den Rändern des Torus für eine überhöhte Intensität und damit für ein überhöhtes evaneszente Feld, in dem die ultradünne Faser positioniert wird [7]. Zudem lässt sich durch die Dipolkraft die Resonanzfrequenz einer bestimmten Resonatorkonfiguration beeinflussen. Dieser Doppelring-Resonator besteht aus zwei Wellenleitern in Ringform. Der Abstand zwischen diesen beiden Ringen definiert die Resonanzfrequenz des Resonators. Der Abstand zwischen beiden Ringen wird durch die optisch induzierte Kraft derart verändert, dass der Resonator stets mit der einfallenden Laserfrequenz in Resonanz ist [8]. Die Kraft zwischen zwei parallelen Lichtwellenleitern wird in [9] untersucht. Hier wird zum ersten Mal experimentell verifiziert, dass die lichtinduzierte Kraft bipolar, d.h. sowohl attraktiv als auch repulsiv ist.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Dipolkraft zwischen zwei ultradünnen optischen Fasern untersucht. Optische Fasern werden zur nahezu verlustfreien Übertragung von Licht z.B. in der Telekommunikation genutzt. In einer Standardfaser mit stufenförmigen Brechungsindexverlauf bildet sich um den Faserkern ein evaneszentes Feld aus, das in der Größenordnung einer Wellenlänge in den Fasermantel hineinreicht. Da der Fasermantel typischerweise einen Durchmesser von 125 µm besitzt, ist dieses Feld nicht frei zugänglich. Jedoch erhält man durch Erhitzen und Ziehen aus einer Standardfaser ultradünne Fasern. Die Verjüngung der Standardfaser wird durch eine in dieser Arbeitsgruppe konzipierten Faserziehanlage umgesetzt. Mit dieser ist es möglich Fasern auf einen subwellenlängen Durchmesser ohne wesentliche Transmissionsverluste zu verjüngen. Die ultradünnen Fasern besitzen die Eigenschaft, dass das evaneszente Feld um die Faser frei zugänglich ist und in Abhängigkeit des Faserradius sehr groß werden kann. Dieses starke evaneszente Feld ermöglicht spektroskopische Untersuchungen an Atomen vorzunehmen, die durch dieses Feld an der Oberfläche der Fasern gefangen werden [10, 11]. Zudem erhält man durch den Überlapp der evaneszenten Felder zweier Fasern eine optische Kopplung zwischen diesen. Die Intensitätsverteilung, die durch die Überlagerung der evaneszenten Felder zustande kommt, kann zwischen den Fasern eine optische Dipolkraft induzieren. Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, einen experimentellen Aufbau zu konzipieren und zu realisieren, der es ermöglicht, die Kraftwirkung zwischen den Nanofasern zu detektieren. Neben der Detektion der lichtinduzierten Kraft lassen sich mechanische Eigenschaften, wie Resonanzfrequenz und intrinsische Güte der Nanofasern vermessen.

Im ersten Kapitel dieser Arbeit wird die theoretische Grundlage zur Beschreibung der optischen Dipolkraft gelegt. Dafür wird zunächst die Beschreibung sogenannter Moden einer Standardglasfaser beschrieben. Dabei stellt eine Mode eine Verteilung des Lichtfeldes dar, die durch Lösen der Maxwell-Gleichungen mit dem Brechungsindexprofil der Faser als Randbedingung erhalten wird. Es folgt ein Abschnitt über die Herstellung und Moden, der hier verwendeten ultradünnen Fasern. Die sich durch die optische Kopplung zwischen zwei Nanofasern ausbildenden Intensitätsverteilungen werden im darauffolgenden Abschnitt durch sogenannte Supermoden beschrieben. Anhand der zuvor gemachten Überlegungen wird im letzten Abschnitt ein Ausdruck für die lichtinduzierte Dipolkraft zwischen zwei optischen Nanofasern abgeleitet.

Das zweite Kapitel beschreibt die mechanischen Aspekte der schwingenden Nanofasern. Als Modell der Schwingungen dient in dieser Arbeit eine schwingende Saite. Der erste Abschnitt leitet eine einfache Wellengleichung zur Beschreibung der Schwingungen her, die im folgenden Abschnitt erweitert wird, bevor im letzten Abschnitt die optisch getriebene Schwingung einer Nanofaser theoretisch betrachtet wird.

Das nächste Kapitel beschäftigt sich mit dem experimentellen Aufbau, der im Wesentlichen drei Eigenschaften zu erfüllen hat. Erstens muss eine stabile Faserpositionierung gewährleistet werden. Zweitens ist die Dämpfung durch Luftmoleküle zu minimieren und drittens muss eine Anregung der Faserschwingungen und ein Detektionsmechanismus vorliegen. Da der für eine optische Kopplung benötigte relative Faserabstand im Bereich von einigen hundert Nanometern liegt, ist die Stabilisierung des relativen Faserabstands ein wichtiger Aspekt. Dies wird ausführlich im fünften Kapitel besprochen, bevor im letzten Kapitel die lichtinduzierten Schwingungen dargestellt werden. Als Abschluss dieser Arbeit folgt eine Zusammenfassung der Ergebnisse und ein Ausblick.

2 Lichtinduzierte Dipolkräfte zwischen gekoppelten Fasern

In diesem Kapitel wird zunächst eine theoretische Beschreibung der Moden einer Stufenindexfaser vorgestellt, die durch Lösen der Maxwell-Gleichungen erhalten wird. Es folgt ein Abriss über die Herstellung der ultradünnen Fasern, sowie die in diesem Experiment verwendete Struktur der sogenannten HE_{11} -Mode. Diese bildet ein starkes evaneszentes Feld aus. Durch die Überlagerung der evaneszenten Felder zweier ultradünner Fasern erhält man eine evaneszente Kopplung zwischen diesen. Theoretisch wird dies im dritten Abschnitt an Hand von Supermoden beschrieben. Diese beschreiben die Feld- und Intensitätsverteilungen, die sich durch die Überlagerung der evaneszenten Feldern ausbilden. Im letzten Abschnitt wird aufbauend auf den vorherigen Überlegungen ein Ausdruck für die lichtinduzierte Dipolkraft hergeleitet.

2.1 Moden einer Glasfaser

Licht kann als eine elektromagnetische Welle und mit Hilfe der Maxwell-Gleichungen beschrieben werden [12]. Die für die Beschreibung wichtigen Maxwell-Gleichungen führen auf eine Wellengleichung für das elektrische Feld \vec{E} und das magnetische Feld \vec{H} . Aufgrund der Zylindersymmetrie der Fasern betrachtet man diese gewöhnlich in Zylinderkoordinaten (r, ϕ, z) , wobei die z-Achse in Faserrichtung verläuft. Beschränkt man sich auf den Fall, bei dem das Licht entlang der Faserachse propagiert, so lässt sich zeigen, dass es in diesem Fall genügt die Wellengleichungen für die E_z - und H_z - Komponente des Lichtfeldes zu lösen, da die restlichen Feldkomponenten, E_r , H_r , E_{Φ} und H_{Φ} , aus diesen abgeleitet werden können. Die Wellengleichung für isotrope, ladungsfreie Medien ohne äußere Ströme hat die Form

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\nabla \left(\frac{1}{\epsilon} \vec{E} \cdot \nabla \epsilon \right), \qquad (2.1)$$

wobei ϵ die Dielektrizitätskonstante und μ die Permeabilitätskonstante beschreibt. Als Randbedingung für die Moden der Faser muss der Brechungsindexverlauf der Stufenindexfaser in Abbildung 2.1 beachtet werden.

Für die Lösung betrachtet man zunächst Kern und Mantel getrennt, was dafür sorgt, dass auf Grund der Zylindersymmetrie des Kerns bzw. des Mantels ϵ in beiden Bereichen



Abbildung 2.1: Schematischer Verlauf des Brechungsindex einer Stufenindexfaser, wobei a den Radius und n_1 den Brechungsindex des Kerns angibt, entsprechend für den Mantel b bzw. n_2 .

konstant ist und somit die rechte Seite in Gleichung (2.1) verschwindet. Anschließend wird über Stetigkeitsbetrachtungen eine vollständige Lösung erhalten. Als Lösungsansatz für die Wellengleichung (2.1) wählt man

$$\begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} (r, \Phi, z) = \begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} (r) e^{-il\Phi} e^{-i\beta z} \quad \text{mit} \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$
(2.2)

Dies ergibt:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d}{dr} + \left(k^2 - \beta^2 - \frac{l^2}{r^2}\right)\right) \begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} (r) = 0$$
(2.3)

die Besselsche Differentialgleichung, deren Lösungen die sogenannten Bessel-Funktionen der Ordnung l sind [13]. Es gibt zwei Sätze von Lösungen, für $k^2 - \beta^2 > 0$ oder $k^2 - \beta^2 < 0$, wobei β die Propagationskonstante und k den Wellenvektor beschreiben. Für die Lösungen im Kern (r < a) bzw. im Mantel (r > a) erhält man unter der Berücksichtigung, der Tatsache, dass für geführte Moden $n_2 k_0 \leq \beta < n_1 k_0$ sein muss [14]:

$$\begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} (r) = \vec{c_1} J_l(hr) + \vec{c_2} Y_l(hr) \quad \text{wobei für } r < a \text{ und } h^2 = n_1^2 k_0^2 - \beta^2 > 0,$$

$$\begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} (r) = \vec{c_3} I_l(qr) + \vec{c_4} K_l(qr) \quad \text{wobei für } r > a \text{ und } q^2 = \beta^2 - n_2^2 k_0^2 > 0,$$
(2.4)

wobei $\vec{c_i} \in \mathbb{C}$ mit i = 1, 2, 3, 4 und J_l , Y_l die Bessel-Funktionen erster Art und I_l , K_l die modifizierten Bessel-Funktionen erster Art sind. Aus Gründen der Energieerhaltung folgt, dass die Felder keine Singularitäten aufweisen und für $r \to \infty$ abfallen. Das bedeutet, dass die Konstanten $\vec{c_i} \in C$ mit Blick auf die Bessel-Funktionen entsprechend gewählt werden müssen. Für die Lösungen im Kern r < a und im Mantel r > a erhält man:

$$\begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} (\vec{r}, t) = \vec{A} J_l(hr) e^{i(\omega t \pm l\Phi - \beta z)} \quad \text{wobei} \quad r < a$$

$$\begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} (\vec{r}, t) = \vec{B} K_l(qr) e^{i(\omega t \pm l\Phi - \beta z)} \quad \text{wobei} \quad r > a$$
(2.5)

wobei \vec{A} und \vec{B} beliebige Konstanten sind. Die im Exponenten vor dem Parameter l auftretenden Vorzeichen deuten verschiedene Polarisationszustände an.



Abbildung 2.2: Normierte Propagationkonstante in Abhängigkeit von V für die ersten sieben Moden einer Faser. Für alle Moden, bis auf die HE_{11} existiert ein V-Parameter, ab welchem sie nicht mehr geführt werden. Die Bezeichnungen TM und TE bezeichnen transversal magnetische bzw. elektrische Moden. Diese sind Spezialfälle der oben genannten EH- und HE-Moden.

Durch die Forderung nach Stetigkeit der Feldkomponenten E_{Φ} , H_{Φ} , E_z und H_z bei r = aan der Grenzfläche zwischen Kern und Mantel erhält man eine transzendente Gleichung für die Propagationskonstante β [15]:

$$\left(\frac{J_l'(ha)}{haJ_l(ha)} + \frac{K_l'(qa)}{qaK_l(qa)}\right) \left(\frac{n_1^2 J_l'(ha)}{haJ_l(ha)} + \frac{n_2^2 K_l'(qa)}{qaK_l(qa)}\right)$$
$$= l^2 \left[\left(\frac{1}{qa}\right)^2 + \left(\frac{1}{ha}\right)^2\right]^2 \left(\frac{\beta}{k_0}\right)^2.$$
(2.6)

Für festes ω und l können nun die Lösungen, bzw. die Eigenwerte β_m numerisch bestimmt werden. Der Parameter m = 0, 1, 2... kann als Anzahl der radialen Intensitätsmaxima aufgefasst werden, während l die azimutalen Intensitätsmaxima beschreiben. Die Lösungen der Gleichung (2.6) separieren in zwei Klassen, die mit HE - und EH - Moden bezeichnet werden.

Nicht alle Moden können in einer Glasfaser geführt werden. Ob eine Mode geführt wird hängt vom V - Parameter ab, der wie folgt definiert ist [15]:

$$V = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \,. \tag{2.7}$$

Die Abhängigkeit der Propagationskonstanten vom V-Parameter ist in Abbildung 2.2 für die ersten sieben Moden einer Faser zu sehen. Fällt V unter einen Wert von V = 2,405 so wird lediglich die HE_{11} - Mode geführt. Diese erhält dementsprechend die Bezeichnung Grundmode. In dieser Arbeit wird mit Fasern gearbeitet die lediglich die Grundmode führen, sogenannte Einmoden-Fasern.

2.2 Ultradünne Glasfasern

In diesem Abschnitt wir die Herstellung und die Modenstruktur von ultradünnen Glasfasern erläutert. Das Hauptziel bei der Herstellung von ultradünnen Fasern ist es das evaneszente Feld, welches den Kern umgibt, zugänglich zu machen. Es reicht in der Größenordnung der Wellenlänge des geführten Lichts in den Mantel hinein und hängt unter Anderem vom Brechungsindexunterschied und dem Faserradius ab. Um dieses Feld zugänglich zu machen, muss der Mantel der Faser entfernt werden, da dieser einen Durchmesser von 125 µm hat und damit wesentlich größer als die Reichweite des evaneszenten Feldes ist. Durch Erhitzen und Strecken ist es möglich eine Standardfaser derart zu verjüngen, dass das evaneszente Feld in das die Faser umgebende Medium reicht.

2.2.1 Herstellung

Die Fasern werden in einer computergesteuerten Ziehanlage, die innerhalb unserer Arbeitsgruppe im Rahmen einer Doktorarbeit konzipiert wurde, gezogen [16]. Der schematische Aufbau dieser Ziehanlage ist in Abbildung 2.3 zu sehen. Die Fasern werden zwischen zwei Positioniertischen eingespannt und relativ zu einer Knallgas-Flamme bewegt. Das Verfahren relativ zur Flamme sorgt dafür, dass jeder Punkt der Faser gezielt erhitzt und verjüngt werden kann. Für Fasereigenschaften wie Taillenradius, Taillenlänge und Übergang lassen sich Faserprofile berechnen, welche in ein Bewegungsprofil der Positioniertische umgewandelt werden und somit die Faser in das zuvor bestimmte Profil gezogen wird. Durch diese Methode lassen sich Faserprofile mit hoher Präzision reproduzieren [17]. Die Radien der verjüngten Fasern können auf Subwellenlängen-Größenordnung, bei gleichzeitig hoher Transmission gezogen werden. Schematisch ist der Aufbau dieser Anlage in Abbildung 2.3 gezeigt.



Abbildung 2.3: Schematischer Aufbau der Faserziehanlage.

Durch das Verjüngen der Faser wird der Kern der Faser auf einen für die Lichtleitung vernachlässigbar kleinen Radius gebracht. Der ehemalige Mantel übernimmt nun die Rolle des Kerns, während das umgebende Medium (hier Luft oder Vakuum) die Rolle des Mantels übernimmt. Bei diesem Übergang geht die Mode vom unbearbeiteten Kern der Faser in den Mantel der Faser über. Um eine hohe Transmission zu gewährleisten, muss dieser Übergang adiabatisch sein, das heißt eine Änderung des Radius der Faser muss über eine Distanz von vielen Wellenlängen geschehen. Zusätzlich lässt sich mit einem Laser, der an einem Ende der Faser eingekoppelt ist, die Transmission der Faser während des Ziehens kontrollieren.

Nach dem Ziehprozess wird die Faser mit Hilfe der Positioniertische gespannt und anschließend auf einen experimentspezifischen Halter geklebt, der von unten an die Faser gebracht wird. Die Faser wird durch zwei Klebetropfen an den unverjüngten Seiten auf dem Halter fixiert. Um Verunreinigungen auf der Faser zu vermeiden, steht die Anlage in einer Reinraumbox, denn Staub oder andere Verunreinigungen auf der Fasertaille würden dazu führen, dass ein Großteil des geführten Lichtes daran gestreut wird und somit keine hohe Transmission erreicht wird.

In diesem Experiment wird das in Abbildung 2.4 gezeigte Faserprofil verwendet, dass einen Übergangswinkel von konstant 3 mrad besitzt und einen Taillendurchmesser von 500 nm bei einer Taillenlänge von 5 mm hat. Hiermit ist es möglich Transmissionen von ca. 98 % zu erreichen [18]. Eine detaillierte Beschreibung der Faserziehanlage und des Ziehprozesses findet sich in [16].



Abbildung 2.4: Darstellung des Radius-Profils des Übergangs der in diesem Experiment eingesetzten Faser. In der Mitte bei konstantem Radius befindet sich die Fasertaille, auch Waist genannt (gestrichelt), der Übergangswinkel α ist konstant Steigung von 3 mrad.

2.2.2 Moden

In einer ultradünnen Faser können sich Moden mit gleicher Struktur, wie in einer Standardfaser ausbilden, wobei ein Unterschied in den Brechungsindizes der Moden besteht. Da aber in diesem Experiment mit Einmoden-Fasern gearbeitet wird, ist im Folgenden lediglich die HE_{11} -Grundmode beschrieben.

Aus der Beschreibung der Felder in Zylinderkoordinaten (vergleiche Abschnitt 2.1) erhält man, durch eine Koordinatentransformation auf kartesische Koordinaten aus E_r, E_{Φ}, E_z die Feldkomponenten E_x , E_y und E_z [19]. Der Betrag des elektrischen Feldes der in x-Richtung quasi-linear polarisierten Mode ist in Abbildung 2.5 zu sehen. Der Ausdruck quasi-linear trägt der Tatsache Rechnung, dass keine reine lineare Polarisation vorliegt, da die anderen Feldkomponenten nicht verschwinden.



Abbildung 2.5: Betrag des elektrischen Feldes der quasi-linear polarisierten HE_{11} -Mode als Funktion der x- und y-Koordinaten. Die hellen Bereiche geben hohe Intensitäten wieder, der rote Ring deutet die Faser an ($\lambda = 850$ nm, a = 250 nm).

In Abbildung 2.6 sind zwei Schnitte durch die Faser gezeigt, die den Betrag des elektrischen Feldes in senkrecht Richtung zur Polarisation und parallel zu dieser zeigen. Es



Abbildung 2.6: In (a) ist ein Schnitt durch die Faser in y-Richtung mit dazugehörigem Verlauf des Betrags des elektrischen Feldes gezeigt, während in (b) der entsprechende Schnitt in x-Richtung zu sehen ist. Die zwei senkrechten blauen Striche deuten die Faseroberfläche an.

ist deutlich zu erkennen, dass für die Feldkomponenten parallel zur Faseroberfläche keine Unstetigkeiten zwischen der Intensität innerhalb und außerhalb der Faser auftreten. Stehen die Feldkomponenten senkrecht zur Faseroberfläche, wie in Abbildung 2.6(b), so geht die Intensität unstetig ineinander über. In diesem Fall ergibt sich eine starke Feldüberhöhung außerhalb der Faser.

Da ein großer Teil der Leistung des geführten Lichtes sich im evaneszenten Feld befindet, erfährt die Mode einen effektiven Brechungsindex, der sich von dem des Glases stark unterscheidet. Dieser effektive Brechungsindex ist definiert durch

$$n_{\rm eff} = \frac{\beta}{k_0},\tag{2.8}$$

hierbei ist $k_0 = \omega/c$. Der effektive Brechungsindex gibt an, wie stark die Feldverteilung über den Querschnitt der Faser begrenzt ist. Für stark begrenzte Moden gleicht sich der effektive Brechungsindex, dem der Faser an, während für weniger stark begrenzte Moden der Brechungsindex dem des umgebenden Mediums näher kommt.

2.3 Supermoden

Im Folgenden wird ein System aus zwei gekoppelten Fasern betrachtet. Eine Kopplung zwischen zwei Fasern erhält man durch eine Annäherung der Fasern auf einen Abstand, bei dem sich die evaneszenten Felder der einzelnen Fasern überlappen. Als Modell dienen zwei parallele Fasern mit einem Brechungsindex n, welche von einem Medium mit n_{med} umgeben sind. Der Abstand zwischen den Fasern wird mit d bezeichnet. Durch die Kopplung wird die Zylindersymmetrie der einzelnen Fasern gebrochen, sodass die Beschreibung in kartesischen Koordinaten keine Nachteile gegenüber zylindrischen Ko-

ordinaten birgt und daher im Folgenden verwendet wird.

Für einen großen Abstand zwischen den Fasern, bei dem keine Kopplung vorliegt lassen sich Modenpropagation und Modenform analog zu Abschnitt 2.1 für die ultradünnen Fasern bestimmen. Sobald es zu einer Kopplung kommt, lässt sich das System nicht mehr durch zwei getrennte Fasern beschreiben, sondern muss jetzt als zusammengesetztes System betrachtet werden. Hier kann dann nicht mehr die Annahme wie in Abschnitt 2.1 gemacht werden, dass die rechte Seite von Gleichung (2.1) verschwindet, denn durch die Anwesenheit der zweiten Faser kann der Brechungsindex in der Umgebung der Faser nicht als konstant angenommen werden. Dieser Quellterm beschreibt den Einfluss der einen Faser auf das Feld der anderen. Für den Fall eines geringen Brechungsindexunterschieds zwischen umgebendem Medium und Faser lässt sich ein analytischer Ausdruck über die Störungstheorie ableiten. Hier wird zur Lösung des Systems der gekoppelten Fasern eine Linearkombination der Moden der getrennten Fasern angenommen, welche als Supermoden bezeichnet werden [20].

Für den hier vorliegenden Fall eines starken Brechungsindexunterschieds (hier Vakuum, d.h. $n_{\rm med} = 1$ und Glas ca. $n(845 \,\rm nm) = 1, 46$ [21]) kann die analytische Lösung nicht durch störungstheoretische Betrachtungen erhalten werden. Um dennoch die Feld-und Intensitätsverteilungen zu erhalten, müssen die Maxwell-Gleichungen für die gegebene Konfiguration gelöst werden. Dies wird mit dem Eigenmoden-Löser MPB [22] für das System aus zwei parallelen Fasern numerisch simuliert. Der Eigenmoden-Löser ermittelt über einen vektoriellen Algorithmus die Eigenzustände und Eigenwerte der Maxwell-Gleichungen für beliebige dielektrische Strukturen.

Für einen großen Abstand zwischen den Fasern lassen sich die Supermoden als Linearkombination der Moden der getrennten Fasern darstellen, da die Felder über den Bereich der jeweils anderen Faser als klein angenommen werden können. Dies führt zu:

$$u_{+} = u_{v} + u_{h}$$
 und $u_{-} = u_{v} - u_{h}$ für $d \to +\infty$, (2.9)

wobei u_v und u_h symbolisch die Feldverteilungen der Grundmoden der räumlich getrennten Fasern bezeichnen. Man spricht hierbei von der symmetrischen Mode u_+ und der antisymmetrischen Mode u_- [23]. Im Fall der symmetrischen Mode ist die Feldverteilung symmetrisch bzgl. der Ebene senkrecht zur Verbindungsachse der Fasern, während bei der antisymmetrischen Mode zwischen den Feldern beider Fasern eine relative Phase von 180° besteht. Für kleine Abstände sind die vier ersten Supermoden simuliert. Die Intensitätsverteilungen, sowie die Vektordarstellungen der Form (E_x, E_y) sind in Abbildung 2.7 dargestellt.

Über die Vektordarstellung der Feldverteilungen der Supermoden lassen sich den Moden Quasi-Polarisationen zuordnen, die im Folgenden vereinfachend Polarisationen genannt werden [23].

Analog zu den verschiedenen Moden einer ultradünnen Faser erfahren die Supermoden des zusammengesetzten Systems ebenfalls unterschiedliche effektive Brechungsindizes.



Abbildung 2.7: Feldverteilungen der zwei symmetrische Supermoden u_{+1} (a) und u_{+2} (c). (b) und (d) entsprechendes für zwei antisymmetrische Moden u_{-1} und u_{-2} . Die roten Kreise symbolisieren die Oberflächen der Fasern. Die Intensitätsverteilung ist über die Helligkeit und die Stärke der Vektoren dargestellt, wobei helle Bereiche hohe Intensitäten andeuten. Die Richtung der Vektoren gibt die Quasi-Polarisation an. $(d = 312, 5 \text{ nm}, \lambda = 850 \text{ nm}).$

In Abbildung 2.8 ist der effektive Brechungsindex für die ersten vier Supermoden des Systems zweier paralleler Fasern als Funktion des Faserabstands aufgetragen. Es sind grundsätzlich zwei verschiedene Verläufe des Brechungsindex zu erkennen. Für die symmetrischen Moden u_{+1} und u_{+2} erhöht sich der Brechungsindex mit abnehmendem Abstand zwischen den Fasern, während er sich für die antisymmetrischen Moden u_{-1} und u_{-2} reduziert. Für große Abstände konvergiert der Brechungsindex zu dem einer einzelnen ultradünnen Faser mit $n_{\text{eff}} = 1,145$. Hier ist der Abstand zwischen den Fasern der Fasern der groß, dass keine optische Kopplung zwischen den Fasern auftritt.

Das Verhalten des Brechungsindex der Supermoden lässt sich durch die Intensitätsverteilung der Moden erklären, die in Abbildung 2.7 gezeigt sind. Für die beiden symmetrischen Moden ist die Intensität zu einem größeren Teil über die Fasern selbst verteilt, im Vergleich zur Mode einer einzelnen Faser (vergleiche Abbildung 2.5). Dies hat zur



Abbildung 2.8: Effektiver Brechungsindex der ersten vier Supermoden in Abhängigkeit des Faserabstands.

Folge, dass diese Moden einen größeren Anteil des Brechungsindex der Faser und somit einen effektiv höheren Brechungsindex erfahren. Für die antisymmetrischen Moden ist das Gegenteil der Fall. Hier befindet sich ein größerer Teil der Intensität außerhalb der Faser. So erfährt die Mode einen größeren Anteil des Brechungsindex des umgebenden Mediums, was einen effektiv kleineren Brechungsindex zur Folge hat.

Weiterhin ist in Abbildung 2.8 zu erkennen, dass als Folge der gebrochenen Zylindersymmetrie die Entartung des Brechungsindex bezüglich der Polarisation aufgehoben wird. Die Aufspaltung des Brechungsindex ist eine Folge der Kopplung zwischen beiden Fasern. Sie tritt wie oben erwähnt auf, wenn sich die evaneszenten Felder der Fasern überlappen. Vergleicht man Abbildung 2.6, in der das evaneszente Feld aufgetragen ist, mit Abbildung 2.8 so sieht man, dass die Kopplung über einen Bereich von ca. 1,2 µm auftritt, was in etwa der Reichweite der evaneszenten Felder mit $2 \cdot 600$ nm entspricht.

2.3.1 Evaneszente Kopplung

Besitzen zwei gekoppelte Fasern keinen konstanten Abstand über den gesamten Kopplungsbereich, so muss man die Modenpropagation innerhalb der Fasern für die Randbedingungen getrennter Fasern am Anfang und Ende des Systems betrachten. Kopplung findet dann nur über eine effektive Länge statt. Befindet sich eine ultradünne Faser im evaneszenten Feld einer zweiten, so wird Licht von einer Faser in die andere übergekoppelt. Wird zu Beginn zunächst nur in einer Faser Licht geführt, so lässt sich das im Bild der Supermoden durch ein Linearkombination der symmetrischen und antisymmetrischen Moden darstellen, wobei nur Moden mit gleichartiger Polarisation betrachtet werden:

$$u_v = \frac{1}{2}(u_+ + u_-)$$
 für $d \to \infty$. (2.10)

Die Indizes v und h unterscheiden im Folgenden die zwei Fasern, zwischen welchen Licht übergekoppelt wird. Durch die Propagation entlang der Fasern sammeln die symmetrischen und antisymmetrischen Moden unterschiedliche Phasen auf. Der gesamte relative Phasenunterschied zwischen u_+ und u_- ist durch den Unterschied in den Propagationskonstanten gegeben und kann über

$$\Delta\phi = \int_0^L \Delta\beta \, dx \tag{2.11}$$

ermittelt werden, wobe
iL die Länge der Faser beschreibt. Das bedeutet, dass sich die Mode durch die Propagation entlang der Fasern mit

$$u(x) = \frac{1}{2}(u_{+} + e^{i\Delta\phi(x)}u_{-})$$
(2.12)

entwickeln, wobei die globale, für beide Moden gleiche Phase, nicht angegeben wird. Auf Grund dieser relativen Phase zwischen den beiden Moden kommt es zu einer Schwebung (engl: beat) zwischen diesen. In diesem Zusammenhang definiert man die sogenannte Schwebungs-Länge, die die Länge angibt, in welcher Leistung von einer Faser in die andere und wieder zurückgekoppelt wird. Diese entspricht gerade einer relativen Phase von $\Delta \phi = 2\pi$ zwischen beiden Moden und ist damit $L_{\text{Schwebung}} = 2\pi/\Delta\beta$.

Betrachtet man nun die Leistung, die in die zweite Faser übergekoppelt wird, so muss die Entwicklung der Felder über den Kopplungsbereich hin zu getrennten Fasern beachtet werden. Die Anfangsverteilung ist durch Gleichung 2.10 gegeben. Die Entwicklung über den Bereich der Kopplung wird über die relative Phase zwischen den Moden beschrieben. Die Endverteilung der Intensitäten $(I \propto |u|^2)$ bei erneut getrennten Fasern ist durch:

$$|u(x \to \infty)|^2 = \frac{1}{4} \left| u_+ + e^{i\Delta\phi} u_- \right|^2 = \frac{1}{2} |u_v|^2 \left(1 + \cos(\Delta\phi) \right) + \frac{1}{2} |u_h|^2 \left(1 - \cos(\Delta\phi) \right)$$
(2.13)

gegeben, wobei $u_v \perp u_h$ angenommen wird. Dies ist gerechtfertigt, da die Felder der Fasern durch den großen Abstand an der jeweils anderen Faser verschwinden und somit ein Skalarprodukt, wie es z.B. in [24] definiert ist, verschwindet. Der übergekoppelte Leistungsanteil wird folglich durch den Term $\epsilon = \frac{1}{2} (1 - \cos(\Delta \phi))$ beschrieben.

2.4 Optische Dipolkräfte

Wie in der Einleitung angedeutet, unterscheidet man grundsätzlich zwischen zwei Arten von Lichtkräften. Einerseits gibt es die sogenannte Streukraft, welche z.B. bei der Laserkühlung von Atomen zur Anwendung kommt. Der Ursprung dieser Kraft ist der Impulsübertrag von Photonen auf Moleküle oder Atome. Andererseits existiert die Gradientenbzw. Dipolkraft, welche unter Anderem dafür sorgt, dass durch fokussierte Laserstrahlen Atome oder kleinste Partikel gefangen werden können. Nach diesem Prinzip arbeiten sogenannte optische Pinzetten, die es ermöglichen dielektrische Partikel mit einer Größe zwischen mehreren Nanometern bis hin zu Mikrometern festzuhalten. Typischerweise ist diese Kraft sehr klein und liegt bei einigen Piconewton pro mW Leistung des Laserstrahls [25, 26, 5].

Befindet sich ein Partikel mit einem Brechungsindex größer als der des umgebenden Mediums in einem optischen Feld mit Intensitätsgradienten, so erfährt dieser eine effektive Kraft in Richtung der höchsten Intensität. Eine intuitive Erklärung liefert dafür die Strahlenoptik in Abbildung 2.9. Die Strahlen, die auf den Partikel treffen, erfahren



Abbildung 2.9: Partikel (blauer Kreis) in einem Lichtfeld mit Intensitätsgradienten. Exemplarisch sind zwei Strahlen eingezeichnet, deren unterschiedliche Intensität durch die Stärke der Linien angedeutet ist. Das Vektordiagramm verdeutlicht für einen Strahl den effektiven Impulsübertrag.

durch die Brechung eine Richtungsänderung. Schreibt man den Strahlen Impulskomponenten zu, so unterscheiden sich die Komponenten zwischen Ein- und Ausfallsrichtung. Dies ist gleichbedeutend mit einer Kraftwirkung der Strahlen auf den Partikel. Ist das Lichtfeld gradientenfrei, so sind die Komponenten auf der rechten und linken Seite des Partikels gleich groß und die effektive Kraftwirkung beider Strahlen kompensiert sich. Durch einen Gradienten hingegen gleichen sich diese beiden Kräfte nicht mehr aus, was zu einer Kraft in Richtung der höchsten Intensität führt. Ist der Brechungsindex des Partikels kleiner als der des umgebenden Mediums, so wird dieser in Richtung kleinster Intensität beschleunigt.

Theoretisch wird dieser Effekt über den Impulserhaltungssatz für elektromagnetische Felder beschrieben. Aus diesem lässt sich für stationäre Felder ein Ausdruck für die zeit-



Abbildung 2.10: Skizze zur intuitiven Erklärung der Kraftwirkung durch die Intensitätsverteilung der Mode u_{+1} . Die Integrationsfläche ist mit δV gekennzeichnet, der entsprechende Normalenvektor mit n, Die Pfeile auf der Achse deuten symbolisch die resultierende Kraft an.

gemittelte Kraft auf einen Körper innerhalb eines elektromagnetischen Feldes herleiten [27]. Dieser Ausdruck hat die Form:

$$\langle F_i \rangle_T = \int_{\delta V} \langle T_{ij}(r,t) \rangle_T \, n_j(r) \, ds \tag{2.14}$$

mit den Komponenten T_{ij} des Maxwellschen Spannungstensors:

$$T_{ij} = \epsilon \epsilon_0 \left(E_i E_j - \delta_{ij} \frac{\vec{E}^2}{2} \right) + \frac{1}{\mu \mu_0} \left(B_i B_j - \delta_{ij} \frac{\vec{B}^2}{2} \right), \qquad (2.15)$$

wobei das Integral ds über eine beliebig gewählte Fläche δV , mit Normalenvektor \hat{n} , welche den betrachteten Körper einschließt und δ_{ij} das Kronecker-Delta ist. Anschaulich lässt sich dies im Falle zweier evaneszent gekoppelter Fasern an Abbildung 2.10 erklären. Betrachtet man zunächst nur die x-Achse, so hat der Spannungstensor unter Vernachlässigung der z-Komponenten (zulässig für die quasi-linear polarisierte Mode, da E_x^2 , $E_y^2 >> E_z^2$) die Form:

$$T_{xx} = \frac{\epsilon\epsilon_0}{2} \left(E_x^2 - E_y^2 \right) + \frac{1}{2\mu\mu_0} \left(B_x^2 - B_y^2 \right) \,. \tag{2.16}$$

An der Form von T_{xx} und Abbildung 2.10 erkennt man jetzt, dass die Kraftkomponenten auf der rechten Seite der Fläche δV größer sind, als die auf der linken (vergleiche Stärke der Vektoren und deren Projektion auf \hat{e}_x) und somit eine effektive Kraft in Richtung hoher Intensitäten auftritt. Für beliebige, aber bekannte Feldverteilungen erhält man durch Integration des Ausdrucks 2.15 über die gesamte Fläche δV die Kraft, die durch das Lichtfeld auf das System ausgeübt wird [28, 29].

Eine äquivalente Beschreibung erhält man durch die Betrachtung der Energie [30, 31]. Der Zusammenhang zwischen Energie und Kraft ist allgemein durch

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} U \tag{2.17}$$

gegeben. Betrachtet man die Kraft nur in einer Dimension und setzt für die Energie, die Energie von N Photonen in einer Supermode, d.h. $U = N\hbar\omega$ an, so erhält man

$$F = -\left.\frac{dU}{dd}\right|_{\vec{k}} \tag{2.18}$$

$$= -\frac{d(N\hbar\omega)}{d\mathbf{d}}\Big|_{\vec{k}} \qquad \text{mit} \quad \omega = \frac{c_0}{n_{\text{eff}}}k. \qquad (2.19)$$

Dieser Ausdruck beschreibt eine Kraft, die durch die Energieänderung der Photonen hervorgerufen wird. Da für zwei parallele Fasern eine Translationsinvarianz vorliegt, muss die Betrachtung bei konstantem Impuls, d.h. $\vec{k} =$ konst erfolgen. Für die Energie, muss die Energie der Photonen, die sich im Kopplungsbereich der beiden Fasern befinden, angesetzt werden. Dies kann über $U = Pt = n_g l P/c$ ausgedrückt werden, wobei P die Leistung in der Mode ist, $n_g = c_0/v_g$ beschreibt den Gruppenindex mit $v_g = \partial \omega / \partial k$ als Ausdruck für die Gruppengeschwindigkeit. Die Länge des Kopplungsbereichs wird mit $l_{\rm eff}$ bezeichnet.

Somit erhält man

=

$$F = -\left. \frac{n_g \, l_{\text{eff}}}{c_0 \, n_{\text{eff}}} \frac{d n_{\text{eff}}}{d d} \right|_{\vec{k}} P.$$
(2.20)

Also ist die Kraft abhängig von der Änderung des effektiven Brechungsindex $n_{\rm eff}$ der Supermoden (vergleiche Abbildung 2.8) in Abhängigkeitd des Abstands g zwischen den Fasern. Durch den Verlauf des Brechungsindex der Supermoden in Abhängigkeit des Faserabstands erkennt man, dass symmetrische Supermoden mit $dn_{\rm eff}/dd < 0$ eine attraktive Kraft , während die antisymmetrischen Moden mit $dn_{\rm eff}/dd > 0$ eine repulsive Kraft induzieren.

Um eine lichtinduzierte Dipolkraft zu erhalten, muss man also zwei Wellenleiter oder hier konkret zwei ultradünne Fasern, in einen Abstand relativ zueinander bringen, bei dem die evaneszenten Felder überlappen, oder gleichbedeutend eine Kopplung zwischen den Fasern entsteht. Die Tatsache, dass die Kraft direkt mit der effektiven Kopplungslänge skaliert, bedeutet, dass man einen möglichst großen Kopplungsbereich erzeugen muss um eine signifikante Kraft zu erhalten. Zudem sollte eine möglichst hohe Leistung in den Moden propagieren.

3 Mechanische Anregung einer ultradünnen Faser

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Beschreibung der Schwingungen von Nanofasern. Als Modell dient eine an beiden Enden eingespannte Saite, die durch die optische Dipolkraft angeregt wird. Zunächst wird die Wellengleichung einer ungedämpften Saite hergeleitet, die im zweiten Abschnitt durch Dämpfung und Anregung erweitert wird. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels wird die optische Anregung genauer untersucht und ein Ausdruck für die Schwingungsamplituden durch die optische Anregung hergeleitet. In diesem Abschnitt werden ebenfalls Parameter wie Halbwertsbreite und Gütefaktor zur Charakterisierung einer Resonanz besprochen.

3.1 Wellengleichung einer schwingenden Saite

Als mechanisches Modell für eine gespannte Nanofaser soll eine eindimensionale schwingende Saite dienen, welche an beiden Enden fest eingespannt ist. Die Bewegungsgleichung dieser Saite erhält man durch die Betrachtung eines infinitesimalen Ausschnitts der Saite und die anschließende Untersuchung der rückstellenden Kraft, welche die Saite erfährt, wenn sie aus ihrer Ruhelage ausgelenkt wird. Die rücktreibende Kraft dF_y besteht aus der Differenz der beiden auf y-Richtung projizierten Zugkräften bei x + dx und x, was in Abbildung 3.1 schematisch verdeutlicht wird [32]. Dies führt zu:

$$dF_y = F_{\text{Zug}} \left(\sin(\alpha(x+dx)) - \sin(\alpha(x)) \right)$$

= $F_{\text{Zug}} \left(\alpha(x+dx) - \alpha(x) \right)$
= $F_{\text{Zug}} \frac{d\alpha}{dx} dx$, (3.1)

wobei im zweiten Schritt kleine Auslenkungen und damit sin $\alpha \approx \alpha$ und für die Steigung $\partial y(x)/\partial x \approx \tan \alpha \approx \alpha$ angenommen werden. Im Folgenden impliziert y die Orstabhängigkeit, d.h. $y \equiv y(x)$. Mit Gleichung (3.1) und dem ersten Newtonschen Axiom für den Ausschnitt der Saite ergibt sich

$$dF_y = dm \frac{dy^2}{dt^2} \quad \text{mit} \quad dm = \rho A \, dx \,. \tag{3.2}$$



Abbildung 3.1: Zeigt die auf die y-Richtung (rote Pfeile) projezierten Zugkräfte, die an einem Auschnitt der Saite (blau) angreifen. Durch die Biegung der Saite werden die Kraftkomponenten für verschiedene Stellen entlang der Faser unterschiedlich, was effektiv eine rücktreibende Kraft verursacht.

Führt man

$$v = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \quad \text{mit} \quad \sigma = \frac{F}{A}$$
 (3.3)

ein, so erhält man die Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2},\tag{3.4}$$

wobei nun v die Geschwindigkeit der Welle angibt. Mit $v = \lambda \nu$ und den Randbedingungen y(0) = y(L) = 0 erhält man $L = n\lambda/2$ und so für die Eigenfrequenz der Schwingung der Saite

$$\nu = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\rho A}} n = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} n.$$
(3.5)

Folglich werden durch Fasereigenschaften wie Länge L, Dichte ρ und Zugspannung σ die Eigenschwingungen der Faser charakterisiert.

3.2 Erzwungene gedämpfte Schwingung

Berücksichtigt man den Effekt der Dämpfung und der Anregung, erweitert sich die Wellengleichung zu

$$\underbrace{\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}}_{\text{Wellengleichung}} + \underbrace{b \frac{\partial y(x,t)}{\partial t}}_{\text{Dämpfung}} = \underbrace{f(x)e^{i\omega t}}_{\text{Anregung}},$$
(3.6)

wobei b die Dämpfungskonstante ist und f(x) die Anregung mit Kreisfrequenz ω beschreibt.

Für die Lösung dieser Gleichung muss zunächst die homogene Wellengleichung, d.h. ohne Quellterm gelöst werden. Für die inhomogene Lösung wird anschließend die Anregung über eine räumliche Fouriereihe dargestellt und über einen Koeffizientenvergleich die Lösung erhalten.

Für die Lösung der homogenen Gleichung setzt man einen Separationsansatz mit $y(x,t) = \Phi(x)\zeta(t)$ an, was eine Differentialgleichung der Form

$$\frac{1}{\Phi(x)}\frac{\partial^2 \Phi(x)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2 \zeta(t)} \left(\frac{\partial^2 \zeta(t)}{\partial t^2} + b\frac{\partial \zeta(t)}{\partial t}\right) = \text{konst} = -k_n^2$$
(3.7)

liefert. Der räumliche Teil von Gleichung (3.7) wird mit dem allgemeinen Ansatz $\Phi(x) = A \sin(k_n x) + B \cos(k_n x)$ gelöst, wobei durch die Randbedingungen der eingespannten Saite B = 0 und $k_n = n\pi/L$ folgt. Für die Differentialgleichung für $\zeta(t)$ wird der Ansatz $\zeta(t) \propto e^{i\omega t}$ angenommen. Man erhält die charakteristische Gleichung $-\omega^2 + v^2 k_n^2 + ib\omega = 0$, aus der man wiederum die Eigenfrequenz des Systems errechnet:

$$\omega = \underbrace{i\frac{b}{2}}_{\text{Diff}} \pm \underbrace{\sqrt{k_n^2 v^2 - \frac{b^2}{4}}}_{\text{OIII}} \qquad (3.8)$$

Dämpfung Resonanzfrequenz mit Dämpfung

Die Lösungen des Systems besitzen die Form:

$$y(x,t) = \sum_{n} \sin(k_n x) e^{-\frac{bt}{2}} \left[a_n e^{i\sqrt{k_n^2 v^2 - \frac{b^2}{4}t}} + b_n e^{-i\sqrt{k_n^2 v^2 - \frac{b^2}{4}t}} \right].$$
 (3.9)

Die Koeffizienten a_n und b_n lassen sich aus den Anfangsbedingungen bestimmen [33]. Für hohe Dämpfungen wird der zweite Term in Gleichung (3.8) imaginär, was zu der sogenannten überdämpften Lösung führt. In diesem Fall geht das System ohne Schwingungen auszuführen in die Ausgangslage zurück. Es zeigt sich, dass die gedämpfte Saite ohne Anregung das gleiche Verhalten wie ein gedämpfter harmonischer Oszillator aufweist [34].

Betrachtet man nun die Wellengleichung (3.6) mit Anregung, so ist es günstig als Ansatz für die Anregung und für $\Phi(x)$ jeweils eine räumliche Fourierreihe in den Eigenmoden des Systems der Form



Abbildung 3.2: Amplitudenverlauf (oben); Phasenverlauf (unten) beim Durchgang durch eine Resonanz für verschiedene Dämpfungskonstanten b, wobei die Resonanzfrequenz $\omega_{0n} = 20$ Hz ist.

$$f(x) = \sum_{n} g_n \sin(k_n x) \quad \text{und} \quad \Phi(x) = \sum_{n} \beta_n \sin(k_n x) \,. \tag{3.10}$$

anzusetzen. Der Ansatz über die Fourierreihen trägt der Tatsache Rechnung, dass sich auf einer Saite, welche an beiden Enden fixiert ist, stehende Wellen ausbilden. Jeder Fourierkoeffizient entspricht einer Mode und beschreibt die Amplitude dieser. Die unterschiedliche räumliche Struktur der einzelnen Moden sorgt dafür, dass diese nicht in gleicher Weise angeregt werden, was wiederum durch die Fourierzerlegung der Anregung beschrieben wird. Mit diesem Ansatz erhält man eine Beziehung zwischen den Fourierkoeffizienten der Anregung und der räumlichen Lösung

$$\beta_n(-\omega^2 + \omega_{0n}^2 + ib\omega) = g_n. \qquad (3.11)$$

Drückt man den komplexen Teil in Gleichung (3.11) durch Betrag und Phase aus, so erhält man

$$\beta_n = \frac{g_n}{\sqrt{(\omega_{0n}^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}} e^{i\varphi}.$$
(3.12)

Das bedeutet, dass die Schwingung der Faser gegenüber der Anregung eine Phasenverschiebung besitzt. Für die Phase erhält man die Ausdrücke:

$$\sin \varphi = -b\omega \frac{1}{\sqrt{(\omega_{0n}^2 + \omega^2)^2 + b\omega^2}},$$

$$\cos \varphi = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 + \omega^2)^2 + b\omega^2}},$$
(3.13)

wobei für die Phase in Bezug auf die Resonanzfrequenz

$$0 \le \omega \le \omega_{0n} \quad \text{bei} \qquad 0 < \varphi \le -\frac{\pi}{2},$$

$$\omega = \omega_{0n} \quad \text{bei} \qquad \varphi = -\frac{\pi}{2},$$

$$\omega > \omega_{0n} \quad \text{bei} \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi \le -\pi$$
(3.14)

gilt. Trägt man die Amplitude und Phase auf, so erhält man eine Resonanzstruktur, die in Abbildung 3.2 zu sehen ist.

Man erkennt, dass die Breite, Höhe sowie der Phasenverlauf eine Abhängigkeit von der Dämpfung zeigen. Zudem zeigt die schwingende Saite bei nahresonanter Anregung die für einen harmonischen Oszillator typische Amplitudenüberhöhung sowie den Phasendurchgang von 180°.

3.3 Optisch getriebene Schwingung

In diesem Abschnitt wird die optische Dipolkraft als Quellterm betrachtet. Um eine Lösung der Wellengleichung zu erhalten, muss zunächst ein Ausdruck für die in der Wellengleichung stehende Beschleunigungsdichte f(x) hergeleitet werden. Dies wird zunächst für eine Kraft, die punktförmig nur an einer Stelle der Saite angreift, durchgeführt, wobei für die Saite keine Dämpfung angenommen wird. Die hier erläuterten Überlegungen sind an die in [35] angelehnt.

Die anregende Kraft $F_0 e^{i\omega t}$ bei x = 0 wird, wie in Abbildung 3.3 verdeutlicht, derart angesetzt, dass ihr Betrag die senkrechte Komponente der Zugkraft kompensiert.

Dies führt zu

$$F_0 = -F_{\text{Zug}} \sin(\theta) \big|_{x=0} \approx -F_{\text{Zug}} \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x=0} \,. \tag{3.15}$$

Für die Auslenkung wird die Lösung der ungedämpften Wellengleichung $y(x,t) = Ae^{-i(kx-\omega t)}$ angesetzt. Daraus erhält man



Abbildung 3.3: Kräftedreieck zur punktförmigen Erregung einer Saite bei x = 0.

$$F_0 e^{i\omega t} = iF_{\text{Zug}} A k e^{i\omega t} \quad \text{und damit} \quad A = \frac{F_0}{F_{\text{Zug}} k}.$$
(3.16)

Hierbei wird der Faktor i vernachlässigt, da dieser lediglich die Phase der Anregung der freien Saite gegenüber der Schwingung beschreibt. Durch zweimaliges Ableiten der Lösung y(x,t) nach der Zeit erhält man die durch die Kraft hervorgerufene Beschleunigungsdichte der Saite

$$\frac{d^2 y(x,t)}{dt^2} = -A\omega^2 e^{-i(kx-\omega t)}.$$
(3.17)

Daher wird für den Quellterm in Gleichung (3.6)

$$f(x) = A\omega^2 = \frac{F_0 v \,\omega}{F_{\text{Zug}}} \tag{3.18}$$

angesetzt. Im allgemeinen Fall handelt es sich allerdings nicht um eine punktförmige Quelle, d.h. $F_0 \to F(x)$. Beschreibt man analog zu Abschnitt 3.2 die Anregung durch ein Fourierreihe, so führt dies zu den Fourierkoeffizienten

$$g_n = \frac{2\omega v}{L} \int_0^L \left(\frac{F(x)}{F_{Zug}}\right) e^{ik_n x} dx = \omega h_n \,. \tag{3.19}$$

Hier wird ω aus der Integration gezogen, um den Zusammenhang mit $f(x) \propto \omega$ zu verdeutlichen. Die restlichen Terme werden in h_n zusammengefasst. Damit erhält man für die Schwingungsamplituden nach Gleichung (3.12)

$$|\beta_n| = \frac{\omega h_n}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}}$$
(3.20)

und damit für die maximale Amplitude, durch $d\beta_n/d\omega = 0$

$$|\beta_{n,max}| = \frac{h_n}{b} \quad \text{bei} \quad \omega = \omega_0. \tag{3.21}$$

Hier zeigt sich, dass das System der optisch getriebenen Saite eine Abweichung vom harmonischen Oszillator besitzt. Die maximale Amplitude wird hier bei der Resonanzfrequenz der ungedämpften Schwingung erreicht, während im Falle des harmonischen Oszillators dies bei einer durch die Dämpfung verschobenen Frequenz $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - b^2/2\omega_0^2}$ erreicht wird. Die Ursache der Abweichung besteht für die optisch getriebenen Saite in der frequenzabhängigen Anregung.

Eine charakteristische Größe einer Resonanz ist die Halbwertsbreite (engl.: Full Width at Half Maximum, Abk.: FWHM). Diese ist durch den Frequenzabstand definiert, bei welchem die Hälfte ihrer maximalen Amplitude erreicht wird.

$$|\beta_n(\omega 0 \pm \Delta \Omega)| = \frac{\beta_{max}}{2}.$$
(3.22)

Entwickelt man die linke Seite von Gleichung (3.22) in Ordnungen von $O(\Delta\Omega)$ und vernachlässigt ab $O(\Delta\Omega^3)$, so erhält man als Breite

$$FWHM = 2\Delta\Omega = b. \tag{3.23}$$

Die volle Breite der Resonanz FWHM hängt demnach nur von der Dämpfung b ab. In diesem Zusammenhang definiert man die Güte oder den Gütefaktor Q der Resonanz. Dieser ist über den allgemeinen Ausdruck:

$$Q = 2\pi \frac{\text{Energie}}{\text{Energieverlust pro Periode}}$$
(3.24)

definiert, wobei die Gesamtenergie der schwingenden Saite durch den Ausdruck:

$$E(t) = \frac{1}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \right)^2 + c^2 \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right] dx$$
(3.25)

gegeben ist und y(x,t) durch die Lösungen der Wellengleichung (3.9) erhalten wird [33]. Zieht man die Zeitabhängigkeit vor das Integral in Gleichung (3.25), so erhält man

$$E(t) = e^{-bt+2i\omega_n t} \int_0^L C(x) dx, \qquad (3.26)$$

wobei alle zeitunabhängigen Größen in ${\cal C}(x)$ zusammengefasst sind. Man erhält somit für die Güte

$$Q = 2\pi \frac{E(0)}{|E(0) - E(T)|} \quad \text{mit Periode} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_n} \,. \tag{3.27}$$

Dies ergibt

$$Q = 2\pi \frac{E(0)}{|E(0) - E(T)|} = \frac{2\pi}{1 - e^{-bT + 2i\omega_n T}} = \frac{2\pi}{bT} = \frac{\omega_n}{b}.$$
 (3.28)

Hierbei wird der Ausdruck $e^{2i\omega_n T} = 1$ und für kleine Dämpfungen $bT \ll 1$ der Ausdruck $e^{-bT} = 1 - bT$ eingesetzt. Die Güte hängt also invers proportional mit der Dämpfung zusammen. Setzt man die Güte in den Ausdruck der maximalen Schwingungsamplitude (Gleichung (3.21)), so erkennt man, dass im Falle einer Resonanz die Amplitude mit dem Gütefaktor überhöht wird. So lassen sich durch einen hohen Gütefaktor selbst kleinste Auslenkungen durch Resonanzüberhöhung detektieren.

Die Dämpfung und damit die Güte werden hauptsächlich durch drei Faktoren bestimmt:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{\text{intrinsisch}}} + \frac{1}{Q_{\text{molekular}}} + \frac{1}{Q_{\text{viskos}}} \,. \tag{3.29}$$

Hierbei beschreibt der Term $1/Q_{\text{intrinsisch}}$ die intrinsische Dämpfung. Die intrinsische Dämpfung ist durch die inneren Eigenschaften des schwingenden Materials (hier: Quarzglas SiO₂) gegeben. Die Terme $1/Q_{\text{molekular}}$ und $1/Q_{\text{viskos}}$ beschreiben die Dämpfung durch Luftmoleküle. Dies wird in zwei Druckbereiche aufgeteilt, wobei der jeweils dominierende Teil der Dämpfung ausschlaggebend ist. Dies hängt davon ab, ob das Gas durch Stöße oder durch eine Strömung beschrieben werden muss, wobei die mittlere freie Weglänge entscheidend wird. Die mittlere freie Weglänge λ_{MFW} ist die Strecke, die ein Molekül zwischen zwei Stößen zurücklegt. Sie ist gegeben durch

$$\lambda_{\rm MFW} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\pi \sigma^2 n}.$$
(3.30)

Hierbei ist σ der Durchmesser der Luftmoleküle und n die Moleküldichte (n = N/V, wobei N die Teilchenanzahl und V das betrachtete Volumen beschreiben). Für die Berechnung der mittleren freien Weglänge wird der Radius des Stickstoffmoleküls verwendet, da Luft zu ca. 80% aus Stickstoff besteht. Über die ideale Gasgleichung, die für niedrige Drücke Gültigkeit besitzt, lässt sich die Dichte errechnen [36]:

$$pV = NkT$$
 d.h. $\frac{N}{V} = \frac{p}{kT}$, (3.31)

wobei p der Druck, T die Temperatur und $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K [37] die Boltzmankonstante ist. Mit steigendem Druck nimmt die Dichte zu, was zu einer Erniedrigung der mittleren freien Weglänge führt.

Die Aufteilung des Dämpfungsbereichs erfolgt über die Knudsen-Zahl, die das Verhältnis

zwischen mittlerer freier Weglänge und Ausdehnung des schwingenden Systems senkrecht zur Schwingungsrichtung (A_{\perp}) angibt [38].

$$Kn = \frac{\lambda_{\rm MFW}}{A_{\perp}} \tag{3.32}$$

Ist die mittlere freie Weglänge wesentlich kleiner als die Ausdehnung, so befindet sich das schwingende System im Bereich der viskosen Dämpfung, für welchen $Kn < 10^{-2}$ gilt. Dieser Bereich kann durch Kontinuumsmechanik beschrieben werden, da das Verhalten der Moleküle unabhängig von den Details der Molekülbewegungen als Strömung beschrieben werden kann. Ist $Kn > 10^2$, so befindet man sich im Regime der molekularen Dämpfung. Die mittlere freie Weglänge ist in diesem Bereich wesentlich größer als die Ausdehnung des schwingenden Systems. Hier muss die kinetische Gastheorie zur Beschreibung herangezogen werden, da jetzt einzelne Kollisionen zwischen Molekülen und schwingendem System relevant werden [39]. Im Bereich zwischen dieser beiden Regime spricht man vom Übergangsbereich. Für eine detaillierte Beschreibung der Dämpfungsmechanismen für mechanische Systeme in Mikro- und Nanometer Ausdehnungen wird auf [40, 41, 42, 43] verwiesen.

4 Experimenteller Aufbau

Der experimentelle Aufbau hat drei Haupteigenschaften zu erfüllen. Er muss einen möglichst großen Kopplungsbereich zwischen beiden Fasern gewährleisten um die lichtinduzierte Dipolkraft zu maximieren (siehe Gleichung (2.20)) und eine stabile Positionierung der Fasern relativ zueinander ermöglichen. Außerdem soll die Dämpfung der Faserschwingungen durch Luftmoleküle minimiert werden. Die Positionierung wird durch einen massiv gestalteten Faserhalter, der gleichzeitig einen geringen Winkel zwischen den Fasern ermöglicht, umgesetzt. Dies wird im ersten Abschnitt dieses Kapitels beschrieben. Die Minimierung der Dämpfung wird durch eine Vakuumkammer realisiert, die im zweiten Abschnitt besprochen wird. Weiterhin wird der Aufbau des Lasersystems gezeigt, welcher für das Erzeugen und das Detektieren der lichtinduzierten Kräfte benötigt wird. Als letzten Abschnitt dieses Kapitels wird das Messschema beschrieben. In diesem Abschnitt wird erläutert, wie das zu erwartende Signal aussieht und wie es detektiert bzw. ausgewertet wird.

4.1 Konzipierung der Faserhalter

Eine wesentliche Aufgabe der Faserhalter ist es, den Überlapp der evaneszenten Felder der beiden Fasern zu maximieren. Die Ausdehnung des evaneszenten Feldes liegt in der Größenordnung einer Wellenlänge des geführten Lichtes und damit im Bereich von einigen hundert Nanometern. Der Radius der unverjüngten Fasern beträgt 62,5 µm, der der Fasertaille hingegen nur 0,5 µm. Dies bedeutet, dass man die Fasern nicht parallel anordnen kann, da der unverjüngte Teil der Faser eine Annäherung verhindert. Also müssen die Fasern gegeneinander verdreht werden. Der kleinstmögliche Winkel wird durch die Steigung des Übergangs zwischen unverjüngtem Teil und Fasertaille vorgegeben und beträgt im hier verwendeten Faserprofil 3 mrad. Aus praktischen Gründen kann der Winkel aber nicht derart klein gewählt werden, da das Aufbringen der Faser auf den Halter durch einen UV-härtenden Klebertropfen geschieht. Bei den hier entwickelten Faserhaltern beträgt der Winkel zwischen beiden Fasern $\alpha \approx 8^{\circ} \pm 1^{\circ}$. Die Faserhalter sind in Abbildung 4.1 zu sehen. Man sieht unterhalb der Faser eine zusätzliche Stütze. Diese wird nachträglich angebracht, um die Schwingungen des unverjüngten Teils und des Übergangsbereichs der Faser zusätzlich zu dämpfen. Die Fixierung der Faser an dieser erfolgt über einen zusätzlichen Klebertropfen. Es ist beim Anbringen der Faser darauf zu achten, dass dieser zusätzliche Klebertropfen sich nicht in dem Bereich befindet, in dem die Mode vom Kern in den Mantel übergeht. Andernfalls erhält man erhebliche Transmissionsverluste, da das Licht an dieser Stelle aus der Faser gestreut würde.



Abbildung 4.1: Faserhalter der vorderen Faser (a) und der der hinteren Faser (b). An beiden Haltern befindet sich jeweils ein Biegepiezo um die Faserspannung variieren zu können. Parallel zur Faser ist jeweils eine zusätzliche Stütze angebracht, welche die Schwingungen des unverjüngten Faserteils dämpfen soll. Die technischen Zeichnungen der Halter sind in im Anhang in Abbildung A.6 und A.7 zu finden.

Zusätzlich sind an beiden Haltern piezoelektrische Biegeaktuatoren (Piezomechanik BM 120/36/350) angebracht, welche es ermöglichen die Faserspannung zu variieren und so die mechanischen Resonanzfrequenzen der Faser zu verändern (vergleiche Gleichung (3.5)). Da ein Biegeaktuator seine Länge bei angelegter Spannung nicht ändert, tritt eine Abstandsänderung durch die Verkippung des einen Faserendes zwischen beiden Fasern auf, sobald die Biegeaktuatoren angesteuert werden. Die Ansteuerung der Biegpiezos wird über eine Spannungsversorgung (PI LVPZT-Amplifier E 503-00) umgesetzt.

Die unterschiedliche Form der Halter ist durch die zusätzliche Aussparung für ein Mikroskop an einem der beiden Halter bedingt. Um dies nutzen zu können, müsste die Stütze entfernt werden, da diese parallel zur Faser verläuft und so die Faser verdeckt (siehe Abbildung 4.1(a)). Diese Aussparung wird für zukünftige direkte Beobachtungen der Fasertaillen implementiert.

Um Schwingungen des Aufbaus zu minimieren, müssen die Faserhalter möglichst massiv gestaltet werden. Jede Schwingung der Fasern, die durch äußere Einflüsse hervorgerufen würde, führt auf Grund des geringen Abstandes der Fasern dazu, dass sich die Fasern berühren und aneinander haften bleiben. Zudem werden durch die massive Bauweise die Eigenfrequenzen maximiert und die Schwingungsamplituden der Eigenschwingungen der Halter stark reduziert. Die Eigenschwingungsfrequenzen werden mit Autodesk Inventor 2008 simuliert und sind für die Grundschwingung des einen Halters ca. 45 kHz . Die hierbei angenommene Randbedingung ist eine Fixierung des Halters über die komplette Unterseite. So treten nur Deformationsschwingungen im oberen Bereich des Halters auf, wie in Abbildung 4.2 zu sehen ist. Diese Schwingungen beeinflussen die Faser nicht, da die Faser am unteren Teil des Halters fixiert ist. Auf Grund der Ausparung am zweiten Halter erhält man hier niedrigere Frequenzen von ca. 32 kHz. Diese Schwingungen beeinflussen jedoch die Faser, da hier die Deformationen an den Stellen, an denen die Faser fixiert ist, auftreten. Jedoch haben die Deformationen des Halters auf Grund der



Abbildung 4.2: Deformation des Halters auf Grund der Schwingung mit der niedrigsten Eigenfrequenz. Die roten Bereiche geben die Positionen maximaler Auslenkungen durch die Deformationsschwingung an, während in den blauen Regionen keinerlei Deformation vorliegt.

hohen Frequenzen und damit geringen Amplitude einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Fasern. Die sich gegenüberstehenden Halter sind in Abbildung 4.3 zu sehen.



Abbildung 4.3: In (a) ist der Faseraufbau von der Seite gezeigt. Links ist der Halter der Faser, die im Folgenden als vordere Faser bezeichnet wird, rechts der der hinteren Faser . In (b) ist der Aufbau von oben gezeigt. In (a) ist zudem der massive Block (rechts) und die Kombination der Positioniertische (links) zu sehen. Die Fasern verlaufen jeweils parallel zu der gut sichtbaren Stütze.

Ein Halter ist auf einem massiven Block montiert, während der zweite auf einem Stapel Positioniertischen fixiert wird. Sowohl der Block als auch die Kombination aus Positioniertischen wird auf einer Rasterlochplatte $(30 \times 30 \text{ cm})$ befestigt. Die Kombination aus Positioniereinheiten lässt eine relative Positionierung der Halter in x- und y-Richtung zu. In der Richtung parallel zu den Fasern (x-Richtung) lässt sich der zweite Halter durch eine Mirkometerschraube (PI M-655.00) verfahren. Hier ist keine sonderlich genaue Positionierung nötig. Es müssen lediglich die beiden Fasertaillen einander gegenüber gebracht werden. Die Positionsauflösung in dieser Achse beträgt ca. 1 µm. Eine wesentlich bessere Auflösung benötigt man in y-Richtung, da diese den Abstand zwischen den Fasern definiert. Hierfür steht einmal ein piezogetriebener Trägheitsantriebstisch (Mechonics MS30), der einen großen Stellweg von 18 mm bei gleichzeitig hoher Auflösung von ca. 3, 13 nm/Schritt bietet. Für die Feinabstimmung der Distanz zwischen den Fasern kommt ein piezogetriebener Lineartisch (im Folgenden Regelpiezo genannt) (PI P-854.00) mit einem Stellweg von 25 µm zum Einsatz. Dieser Piezo ist Bestandteil des Abstands-Regelkreises und wird über dieselbe Spannungsversorgung wie die Biegepiezos angesteuert.

4.2 Vakuumapparatur

Ein Ziel dieses Experiments ist es, neben der Untersuchung der lichtinduzierten Kräfte, Eigenschaften der ultradünnen Fasern zu vermessen. Zu diesen Eigenschaften zählt unter anderem die intrinsische Güte der Fasern. Um diese vermessen zu können, muss die Dämpfung durch Luftmoleküle minimiert werden, sodass die intrinsische Dämpfung überwiegt /(siehe Gleichung (3.29)).

Die Dämpfung durch Stöße mit Luftmolekülen ist proportional zur Moleküldichte und mit:

$$\frac{\omega_0}{Q} = b \propto \frac{N}{V} = \frac{p V}{k T} \tag{4.1}$$

proportional zum Druck. Man erhält folglich

$$Q \propto \omega_0 \frac{kT}{pV} \propto \frac{1}{p} \,. \tag{4.2}$$

Mit der konservativen Abschätzung einer Güte von Q = 1 für einen Druck von p = 1 mbar, bei dem der molekulare Dämpfungsbereich erreicht wird, würde sich eine Güte von $Q = 10^6$ bei einem Druck von ca. $p = 10^{-6}$ mbar messen lassen. Aus diesem Grund wird die Kammer auf einen Enddruck von ca. $p = 10^{-6}$ mbar ausgelegt. Die Form der Kammer wird so gestaltet, dass sie möglichst kompakt und gleichzeitig vielseitig ist und so Änderungen der Faserhalter und dadurch benötigte zusätzliche Durchführungen einfach implementiert werden können. Zusätzlich muss der Aufbau der Faserhalter komplett aus der Kammer entnommen werden können, da dies bei einem Wechsel der Fasern erforderlich ist. Die so gestaltete Vakuumkammer (Firma Trinos) ist in Abbildung 4.4 zu sehen.

Zur Evakuierung der Kammer wird ein Pumpstand (Pfeiffer HiCube Eco 80) bestehend aus einer Membranpumpe (Pfeiffer MVP 015) und einer Turbopumpe (Pfeiffer HiCube 80) mit einem Saugvermögen von ca. 67 l/s eingesetzt, wobei die Turbopumpe direkt mit einem Eckventil (VAT UHV Eckventil Reihe 284) mit der Kammer verbunden ist. Das Eckventil ermöglicht es, die Pumpen während der Messvorgänge ausschalten zu können, um Vibrationen durch die Pumpen zu vermeiden.

Der Durckverlauf nach Schließen des Ventils ist in Abbildung 4.5 zu sehen und wird


Abbildung 4.4: Vakuumkammer: Die Turbopumpe (1) ist über das Eckventil (2) mit der Kammer verbunden. Auf der Oberseite befinden sich eine Druckmessröhre (3) und ein Viewport (4). Der zweite Viewport ist auf der gegenüberliegenden Seite angebracht. Die technische Zeichnung ist im Anhang in Abbildung A.8 zu finden.

über eine Pirani-Druckmessröhre (Pfeiffer TPG 261 Single Gauge) gemessen. Der erste Sprung bei ca. 0,4 min ist der Zeitpunkt, bei dem das Ventil geschlossen wird. Nach ca. 8 min ist ein weiterer Sprung zu beobachten. Hier schaltet die Pirani-Druckmessröhre zwischen zwei verschiedenen Druckmessverfahren um. Durch die virtuelle Leckrate steigt der Druck innerhalb der Kammer bei geschlossenem Ventil recht schnell. Mittels dieses Druckanstiegs innerhalb der Kammer lässt sich die virtuelle Leckrate L der Kammer bestimmen. Die virtuelle Leckrate L erhält man über

$$L = \frac{\Delta p V}{\Delta t} = 3,75 \cdot 10^{-6} \,\mathrm{mbar}\,\mathrm{l/s}\,, \tag{4.3}$$

wobei Δp die Druckdifferenz zwischen Start- und Endzeitpunkt, V = 241 das Volumen der Vakuumkammer und Δt der Zeitraum, in dem der Druckverlauf aufgenommen wird, ist.

Auf Grund des schnellen Druckanstiegs und der Tatsache, dass die Vibrationen durch die Pumpen in den meisten Fällen einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Fasern aufweisen, bleiben die Pumpen während den Messreihen eingeschaltet. Der Enddruck nach mehreren Wochen Evakuierung mit den oben genannten Pumpen ist ca. $p = 3 \cdot 10^{-7}$ mbar.



Abbildung 4.5: nicht linearer Druckanstieg als Funktion der Zeit bei geschlossenem Ventil.

4.3 Optik und Laser

Das Lasersystem dieses Experiments induziert die lichtgetriebenen Schwingungen und weist diese gleichzeitig nach. Für die Erzeugung der periodischen Dipolkraft kommt ein Diodenlaser (im Folgenden als Anregungslaser bezeichnet) mit einer Wellenlänge von $\lambda = 850$ nm zum Einsatz. Die durch die Faserschwingungen hervorgerufenen Abstandsvariationen werden durch einen separaten Diodenlaser (im Folgenden Nachweislaser genannt) bei einer Wellenlänge von $\lambda = 780$ nm gemessen. Dieser wird zusätzlich zur Abstandsstabilisierung verwendet (siehe Abschnitt 5.2). Die Wahl der Wellenlänge ergibt sich aus den in der Arbeitsgruppe genutzten Wellenlängen und der damit verbundenden Tatsache, dass die optischen Elemente für die Wellenlängen optimiert sind. Da die lichtinduzierte Kraft direkt proportional zur Leistung ist (vgl. Gleichung (2.20)), genügt es den Nachweislaser bei einer kleineren Leistung als den Anregungslaser zu betreiben. Die Maximalleistung beider Laser beträgt 10 mW. Beide Laserdioden sind zusätzlich auf 20° C temperaturstabilisiert, was durch die Laser-Controller mittels eines Temperaturfühlers (AD590) an den Laserdioden umgesetzt wird. Der Anregungslaser kann zusätzlich mittels des Stroms intensitätsmoduliert werden.

Dem Strahlengang in Abbildung 4.6 von den Lasern aus folgend, befindet sich jeweils hinter den Lasern ein optischer Isolator. Diese schützen die Laserdioden vor Rückreflexen, die die Laserdiode beeinflussen bzw. zerstören können. Die danach stehenden Glasplätchen dienen dazu, einen Bruchteil der Strahlen auszukoppeln und durch Photodioden, z.B. die Intensitätsschwankungen der Laser zu beobachten. Es folgt jeweils Polarisationsoptik in Form von einer $\lambda/2$ -Wellenplatte. Im Strahl des Anregungslasers steht zusätzlich eine $\lambda/4$ -Wellenplatte. So lässt sich die Polarisation des Anregungs- und des Nachweiss-



Abbildung 4.6: Schematischer Laseraufbau bestehend aus dem Anregungslaser bei $\lambda = 850 \text{ nm}$ und dem Nachweislaser bei $\lambda = 780 \text{ nm}$, die durch den dichroitischen Spiegel überlagert und in die Anregunsfaser eingekoppelt werden.

trahls getrennt variieren. Beide Strahlen werden durch einen dichroitischen Spiegel (von Laseroptik) überlagert. Dieser ist für eine Wellenlänge von $\lambda = 780$ nm hochreflektierend und für $\lambda = 850$ nm transmittierend beschichtet. Die überlagerten Strahlen werden in die vordere Faser eingekoppelt und am anderen Ende der Faser wird die transmittierte Leistung beobachtet.

In der hinteren Faser wird das von der vorderen Faser übergekoppelte Licht detektiert. Da der Großteil des Lichtes in Vorwärtsrichtung übergekoppelt wird, reicht es ein Ende der hinteren Faser zu betrachten. Wie in Abbildung 4.7 zu sehen ist, wird das Licht dort aus der Faser ausgekoppelt und über einen weiteren dichroitischen Spiegel nach den Wellenlängen getrennt.

Zusätzlich zum dichroitischen Spiegel befinden sich jeweils zwei Kantenfilter (Thorlabs FEL0800 bzw. FES0800) zur weiteren Unterdrückung der jeweils unerwünschten Wellenlänge in den Strahlengängen. Der 780 nm - Strahl wird zusätzlich durch einen 50:50-Strahlteiler aufgeteilt und auf zwei aktiv verstärkte Photodioden geschickt. Eine liefert das Signal für die Ausleseelektronik, während die zweite das Signal für die Abstandsstabilisierung bereitstellt. Durch die Spannungsversorgung der einen Photodiode mittels einer Batterie wird eine elektrische Trennung zwischen Ausleseelektronik und Abstands-Regelkreis realisiert.



Abbildung 4.7: Das in Vorwärtsrichtung gekoppelte Licht wird an einem Ende der hinteren Faser ausgekoppelt und den Wellenlängen entsprechend getrennt. Der Anteil bei 780 nm wird durch einen Strahlteiler auf zwei Photodioden aufgeteilt, welche das Einganssignal für den Regelkreis bzw. für die Ausleseelektronik liefern.

4.4 Messschema

Eine Schwingung der Fasern bedeutet eine periodische Abstandsänderung zwischen beiden Fasern. Diese Abstandsänderung kann über das zwischen den Fasern übergekoppelte Licht nachgewiesen werden, da die Koppeleffizienz eine starke Abstandsabhängigkeit aufweist. Dies lässt sich wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben berechnen. Die lichtinduzierte Kraft lässt sich nicht direkt nachweisen, da die Auslenkung sehr klein ist. Durch Modulation der anregenden Kraft lassen sich die Fasern zu Schwingungen anregen und im Falle einer Resonanz wird die Schwingungsamplitude durch den Gütefaktor überhöht (vgl. Gleichung (3.21), wobei $b = \omega_{0n}/Q$ ist).

Das gemessene Signal wird durch die übergekoppelte Leistung bestimmt, welche durch die Schwebungs-Länge zwischen der symmetrischen und antisymmetrischen Supermode beschrieben werden kann (vgl. Abschnitt 2.3.1). Mit Gleichung (2.8) und dem effektiven Brechungindexverlauf (siehe Abbildung 2.8) lässt sich der relative Phasenunterschied zwischen beiden Moden, der durch die Propagation entlang der Faser zustande kommt, bestimmen (Gleichung (2.11)). Der Abstand zwischen zwei um α verkippten Fasern mit Minimalabstand d_0 (Abbildung 4.8) in Abhängigkeit der Position in Faserrichtung ist durch



Abbildung 4.8: (a) Seitliche Ansicht. (b) Querschnitt.

$$d = \sqrt{d_0^2 + 4x^2 \tan^2(\frac{\alpha}{2})}, \quad \text{mit} \quad \alpha \approx 8^\circ \pm 1^\circ$$
 (4.4)

gegeben. Man erhält daraus:

$$\Delta\beta(d) = \Delta n(d) \, k_0 \,, \tag{4.5}$$

mit dem durch Integration entlang der Faser der Phasenunterschied zwischen beiden Moden und damit durch Gleichung (2.13) die Koppelefffizienz in Abhängigkeit des Faserabstands bestimmt werden kann. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.9 gezeigt.

Es ist zu erkennen, dass ein Unterschied zwischen den beiden Linearkombinationen, der der horizontalen und vertikalen Moden, besteht. Des Weiteren ist zu sehen, dass mit abnehmenden Abstand die Koppeleffizienz nicht stetig größer wird, sondern ab einem Abstand von ca. 150 nm wieder sinkt. Das bedeutet, dass die Schwebungs-Länge kleiner als der Kopplungsbereich ist und somit die Leistung mehrfach übergekoppelt werden kann. D.h. die übergekoppelte Leistung in der hinteren Faser koppelt erneut in die vordere Faser zurück. Der entscheidende Abstand für die hier gemachten Messungen befindet sich zwischen d = 200 nm und d = 600 nm. Zudem zeigt die Koppeleffizienz hier eine hohe Steigung, was effektiv einer hohen Sensitivität entspricht. Die Steigung der Koppeleffizienz bei kleinen Abständen (d < 150 nm) kann nicht genutzt werden, da hier keine stabile Positionierung der Faser realisiert werden kann.

Die Sensitivität auf Abstandsvariationen wird durch die Steigung der Koppeleffizienz beim entsprechenden Abstand bestimmt. Eine Schwingung bei kleinem Abstand wird zu einem großen Signal führen, während die gleiche Schwingungsamplitude bei größerem Abstand ein kleineres Signal liefert. Sollen Amplituden bei unterschiedlichen Abständen verglichen werden, so muss der Wert der Amplitude auf die Steigung der Koppeleffizienz



Abbildung 4.9: Koppelefizienz in Abhängigkeit des Abstands zwischen beiden Fasern. Der rote Graph zeigt die Koppeleffizienz für die horizontal polarisierte Linearkombination der Supermoden u_1 , während blau die der senkrecht polarisierten Moden u_2 angibt. Die senkrechte, schwarze Linie entspricht einer Koppeleffizienz von etwa 70 % und zeigt den Abstand bei dieser Effizienz ($\lambda = 850$ nm).

normiert werden.

Zur Detektion der Schwingungen wird das Photodioden-Signal, das den übergekoppelten Teils des Nachweislasers misst, mit einem Lock-In-Verstärker verstärkt. Der Lock-In-Verstärker ist ein phasensensitives Messgerät, welches nur Signale verstärkt, die dieselbe Frequenz wie ein Referenzoszillator aufweisen. Er wirkt also als sehr schmaler Frequenzfilter und unterdrückt so das Rauschen, da dieses im Allgemeinen eine kontinuierliche Frequenzverteilung über den gesamten Frequenzraum besitzt. Das schematische Funktionsprinzip eines Lock-In-Verstärkers ist in Abbildung 4.10 skizziert.

Vereinfacht ausgedrückt multipliziert der Lock-In-Verstärker zwei Referenzsignale $r_1(t) = A_r \sin(\omega_r t + \varphi_r)$ und $r_2 = A_r \cos(\omega_r t + \varphi_r)$, welches eine relative Phase von $\pi/2$ gegnüber r_1 besitzt mit dem Messsignal a(t), welches zur Vereinfachung als $a(t) = A_s \sin(\omega_s t + \varphi_s)$ dargestellt wird. Am Ausgang des Mischers erhält man:

$$V_1 = r_1(t)a(t) = A_r A_s \sin(\omega_r t + \varphi_r) \sin(\omega_s t + \varphi_s)$$
(4.6)

$$=A_r A_s \left[\cos(\omega_+ t + \varphi_+) - \cos(\omega_- t + \varphi_-)\right]$$
(4.7)

$$, V_2 = r_2(t)a(t) = A_r A_s \left[\sin(\omega_+ t + \varphi_+) - \sin(\omega_- t + \varphi_-) \right], \qquad (4.8)$$

wobei $\omega_{+} = \omega_{r} + \omega_{s}$ und $\omega_{-} = \omega_{r} - \omega_{s}$ ist, analog für φ . Die Übereinstimmung der Referenzfrequenz mit der Frequenz des Messignals bedeutet, dass $\omega_{-} = 0$ ist. Der Tiefpass filtert anschließend alle höheren Frequenzkomponenten mit $\omega > 0$. Der Lock-In-



Abbildung 4.10: Schematischer Aufbau des Lock-In-Verstärkers, wobei nur die blau gekennzeichneten Elemente zum Lock-In-Verstärker gehören. Der Referenzoszillator (LO) moduliert die Laserdiode, welche anschließend die lichtinduzierten Schwingungen der Fasern treibt. Das Messsignal wird dann mit zwei Referenzsignalen, die einen Phasenunterschied von 90° haben gemischt. Man erhält damit die zwei Signale V_1 und V_2 , hierbei ist V_1 mit dem Referenzosillator in Phase und V_2 um 90° außer Phase. Durch den anschließenden Tiefpass werden hochfrequente Signal zusätzlich unterdrückt.

Verstärker liefert also ein Signal, das auf ein Gleichspannungs-Signal herunter gemischt wird.

Nach der Filterung des Wechselspannungsanteils erhält man daraus die Amplitude und die Phase

$$A_s = \frac{1}{A_r} \sqrt{V_1^2 + V_2^2} \tag{4.9}$$

$$\varphi_{-} = tan^{-1} \left(\frac{V_2}{V_1}\right). \tag{4.10}$$

Ein Funktionsgenerator (Agilent 33250A) moduliert für die Messungen den Strom der Laserdiode des Anregungslasers. Somit erhält man eine Amplitudenmodulation der Leistung des Lasers mit definierter Modulationshöhe und einer fest definierten Frequenz. Das Messsignal wird von der Photodiode, die den übergekoppelten Anteil des Nachweislasers misst, geliefert (siehe Abbildung 4.7), während des Referenzsignal direkt vom Funktionsgenerator kommt. Der Funktionsgenerator erhöht während einer Messreihe in definierten Schritten stetig die Frequenz und nach einer variablen Wartezeit τ_{WZ} wird der Lock-In-Verstärker ausgelesen. Die Wartezeit beschreibt den Zeitraum, in dem die Laserdiode moduliert wird, bevor der Lock-In-Verstärker ausgelesen wird. Dies stellt sicher, dass die Einschwingungsvorgänge abgeklungen sind, bevor die Frequenz erhöht wird. Der Lock-In-Verstärker gibt als Daten die Komponente in Phase mit der Anregung $X = R \sin(\varphi_{-})$ und die Quadraturkomponente $Y = R \sin(\varphi_{-})$ aus. Zusätzlich können die Fehler ΔX und ΔY ausgelesen werden. Aus Gleichung (4.9) und (4.10) erhält man daraus ein Spektrum für die Amplitude und eines für die relative Phase zwischen Anregung und Schwingung.

5 Abstandsstabilisierung der Fasern

Die Faserschwingungen werden durch die übergekoppelte Leistung des Nachweislasers detektiert. Aus diesem Grund muss der Abstand zwischen den Fasern gering sein, damit die evaneszenten Felder überlappen können. Das bedeutet, dass eine Abstandsänderung in der Größenordnung von einigen hundert Nanometern dafür sorgt, dass neben einer großen Änderung des Detektionssignals unter Umständen keine Detektion mehr möglich ist, da die Fasern den Kopplungsabstand überschreiten, oder dass die Fasern sich berühren und durch Oberflächenkräfte, wie Van-der-Waals aneinander haften.

In diesem Kapitel wird eine passive Dämpfung der Faservibrationen mittels einer Schallisolationskiste und eine aktive Stabilisierung des Faserabstandss durch einen Regelkreis beschrieben.

5.1 Passive Dämpfung und Stabilisierung

Ein wesentlicher Punkt zur Abstandsstabilisierung der beiden Fasern ist die Schallisolation. Es zeigt sich, dass die Fasern durch den Schall in der Umgebung zu Vibrationen angeregt werden. Besonders stark werden die Fasern angeregt, wenn eine mechanische Resonanz getroffen wird. Durch die Kopplung des Aufbaus, mittels Verschraubung mit dem optischen Tisch (Newport RS 4000) werden die Trittsschall-Einflüsse auf den Aufbau minimiert. Zusätzlich wird der Vakuumkammerboden ebenfalls mit dem Tisch verbunden um Schwingungen des Kammerbodens zu unterdrücken.

Um den Luftschall in der Umgebung zu minimieren, wird eine Schallisolationskiste über der Vakuumkammer installiert, die im Anhang in Abbildung A.3 zu sehen ist. Die Kiste ist aus mitteldichten Holzfaser-Platten (Abk.: MDF-Platten) gebaut. Auf der Innenseite wird zur Schalldämmung Profilschaumstoff angebracht, welcher die Schallreflexion an den Wänden der Kiste und somit auch die Luftschwingungen innerhalb der Kiste minimiert. Das Profil des Schaumstoffs ist im Anhang in Abbildung A.3 gezeigt. Die spezielle Form sorgt dafür, dass eine Schallwelle mehrfach innerhalb des Profils und nicht zurück in das Volumen der Kiste reflektiert wird. Die Maße der Kiste sind $H \times L \times B = 0, 5 \times 1 \times 1$ m Die Plattenstärke der Kiste beträgt 22 mm. Die Stärke wird hoch angesetzt, da eine massive Bauweise zusätzlich zur Schalldämmung beiträgt [44].

Die Luftschiwngungen innerhalb der Kiste werden sich nur mit bestimmten Frequenzen ausbilden.



Abbildung 5.1: Schwingungsmuster, sogenannte Chladnische Figuren einer quadratischen Membran mit festen Kanten. Die Linien entsprechen Knotenlinien, die durch die darüberstehende Zahl in der Form (m,n) die Anzahl der Knoten in der jeweiligen Richtung angibt [46].

Diese sind gegeben durch:

$$\nu = \frac{v_{\text{Schall}}}{\lambda} = \frac{2v_{\text{Schall}}}{nL}.$$
(5.1)

Mit einer Länge von ca. 1 m und der Schallgeschwindigkeit in Luft von $v_{\text{Schall}} = 345 \text{ m/s}$ [45] ergibt dies für die Frequenz der Grundmode der Luftschwingung ca. 690 Hz. Es stellt sich heraus, dass gerade solch niedrige Frequenzen im Bereich der Resonanzfrequenzen der unverjüngten Faser liegen und somit starke Faservibrationen verursachen. Durch die Schallisolationskiste werden Luftschwingungen die in diesem Frequenzbereich liegen jedoch hinreichend gut gedämpft.

Zusätzlich zu den Luftschiwngungen müssen die Eigenschwingungen der Kistenwände gedämpft werden. Eine Abschätzung für die Schwingungsfrequenzen der Kistenwände erhält man durch Aufstellen einer Wellengleichung für eine rechteckige Membran. Als Frequenzen für eine schwingende Membran mit fest eingespannten Seiten erhält man [35]:

$$f_{mn} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T}{\sigma}} \sqrt{\frac{m^2}{L_x^2} + \frac{n^2}{L_y^2}}.$$
 (5.2)

Hierbei beschreibt T die Federkraft und σ die Massenbelegung der Membran. Die Längen der Seiten sind durch L_x , L_y gegeben und m, n geben die Anzahlen der Knoten der Membran in den jeweiligen Richtungen wieder. Liegt eine quadratische Membran



Abbildung 5.2: Schallpegel mit (blau) und ohne (rot) Schallisolationskiste. Deutlich zu erkennen ist, dass die Dämpfung für kleinerer Frequenzen als 2 kHz abnimmt.

bzw. Platte vor, so kommt es zu Entartungen der einzelnen Schwingungsmoden. Für rechteckige bzw. quadratische Membranen erhält man für die Grundmode [35]:

$$f_{00} = \frac{1,654 c_L h}{L^2} \quad \text{mit} \quad c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$$
(5.3)

wobei h die Dicke und L die Seitenlänge der Platte beschreibt. Die Wellengeschwindigkeit der Wellen in der Platte ist mit c_L beschrieben, E ist das Elastizitätsmodul und ν die Poissonzahl. Die relativen Resonanzfrequenzen der Moden sind in Tabelle 5.1 aufgelistet und in Abbildung 5.1 illustriert.

| Mode | $L_x/L_y = 1$ | 1,5 | 2 |
|-------|---------------|----------|----------|
| (0,0) | 1 | 0,75 | $0,\!68$ |
| (0,1) | 2,04 | $1,\!88$ | $1,\!82$ |
| (1,0) | $2,\!04$ | $1,\!16$ | $1,\!16$ |
| (1,1) | 3,01 | $2,\!27$ | $2,\!02$ |

Tabelle 5.1: Relative Resonanzfrequenzen der Schwingungsmoden mit verschiedenen Seitenverhältnissen. Für die Deckplatte ergibt sich die Eigenfrequenzen mit dem Seitenverhältnis 1 und für die Seitenwände die mit Seitenverhältnis 2 (Tabelle aus [35]).

Mit den Werten für die Geschwindigkeit transversaler Wellen in MFD-Platten ergibt sich für die Grundfrequenz der schwingenden Deckplatte $22, 23 \text{ Hz} < f_{00} < 51, 67 \text{ Hz}$. Die unterschiedlichen Werte ergeben sich durch die Tatsache, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit innerhalb der Platte von der relativen Orientireung zwischen Holzfasern

und Ausbreitungsrichtung abhängt [47].

Die Auswirkung der Schallisolationskiste werden durch einen Vergleich der Schallpegel innerhalb und außerhalb der Schallisolationskiste analysiert. Der Schallpegel wird dazu mittels eines Mikrofons an der Stelle der Vakuumkammer innerhalb und außerhalb der Kiste aufgenommen. Das Resultat dieser Analyse ist in Abbildung 5.2 zu sehen.

Man erkennt deutlich, dass ab einer Frequenz von ca. 2000 Hz eine deutliche Unterdrückung von ca. 60 dB erreicht wird. Zu kleinere Frequenzen wird die Dämpfung geringer, befindet sich aber immer noch in einem Bereich von ca. 40 dB. Vereinzelt zeigt das Frequenzspektrum scharfe Peaks, die sich zum Teil zuordnen lassen. So ist der Peak bei 1,5 kHz durch die Turbopumpe zu erklären. Diese hat eine eine Rotationsfrequenz von 1,5 kHz und ist während der Messung eingeschaltet. Die Frequenzen unterhalb von 1 kHz lassen sich durch höhere Moden der schwingenden Kistenwände erklären.

Betrachtet man die Moden der Membran in Abbildung 5.1 und verstärkt die Platte an den Stellen, an denen sich Schwingungsbäuche befinden, so sollte eine Unterdrückung dieser Eigenschwingungen möglich sein. Zur stärkeren Unterdrückung der Moden der Platten kann dafür optional ein Aluminiumprofil mit angepasster Form moniert werden.

5.2 Aktive Abstandsstabilisierung und Regelkreis

Die starke Abstandsabhängigkeit der Koppeleffizienz, die in Abschnitt 4.4 beschrieben wird, wird zur aktiven Stabilisierung des Faserabstands genutzt. Dafür wird das Signal der übergekoppelten Leistung mittels eines Rückkopplungskreises konstant gehalten. Auf diese Weise erhält man durch die starke Abhängigkeit dieses Signals vom Faserabstand ein sehr sensitives Mittel den Faserabstand zu stabilisieren. Zudem bietet das Signal gleichzeitig die Möglichkeit die Schwingungsmoden der Fasern zu detektieren.

Die Methode einer Abstandsbestimmung über ein optisches Feld findet unter Anderem auch bei der sogenannten optischen Rasternahfeldmikroskopie (engl: SNOM, Scanning Nearfield Optical Microscope) eine Anwendung. Eine dünne Spitze wird in das Nahfeld der Probe gebracht und durch xy-Verschiebetischen über die Probe gerastert. In dem Betriebsmodus, der die Spitze als Detektor verwendet, wird die Oberflächentopographie dadurch erhalten, dass die durch die Spitze im evaneszenten Feld der Probe aufgesammelte Intensität konstant bleibt [48, 49].

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels werden mechanische Transferfunktionen der Regelschleife besprochen. Diese beeinflussen unmittelbar die Eigenschaften des Reglers, welche im zweiten Abschnitt erläutert werden. Als letzter Teil folgt eine Charakterisierung der Abstandsstabilisierung.



Abbildung 5.3: Schematischer Aufbau des Rückkopplungskreises zur Abstandsstabilisierung.

5.2.1 Mechanische Transferfunktionen

Für die aktive Stabilisierung des Faserabstand wird ein Regler eingesetzt, der das übergekoppelte Signal des Nachweislasers konstant hält. Ein Regler sorgt dafür, dass eine Regelgröße auf einem bestimmten Sollwert gehalten wird [50]. Über eine Rückkopplung des Ausgangssignal, welches in diesem Fall der übergekoppelten Leistung des Nachweislasers entspricht, auf die Spannungsversorgung des Regelpiezos wird dies umgesetzt und ist schematisch in Abbildung 5.3 zu sehen.

Die aktive Abstandstabilisierung soll in erster Linie einen Drift des Regelpiezos kompensieren. Um die Bandbreite des Reglers zu bestimmen, muss eine Transferfunktion der Regelschleife aufgenommen werden, da sichergestellt werden muss, dass die Regelung keine Faservibrationen verursacht. Dazu wird zunächst ein PID-Regler für die Ansteuerung des Regelpiezos eingesetzt, wobei durch einen Tiefpass (Grenzfrequenz ca. 1 Hz) der hochfrequente Teil des Photodioden-Signals, der übergekoppelten Leistung, herausgefilter wird.

Für die Aufnahme der Transferfunktionen kommt ein Netzwerkanalysators (Hewlett Packard 3577A Network Analyzer 5 Hz -200 MHz) zum Einsatz. Die Transferfunktionen, die der Netzwerkanalysator misst, sind im Frequenzraum definiert über:

$$t(\omega) = \frac{\text{Antwort}(\omega)}{\text{Anregung}(\omega)}.$$
(5.4)

Eine Transferfunktion beschreibt demnach wie ein Signal durch das System beeinflusst wird. Zur Aufnahme der Transferfunktionen wird die Anregung über ein genau definiertes sinusförmiges Störsignal im Regler eingespeist und als Referenzsignal an Position (2) in Abbildung 5.3 in der Rückkopplungsschleife abgenommen. Die Antwort des Systems wird an Position (1) abgenommen. Das Störsignal treibt den Regelpiezo also mit einer



Abbildung 5.4: (a)Transferfunktion des Systems in dem Frequenzbereich von 0 - 350 Hz bei verschiedenen Faserspannungen, wobei die mechanische Faserspannung in der Form (Faser:Piezo-Spannung in V) angegeben ist, dabei deutet V bzw. H die vordere bzw. hintere Faser an. (b)Phasenverlauf zwischen Referenzsignal und abgenommenem Signal.

wohldefinierten Frequenz, und versetzt somit die hintere Faser, da nur diese Bestandteil des Regelkreises ist, in Schwingung. Die Frequenz des Störsignals wird im Frequenzintervall von 0 kHz bis 2 kHz durchgestimmt. Wird eine mechanische Resonanz der Faser getroffen, so wird das Signal als deutlicher Peak im Spektrum zu sehen sein.

Die Transferfunktionen werden bei verschiedenen Faserspannungen aufgenommen, da

sich so feststellen lässt welche Resonanzphänomene den Fasern zugeschrieben werden können, denn nur diese sollten eine Abhängigkeit von der Faserspannung zeigen. Die Spannung der Fasern wird durch die Biegeaktuatoren an den Faserhaltern variiert. Im Folgenden wird die mechanische Spannung mit der Spannung der Piezo-Span /- nungs /- ver /- sor /- gung angegeben. Der Piezo-Controller hat eine Ausgangsspannungsbereich von -20 V bis 120 V, der sich durch einen Drehknopf mit 10 Umdrehungen über den gesamten Ausgangsspannungsbereich variieren lässt, was einer Piezospannung von 14 V pro Umdrehung entspricht.

In Abbildung 5.4 ist die Transferfunktion für den Frequenzbereich 0-350 Hz mit Phasenverlauf gezeigt. Die erste Resonanz ist zwischen 150 Hz und 200 Hz zu erkennen. Diese Resonanz ist unabhängig von der Faserspannung. Das deutet darauf hin, dass es sich hierbei um eine Resonanz des Regelpiezos oder des Aufbaus oder um eine Kombination aus beidem handelt. Eine Eigenfrequenz des Faserhalters wird auf Grund der Simulation der Eigenfrequenzen in Abschnitt 4.1 ausgeschlossen. Es könnte sich daher um eine Schwingung des gesamten Stapels aus Positioniertischen und Faserhalter handeln.

Auffällig ist der Abfall im Spektrum bei ca. 250 Hz. Diese Kerbe verschiebt mit zunehmender Faserspannung zu höheren Frequenzen und der Phasenverlauf an dieser Stelle zeigt einen Sprung um ca. 120°. Der Verlauf des Signals erinnert an dieser Stelle an einen Kerbfilter (engl.: notch filter), der aus einem Signal bestimmte Frequenzen herausfiltert [51]. Betrachtet man die Phase (Abbildung 5.4(b))so zeigt diese ab ca. 320 Hz den Verlauf eines starken Tiefpasses, d.h. das System des Faserhalter mit Faser verhält sich für Frequenzen $\nu > 320$ Hz wie ein Tiefpass. Da die Abschätzung der Eigenfrequenzen der Fasertaillen im Bereich von 100 kHz und damit deutlich über den hier betrachteten Frequenzen liegt, sind die Resonanzen ab ca. 200 Hz vermutlich Resonanzen des unverjüngten Teils der Faser. Mit der gleichen Abschätzung der Resonanzfrequenz wie für die ultradünne Faser (siehe Gleichung (3.5)) erhält man für die Grundmode der unverjüngten Faser (mit $r = 62,5 \,\mu\text{m}$ und $L = 8 \,\text{cm}$) eine Frequenz von ca. 50 Hz. Da die Annahme einer komplett unverjüngten Faser nur eine grobe Abschätzung darstellt, können die hier auftretenden Resonanzfrequenzen durchaus dem unverjüngten Teils der Faser zugeschrieben werden.

In der Abbildung 5.5 sind die Transferfunktionen im Frequenzbereich von 0 - 2 kHz gezeigt. In Abbildung 5.5(a) ist zu erkennen, dass die Resonanzfrequenzen sich durch Änderung der Spannung der vorderen Faser nicht ändern (vergleiche rote und schwarze Transferfunktion). Der Grund hierfür ist erneut, dass die vordere Faser nicht Bestandteil der Schleife ist. Mit Variation der Faserspannung der hinteren Faser verschieben sich die Resonanzfrequenzen (vergleiche rot, schwarz mit blau). Allerdings ist keine Regelmäßigkeit zu erkennen. So wird die Resonanzfrequenz der ersten Resonanz im Bereich ab 1,5 kHz kleiner, während die anderen beiden wie erwartet zu höheren Frequenzen verschieben. Allerdings ist die Spannungsabhängigkeit für beide Resonanzen unterschiedlich, da sie unterschiedlich weit verschieben. In Abbildung 5.5(b) hingegen werden alle Resonanzfrequenzen mit steigender Spannung größer, allerdings zeigen sie dennoch unterschiedliche Abhängigkeiten, da die Verschiebung nicht gleichmäßig ist.



Abbildung 5.5: (a) Transferfunktion des Systems in dem Frequenzbereich von $0 - 2 \,\mathrm{kHz}$ bei verschiedenen Faserspannungen. (b) Verdeutlichung drei Transferfunktionen bei jeweils gleicher Faserspannung.



Abbildung 5.6: Transferfunktionen im Bereich zwischen 1,5 kHz und 2 kHz bei verschiedenen Faserspannungen.

Betrachtet man die drei Resonanzen zwischen 1, 5 kHz und 2 kHz detaillierter (Abbildung 5.6) so ist eine Doppel-Peak-Struktur zu erkennen. Die Vorstellung einer durchgehenden schwingenden Faser würde keine solche Doppel-Peak-Struktur hervorrufen. Man könnte dieses Phänomen durch die Schwingungen zweier gegenüberliegender Balken erklären, welche durch die Fasertaille gekoppelt sind. Allerdings lässt sich dann das Verschieben der Resonanzen nur über die sich mit der Spannung ändernde Kopplung erklären. Weiterhin sieht man, dass im Vergleich zu den Transferfunktionen in Abbildung 5.5 die Resonanzen keinen eindeutigen Trend bezüglich der Faserspannung aufweisen, obwohl es der gleiche Frequenzbereich ist. Ab 2 kHz gibt es weitere Resonanzen, die allerdings wesentlich kleinere Amplituden aufweisen, sodass sie hier nicht explizit gezeigt werden. Eine genauere Untersuchung der hier gezeigten Transferfunktionen ist kein Ziel dieser Arbeit, sodass auf eine detailliertere Untersuchung verzichtet wird. Zur Erklärung des nicht schlüssigen Bildes der Spannungsabhängigkeiten der einzelnen Resonanzen wird eine Kombination aus Balken- und Saitenschwingungen vorgeschlagen.

5.2.2 Dimensionierung des Reglers

Der Regelkreis, der über das rückgekoppelte Signal des Nachweislaser den Faserabstand stabilisiert ist in Abbildung 5.3 skizziert. Der Regler sorgt dafür, dass dieses Signal konstant gehalten wird und besteht aus einem Vorverstärker, einem integrierenden Teil und einem Hauptverstärker. Zusätzlicher Bestandteil des Reglers ist ein Tiefpass der dafür sorgt, dass die Regelfrequenz nicht mit einer, in Abschnitt 5.2.1 untersuchten Resonanzen zusammenfällt. Die Grenzfrequenz beträgt ca. $f_G = 14$ Hz und sorgt dafür, dass die Verstärkung des Reglers ab dieser Frequenz mit 6 dB/Oktave abnimmt. Der Frequenz-



Abbildung 5.7: (a) Verlauf der Verstärkung des Reglers in Abhängigkeit der Frequenz. Die beiden roten Linien geben die Position der ersten starken Resonanz, die durch das Umfeld angeregt wird an. Bei der Dimensionierung des Regler ist es wichtig, dass diese Resonanzen auf keinen Fall angeregt werden. Des Weiteren zeigt die vertikale schwarze Linie die Grenzfrequenz des Tiefpasses an. (b) Phasenverlauf des Reglers.

gang des Reglers, der eine Kombination aus Integrator und Tiefpass darstellt, wird in dem Bode-Diagramm 5.7(a) gezeigt. Ein Bode-Diagramm zeigt den Verlauf der Verstärkung und der Phase in Abhängigkeit der Frequenz, wobei die Verstärkung logarithmisch aufgetragen wird [52].

Durch die variabel einstellbare Verstärkung des Reglers lässt sich der Verstärkungsverlauf in Abbildung 5.7(a) vertikal verschieben. Man erkennt aber, dass durch die Grenzfrequenz von $f_G = 14$ Hz eine Unterdrückung der ersten starken Resonanz bei ca. 340 Hz (vergleiche Abbildung 5.4(a)) von über 120 dB gewährleistet ist. Die Verstärkung wird experimentell bestimmt und so gewählt, dass eine optimale Unterdrückung der Resonanz bei kleinen Frequenzen gewährleistet ist. Für alle folgenden Resonanzen ist die Unterdrückung derart hoch, dass diese nicht angeregt werden.

5.2.3 Charakterisierung des Stabilisierungs-Regelkreises

Ein entscheidender Wert zur Charakterisierung der Abstandsstabilisierung ist die Regelstrecke, die der Piezo im Mittel zurücklegt, bzw. die Änderung des Abstands der Fasern durch Piezodrifts und Vibrationen. Um die Abstandsänderungen bestimmen zu



Abbildung 5.8: (a) Regelspannung als Funktion der Zeit für einen Zeitraum von 200s. (b) entprechendes für Zeitraum von 2s.

können, muss das Regelsignal des Reglers aufgenommen werden. Dieses Signal stellt die Regelspannung dar, die auf Grund der Abstandsänderung nachgeregelt werden muss, um einen konstanten Abstand aufrecht zu erhalten. Für eine Zeitspanne von 200 s ist das Regelsignal in Abbildung 5.8(a) zu sehen. Abbildung 5.8(b) zeigt das Regelsignal für eine Zeitspanne von 2 s. Hier ist kein Piezodrift mehr zu erkennen. Die Regelfre-



Abbildung 5.9: Anzahl der Schritte in Abhängigkeit der zurückgelegte Distanz, welche über das Regelsignal des Piezos und der Umrechnung mit Gleichung (5.5) errechnet wird. Über die lineare Anpassung erhält man einen Vergleich zwischen der Piezokalibrierung von [53] und des theoretischen Werts aus den Spezifikationen des Verschiebetisches.

quenz beträgt hier ca. 17 Hz, was etwas über der Grenzfrequenz des Tiefpasses liegt. Auf Grund der geringen Unterdrückung in diesem Frequenzbereich kann eine Regelung dennoch erfolgen.

Um eine Auskunft über die Regelstrecke des Regelpiezos zu erhalten, muss dessen Translation in Abhängigkeit der Piezospannung bekannt sein. Diese Piezokalibrierung wurde bereits in einer anderen Arbeit mit Hilfe eines Interferometers vorgenommen [53]. Die Beziehung zwischen Regelspannung ΔV und Translation des Piezos Δs kann, ab einer Piezospannung von ca. 35 V, als linear angenommen werden:

$$\Delta s = k \,\Delta V \quad \text{wobei} \quad k = 270 \pm 4 \,\text{nm/V} \,. \tag{5.5}$$

Mittels der Piezokalibrierung lässt sich der Trägheitsantrieb (Mechonics 30) kalibrieren. Die Spezifikationen des Positioniertisches beziehen sich auf den unbelasteten Tisch, d.h. mit dem Gewicht des Faserhalters wird eine Abweichung zu erwarten sein. Zur Kalibrierung wird der Positioniertisch bewegt und das entsprechende Regelsignal des Reglers aufgenommen, welches durch Gleichung (5.5) in einen Abstand umgerechnet wird. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.9 zu sehen. Es wird ein linearer Zusammenhang zwischen der Anzahl der Schritte und der zurückgelegten Distanz angenommen. Für die Anpassung werden die ersten drei und die letzten zwei Datenpunkte vernachlässigt, da hier der lineare Zusammenhang offensichtlich nicht mehr gewährleistet ist. Dies kann für kleine Abstände durch Nichtlinearitäten des Piezotisches für kleine Spannungen erklärt werden. Da die Regelspannung zu einer Offset-Spannung, die an der Piezo-Spannungsversorgung



Abbildung 5.10: Photodiodenspannung in Abhängigkeit des Abstands. Der Abstand wird über die Regelspannung des Piezos und dem Umrechnungfaktor k bestimmt.

eingestellt ist addiert wird, kann eine hohe Regelspannung dazu führen, dass der Piezo an einem Ende seines Stellwegs ist und dort wiederum Nichtlinearitäten aufweist.

Die Anzahl der vom Trägheitsantrieb zurückgelegten Schritte werden als fehlerfrei angenommen. Die Spezifikationen des Verschiebetisches geben für einen Schritt eine Distanz von 200 nm an. Der verwendete Controller (CF30) ermöglicht 1/64 - Schritte und damit 3, 125 nm/Schritt. Mit den angepassten Werten ergibt sich ein Wert von 3,716 nm/Schritt, wobei die Abweichung durch die Masse des Faserhalters und einen Fehler in der Piezikalibrierung zustande kommt. Nutzt man Gleichung (5.5) als Umrechnung zwischen Spannung und Translation des Piezos bedeutet dies, dass bei dem Langezeitdrift über 200 s mit einer Regelspannungsdifferenz von $\Delta V = 49,3$ mV ein Drift von $\Delta d = 13,31 \pm 0,36$ nm beobachtet wird, was einem Drift von 0,066 nm/s entspricht. Der Fehler wird über die Standardabweichung des Regelsignals in Abbildung 5.8(b) ermittelt. Das bedeutet bei einem Stellweg des Regelpiezos von 25 µm eine Zeitspanne von mehreren Tagen, über die die Stabilisierung aufrecht erhalten werden kann. Über die Faservibrationen, die in Abbildung 5.8(b) zu sehen sind, ergibt sich aus der maximalen Spannungsvariation eine maximale Nachregelung von $\Delta x = 2,07$ nm. Der Regelkreis arbeitet also mit einer Präzision die im Nanometer-Bereich liegt.

Das Regelsignal enthält durch den Tiefpass innerhalb des Reglers keine Signalschwankung bei höheren Frequenzen, wie die, die in Abbildung 5.8(b) zu sehen sind. Um eine Abschätzung für höherfrequente Schwingungsamplituden der Fasern zu erhalten, muss das Photodiodensignal in einen Abstandswert umgerechnet werden. Da in dem Regler allerdings ein Tiefpass verbaut ist, können die schnellen Abstandsfluktuationen nicht direkt aus dem Regelsignal in Abstandsfluktuationen umgerechnet werden. Hierfür muss



Abbildung 5.11: hochfrequente Abstandsfluktuationen durch Faservibrationen.

zunächst eine Kalibrierung des Photodiodensignals auf die Regelspannung erfolgen. Dafür wird die Photodiodenspannung in Abhängigkeit des Regelsignals aufgenommen. Dies ist in Abbildung 5.10 zu sehen. In Anlehnung an den Radialanteil der HE_{11} -Mode hat sich die Bessel-Funktion K_0^2 als gute Näherung für die Koppeleffizienz in Abhängigkeit des Abstands herausgestellt [53]. Somit erfolgt die Anpassung über:

$$f(x) = A_0 + A \left(\frac{K_0(q(x+x_0))}{K_0(qx_0)}\right)^2.$$
(5.6)

Der Verlauf der Photodiodenspannung ist bei einem unbekannten Abstand x_0 zwischen beiden Fasern aufgenommen. Um ein Abschätzung der Abfallskonstanten des evaneszenten Feldes zu erhalten, wird als Abstand zwischen den Fasern 300 nm angesetzt. Damit erhält man aus den Anpassungsparametern $1/q = 390 \pm 50$ nm, was in guter Übereinstimmung mit dem Wert 1/q = 382 nm, der in [53] ermittelt wurde, ist. Dieser Wert ist allerdings durch die Unsicherheit in x_0 lediglich eine grobe Abschätzung. Der Fehler von ± 50 nm ergibt sich aus den Abfallkonstanten für einen minimalen Faserabstand von 100 nm und einem maximalen Abstand von 750 nm.

Damit lassen sich aus Abbildung 5.10 Abstandsfluktuationen bestimmen, die durch den Regelkreis nicht kompensiert werden können. Man erhält bei einer Abfallskonstanten von 1/q = 390 nm über die Standardabweichung, Schwankungen von $\sigma = 13, 6 \pm 1$ nm. Der Fehler wird dabei über die minimale und maximale Abfallskonstanten von 1/q = 340 nm und 1/q = 440 nm bestimmt.

Das bedeutet, dass die aktive Stabilisierung den Faserabstand bis auf ca. zwei Nanometer konstant hält, während Schwingungsamplituden im Bereich von 13 nm auftreten, die nicht mehr kompensiert werden können. Die hier betrachteten Schwingungsamplituden stellen die Abstandsschwankungen der Fasern, die trotz Schallisolationsbox und Regler auftreten dar, ohne das die Fasern durch lichtinduzierte Kräfte zu Schwingungen angeregt werden.

6 Untersuchung der lichtinduzierten Kräfte

In diesem Kapitel werden die Resonanzphänomene der schwingenden Nanofaser dargestellt und untersucht. Im ersten Abschnitt wird zunächst die allgemeine Struktur der lichtinduzierten Schwingungen gezeigt. Es folgen Abschnitte, in denen die Abhängigkeit der Resonanzen von mechanischer Zugspannung, Anregungsleistung, relativem Faserabstand und Druck untersucht werden. Im letzten Abschnitt wird ein quantitativer Vergleich zwischen den gemessenen Daten und den theoretischen Werten vorgenommen.

6.1 Lichtinduzierte Schwingungen

Wie in Abschnitt 4.4 erläutert, werden die Amplituden- und Phasenverläufe mit Hilfe des Lock-In-Verstärkers aufgenommen und nach Resonanzphänomenen untersucht. Die experimentellen Parameter sind wenn nicht explizit erwähnt gleich. Die Koppeleffizienz beträgt ca. 70-75 % und bedeutet, dass man außer einer hohen Koppleffizienz zwischen den Fasern eine hohe Sensitivität hat, da in diesem Bereich die Steigung der Koppeleffizienz groß ist (vergleiche Abbildung 4.9). Des Weiteren wird bei einem Druck von ca. $5 \cdot 10^{-7}$ bis $2 \cdot 10^{-6}$ mbar gemessen, da dieser Druck dem Enddruck in der Kammer entspricht. Die Anregungsleistung wird auf ca. 800 µW derart gewählt, dass sie möglichst hoch ist ohne thermischen Schäden an den Fasern zu verursachen. Die Zeitkonstanten $\tau_{\text{Lock-In}}$ und τ_{WZ} werden mit 30 ms und 60 ms gewählt.

Bei der Suche nach Resonanzen wird der Frequenzraum ab ca. 150 kHz mit einer Auflösung von 10 Hz abgetastet. Dabei stellt sich heraus, dass eine Vielzahl von Resonanzen beobachtet werden, was beispielhaft in Abbildung 6.1 für den Frequenzbereich von 200 kHz bis 350 kHz gezeigt ist.

Durch genauere Analyse lassen sich in dem gezeigten Frequenzbereich zwei schmale Resonanzen mit deutlich abweichenden Eigenschaften gegenüber den übrigen resonanten Strukturen beobachten. In Abbildung 6.2 ist das Amplitudenspektrum inklusive des dazugehörigen Phasenverlaufs des Frequenzbereichs von 282 kHz bis 297 kHz zu sehen. Die schmalen Resonanzen mit abweichenden Eigenschaften sind durch Pfeile in der Abbildung gekennzeichnet.

Der Phasenverlauf in Abbildung 6.2 zeigt für die breiten Resonanzen einen Durchgang von 180°, der zur folgenden Resonanz wieder ansteigt. Für die zwei schmalen Resonanzen ist der Phasenverlauf nicht der erwartete Verlauf einer Resonanz (vgl. Abbildung 3.2). Diese Abweichung des Phasenverlaufs kommt durch die kohärente Überlagerung der breiten und schmalen Resonanzen zustande.



Abbildung 6.1: Spektrum im Frequenzbereich von $200 - 350 \,\text{kHz}$ bei einer Piezospannung von 8 V an beiden Fasern und einer Anregungsleistung von 1,56 mW.



Abbildung 6.2: Frequenzbereich von 282 kHz bis 297 kHz mit Amplitudenverlauf (oben) und Phasenverlauf (unten). Hierbei ist die Faserspannung 120 V für beiden Fasern.

Um auszuschließen, dass die detektierten Resonanzen über Einflüsse von außen angeregt werden, wird der Anregungslaserstrahl blockiert. Durch das Blockieren bleiben alle elektronsichen Einflüsse und äußere Störungen, die das Signal beeinflussen könnten erhalten. Die Messreihe bei blockiertem Anregungsstrahl ist in Abbildung 6.3 zu sehen. Der Amplitudenverlauf zeigt keine erkennbaren Strukturen, wobei die mittlere Amplitude einen Wert von $A = 1 \cdot 10^{-7}$ V hat. Außerdem liegt eine völlig unbestimmte Phase vor.



Abbildung 6.3: Amplitudenspektrum (oben) und Phasenverlauf (unten) im Frequenzbereich 285 kHz bis 287 kHz bei blockiertem Anregungslaserstrahl.

Das Untergrundsignal ist etwa zwei Größenordnungen niedriger als das Signal der Schwingungen. Die Tatsache, dass die Resonanzstruktur durch das Blocken des Anregungsstrahls und durch das Ausschalten der Modulation der Anregungsleistung verschwinden, zeigt dass die Signale durch die Modulation der Anregungsleistung induziert werden. Allerdings lassen sich daraus zwei Schlüsse ziehen. Die Schwingungen können entweder durch die lichtinduzierte Kraft oder durch durch einen thermischen Effekt hervorgerufen werden.

Die breiten Resonanzen in Abbildung 6.1 wiederholen sich mit einem Frequenzabstand zwischen 2 kHz und 5 kHz. Das bedeutet für die Grundmode dieser Schwingungen, dass diese bei einer Frequenz von 2 kHz bis 5 kHz wäre, da die hier detektierten Resonanzen hohe Harmonische darstellen. Vermutlich handelt es sich hierbei um hohe Harmonische der Schwingungen, die in Abschnitt 5.2.1 bei der Vermessung der mechanischen Transferfunktionen beobachtet werden. Diese Schwingungen werden im Folgenden mit dem unverjüngten Teil und den Übergängen der Faser in Verbindung gebracht.

Der Vergleich der beiden schmalen Resonanzen in Abbildung 6.4 zeigt, dass für beide Resonanzen eine gleichartige Struktur zu beobachten ist und ihre Resonanzfrequenz bis auf eine Abweichung von ca. 2% übereinstimmen. Die Frequenzabweichung lässt sich durch unterschiedliche Faserspannungen erklären. Sie wird neben den Biegepiezos hauptsächlich durch das Vorspannen nach dem Ziehprozess bestimmt und ist nicht absolut reproduzierbar. Dies verursacht, dass eine Faser bei gleichen Piezospannungen bei allen Messungen eine höhere Frequenz besitzt. Durch unabhängige Variation der Faserspannung mittels der Biegepiezos lassen sich die zwei Resonanzen den Schwingungen der hinteren und vorderen Fasertaillen zuordnen.

Die in Abbildung 6.4 verwendete Anpassung setzt sich aus einer kohärenten Überlagerung von zwei Resonanzen zusammen. Da sich jedoch die Breiten der Resonanzen um zwei Größenordnungen unterscheiden, wird die Amplitude und Phase der breiten Resonanz über den Bereich der schmalen als konstant genähert.



Abbildung 6.4: (a) Amplitudenspektrum und Phasenverlauf der Resonanz der vorderen Faser bei einer Spannung von -4 V mit Anpassungsfunktion und Anpassungsparametern. (b) entsprechend für die hintere Faser bei einer Spannung von -20 V.

Folglich erhält man eine Funktion der Form

$$f(\omega) = y_0 e^{i\pi\phi} + A_0 \frac{\omega}{-\omega^2 + \omega_0^2 + i\frac{\omega_0\omega}{O}}, \qquad (6.1)$$

wobei y_0 die Signalhöhe des Untergrunds, A_0 die Signalhöhe der schmalen Resonanz ϕ die relative Phase zwischen breiter und schmaler Resonanz, ω_0 die Resonanzfrequenz und Q der Gütefaktor ist. Die Amplitude erhält man durch $A(\omega) = \sqrt{|f(\omega)|^2}$ und die Phase durch $\varphi(\omega) = Arg(f(\omega))$. Je nach Hintergrundsignal werden für die Anpassung der Amplitude weitere Terme der Form $y_1 \cdot \omega + y_2 \omega^2$ hinzugefügt, sodass $A(\omega) =$ $y_1 \cdot \omega + y_2 \omega^2 + \sqrt{|f(\omega)|^2}$ ist. Dies beeinflusst die Phase bzgl. des Hintergrunds nicht. Die Beschreibung der Resonanz erhält man aus Gleichung (3.11), wobei g_n durch den Ausdruck in Gleichung (3.19) ersetzt werden muss. Die Güte der in Abbildung 6.4 gezeigten Anpassung wird durch den Parameter R^2 beschreiben und ist mit $R^2 > 0,998$ sehr hoch [54]. Demnach gibt es eine sehr gute Übereinstimmung zwischen dem Modell der Anpassung und den Messdaten, wobei der Verlauf der Phase nicht angepasst, sondern aus den Anpassungsparametern der Amplitude erhalten wird und trotzdem eine sehr gute Übereinstimmung zeigt. Durch die Struktur der Anpassung sollten unterschiedliche relative Phasen zwischen Hintergrund und schmaler Resonanz beobachtet werden können. Dies ist in Abbildung 6.5 für drei relativen Phasen 0° , 180° und 270° bzgl. der breiten Resonanzen gezeigt. Da die relative Phase zwischen breiter und schmaler Resonanz durch die relative Lage bzgl. der beiden Resonanzen zustande kommt, bedeutet dies, dass für Abbildung 6.5(a) die schmale Resonanz eine höhere, in Abbildung 6.5(b) eine nahezu identische und in Abbildung 6.5(c) eine kleinere Frequenz besitzt als die breite Resonanz. In Abbildung 6.5(b) wird das Vorzeichen des Parameters y_0 negativ, was effektiv einer zusätzlichen Phase von 180° in Bezug auf 90° entspricht. Diese Untergrundphase kann durch eine Doppelresonanzstruktur hervorgerufen werden, wenn die schmale Resonanz mit der zweiten Resonanz zusammenfällt.

Da die Phasenlage des gemessenen Signals des Lock-In-Verstärkers, auf Grund von Signallaufzeiten, zunächst beliebig ist, wird der Phasenverlauf durch den Mittelwert der ersten 20 Datenpunkte auf die benötigte Phase festgelegt. Fallen die Resonanzfrequenzen einer breiten und einer schmalen Resonanz zusammen, so ergibt sich eine relative Phase von 90° und die Phase der breiten Resonanz weist eine Steigung auf. Durch diese Steigung kommt die in Abbildung 6.5(b) auftretende Abweichung zwischen Anpassungsfunktion von den Daten in der Phase zustande.

Eine Abschätzung der Amplitude erhält man durch den Vergleich zwischen der Änderung der Photodiodenspannung auf Grund der Schwingung und der mittleren Spannung der Photodiode. Auf Grund der kleinen Signale wird die Koppeleffizienz ϵ linearisiert. Über die Steigung $\Delta \epsilon / \Delta d$ aus Abbildung 4.9 lässt sich auf die Abstandsänderung auf Grund der Schwingungen schließen:

$$\Delta \epsilon = \frac{\text{Spannugnsänderung}}{\text{mittlere Spannung}} \cdot \epsilon = \frac{40\,\mu\text{V}}{1\,\text{V}} \cdot 70\,\%\,. \tag{6.2}$$



Abbildung 6.5: Amplitudenverläufe (oben) mit den entsprechenden Phasenverläufen (unten) für drei relative Phasen: (a) 0° , (b) 270° , (c) 180°

Mit der Steigung der Koppeleffizienz $\Delta \epsilon / \Delta d |_{\epsilon=70\%} \approx 3, 6 \cdot 10^6 \, 1/m$ erhält man

$$\Delta x = \frac{\Delta \epsilon}{\Delta \epsilon / \Delta x} \approx 8 \,\mathrm{pm}\,,\tag{6.3}$$

für die Abstandsänderung durch die Schwingungen, die durch die Modulation der Anregungsleistung induziert werden. Durch die Messung der Abstandsvariation über die Koppeleffizienz erhält man folglich eine sehr sensitive Möglichkeit Abstandsänderungen zu vermessen.

6.1.1 Resonanzfrequenzen in Abhängigkeit der Faserspannung

Die Resonanzfrequenzen der Fasern lassen sich über die Zugspannung beeinflussen. Die Variation der mechanischen Spannung wird über die Biegepiezos an den Faserhaltern umgesetzt (siehe Abbildung 4.1). Der Zusammenhang zwischen Faserspannung σ und Resonanzfrequenz ist in Gleichung (3.5) hergeleitet worden. Hierbei handelt es sich aber um die Resonanzfrequenz der ungedämpften ungetriebenen Saite

$$\nu \propto n \sqrt{\sigma}$$
 (6.4)

Auf Grund des hohen Gütefaktors $Q \approx 30000$ wird $\omega_{0n} >> \omega_{0n}/4Q^2$ und damit die Dämpfung vernachlässigbar, was eine Verifizierung der wurzelförmigen Abhängigkeit der Resonanzfrequenz von der Zugspannung ermöglichen sollte.

Die mechanische Spannung der beiden Fasern wird getrennt voneinander variiert, um die Resonanzen den Fasern zuzuordnen. Dabei wird die Spannung für je eine Faser erhöht und ein Spektrum aufgenommen. Durch das unterschiedliche Verschieben in Abhängigkeit der mechanischer Faserspannung lässt sich die Resonanz bei 281 – 286 kHz in Abbildung 6.7(a) der vorderen Faser zuordnen, während in Abbildung 6.7(b) die Spannungsabhängikeit der hinteren Faser gezeigt ist. Nach bestimmten Erhöhungen wird die Spannung der zweiten Faser angeglichen und ein Spektrum über ein größeren Frequenzraum aufgenommen, das die Spannungsabhängigkeiten der schmalen Resonanzen im Vergleich zu den Breiten zeigt. Diese Spektren sind in Abbildung 6.6 in einem Wasserfalldiagramm gezeigt. Es zeigt sich, dass alle Resonanzfrequenzen mit steigender Zugspannung zu höheren Frequenzen verschieben. Die schmalen Resonanzen (2) und (4) weisen im Vergleich zu den Breiten eine geringere Spannungsabhängigkeit auf. Es gibt zwei Erklärungsansätze, die dieses Verhalten erklären. Die relative Verschiebung in Abhängigkeit der Zugspannung lässt sich durch

$$\frac{d\nu_{\text{Lang}}}{d\nu_{\text{Taille}}} = \frac{L_{\text{Taille}} \cdot r_{\text{Lang}}}{L_{\text{Lang}} \cdot r_{\text{Taille}}} \frac{n_{\text{Lang}}}{n_{\text{Taille}}}$$
(6.5)

ausdrücken, wobei L_{Taille} , L_{Lang} die Längen von Fasertaille und unverjüngter Faser angeben. Der Radius der wird entsprechend mit r_{Taille} , r_{Lang} bezeichnet. Die Modenindizes



Abbildung 6.6: Amplitudenspektren im Frequenzbereich zwischen 279 kHz und 300 kHz bei verschiedener Faserspannung, wobei die Piezospannung bei beiden Fasern identisch gewählt ist. Der Abstand zwischen den Spektren entspricht von unten nach oben zunehmender Piezospannung (konkret: -20 V, -6 V, 8 V, 22 V, 36 V, 71 V und 120 V). Die Moden werden im Spektrum kleinster Zugspannung von links nach rechst mit (1) bis (5) durchnummeriert. Schwingunsmode (6) wird erst ab einer Spannung von 8 V detektiert und zur Verdeutlichung mit aufgeführt.

 $n_{\rm Taille}$ und $n_{\rm Lang}$ geben an, welche Harmonische einer Grundschwingung betrachtet werden. Man erhält damit

$$\frac{d\nu_{\text{Lang}}}{d\nu_{\text{Taille}}} \propto \frac{n_{\text{Lang}}}{n_{\text{Taille}}}.$$
(6.6)

Für den Fall einer höheren Harmonischen der unverjüngten Faser verschieben die breiten Resonanzen wesentlich schneller als die schmalen Resonanzen zu höheren Frequenzen. Ein zweiter Ansatz erklärt die geringer Spannungsabhängigkeit der Resonanzfrequenz der schmalen Resonanzen über die Längenänderung durch Zugspannung. Für die Fasertaillen ist die relative Längenänderung

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\sigma}{E} \tag{6.7}$$

wesentlich stärker, als für die gesamte Faser, wobei E das Elastizitätsmodul ist. Die Längenänderung macht sich in einer Erniedrigung der Resonanzfrequenz bemerkbar, was wiederum die schwächere Abhängigkeit von der Zugspannung erklärt. Weiterhin erkennt man in Abbildung 6.6, dass die breiten Resonanzen zum Teil unterschiedliche Spannungsabhängigkeit aufweisen. Die Resonanzen (3) und (5) zeigen gleiches Verhalten mit zunehmender Spannung, jedoch lässt sich ein Unterschied zu den Resonanzen (1) und (6) feststellen. Das bedeutet, dass vermutlich unterschiedliche Schwingungsmoden



Abbildung 6.7: (a) Resonanzfrequenz der hinteren Faser bei 280 kHz in Abhängigkeit der Piezospannung des Biegepiezos des vorderen Halters. (b) Resonanz der vorderen Faser.

des unverjüngten teils der Faser beobachtet werden.

In Abbildung 6.7 ist die Resonanzfrequenz beider Fasern getrennt voneinander in Abhängigkeit von der Zugspannung gezeigt, wobei bei jeder Zugspannung ein Spektrum aufgenommen wird und über die Anpassung die Resonanzfrequenz ermittelt wird. In Abbildung 6.7(a) sind keine Datenpunkte zwischen Piezospannungen von 36 V und 71 V aufgenommen, da hier die Abstandsstabilisierung nicht funktioniert. Vermutlich wird in diesem Spannungsbereich eine Resonanz der unverjüngten Faser (bzw. eine Resonanz, die in Abschnitt 5.2.1 gezeigt ist) in den Bereich der Turbopumpenfrequenz (1500 Hz) verschoben, was zu Faservibrationen führt, die durch den Regelkreis nicht kompensiert werden können. In dem Bereich zwischen 71 V und 113 V kann auf Grund eines schlechten Signal-zu-Rausch-Verhältnisses keine Anpassung vorgenommen werden.

An den Stellen, an denen mehrere Datenpunkte zusammenfallen, wird die Spannung der

hinteren Faser variiert. Es ist zu erkennen, dass sich die Frequenz der vorderen Faser minimal ändert. Eine mögliche Erklärung ist eine Hysterese oder Drift des Biegepiezos. Die Piezospannung wird in diesem Bereich häufig erhöht und anschließend erniedrigt, da ein Punkt gefunden werden muss, ab welchem die Abstandsstabilisierung die Faservibrationen kompensieren kann.

Der in Abbildung 6.7 dargestellte Zusammenhang zwischen Faserspannung und Resonanzfrequenz kann den wurzelförmige Verlauf nicht verifiziert. Da aber der Kraftverlauf in Abhängigkeit der Piezospannung unbekannt ist kann man im Allgemeinen nicht von einem linearen Zusammenhang zwischen Piezospannung und Zugkraft ausgehen. Ein ebenfalls nicht linearer Zusammenhang besteht zwischen der Längenausdehnung der Fasertaillen und der Zugspannung, wenn man sich in der Nähe der Zerreißspannung befindet, da hier das Elastizitätsmodul keinen linearen Zusammenhang zur Längenausdehnung hat.

Eine Untersuchung des Gütefaktors in Abhängigkeit von der mechanischen Spannung zeigt keine Tendenz und ist für beide Resonanzen ca. $Q = 30000 \pm 1000$ unabhängig von der Zugspannung. Ein Grund hierfür könnte die zu geringe Spannungsvariation sein. Obwohl die Biegepiezos eine Maximalkraft von F = 0, 25 N, was ca. der 100-fachen Zerreißkraft entspricht, ausüben können, ist es nicht möglich die Faser zu zerreißen. Dies liegt vermutlich an der durch die Zugspannung auftretende Längenänderung der Faser, welche auf ca. 500 µm durch Spannen mittels der Positioniertische der Faserziehanlage bestimmt wird. Der Stellweg der Biegepiezos wird vom Hersteller mit ± 350 µm bei einer Spannung von ± 120 V angegeben. Da die hier verwendete Piezo-Spannungsversorgung einen Ausgangsspannungsbereich von -20 V bis 120 V hat, steht nur ein Stellweg von ca. 200 µm zur Verfügung. Ob ein Zerreißen mit den Biegepiezos möglich ist, hängt demnach vom Vorspannen der Faser nach dem Ziehprozess ab.

6.1.2 Polarisationsabhängigkeit der Dipolkraft

Sowohl die Dipolkraft als auch die Koppeleffizienz weisen eine Abhängigkeit von der Polarisation des Anregungslichtes auf. Die Abhängigkeit der Dipolkraft von der Polarisation ist durch die unterschiedliche Aufspaltung der Brechungsindizes der Supermoden gegeben. Die Koppeleffizienz zeigt in Abbildung 4.9, dass sie für einen festen Abstand unterschiedliche Werte und Steigungen in Abhängigkeit von der Polarisation besitzt. Für die Detektion von Abstandsfluktuationen ist die Steigung der Koppeleffizienz entscheiden. Das gemessene Signal sollte demnach eine Abhängigkeit von der Polarisation aufweisen.

Für die Messung der Amplitudenspektren in Abhängigkeit von der Anregungspolarisation wird über die Polarisationsoptik im Anregungsstrahl (vergleiche Abbildung 4.6) eine maximale Amplitude eingestellt. Danach wird die $\lambda/2$ - Wellenplatte in 5°- bzw. 1°-Schritten gedreht. Die Polarisation des Anregungslichtes wird folglich um den doppelten Winkel gedreht. Die angegebenen Winkel bezeichnen jeweils die Drehung der Polarisa-



Abbildung 6.8: Amplitudenspektren in Abhängigkeit der Anregungspolarisation zur Verdeutlichung der Polarisationsdrehung. Auf der y-Achse ist neben dem Winkel die Amplitude der Spektren aufgetragen.

tion und nicht die Drehung der Wellenplatte, wobei der angegebene Polarisationswinkel ein relativer Winkel zu einer unbestimmten Anfangspolarisation ist. Die Amplitudenspektren in Abhängigkeit der Anregungspolarisation sind in einem Wasserfalldiagramm in Abbildung 6.8 gezeigt. Beim Vergleich zwischen Abbildung 6.8 und Abbildung 6.5 erkennt man, dass eine Drehung der Polarisation um 90° die relative Phase um 180° bzgl. des Untergrunds verschiebt. Zwischen den Werten einer relativen Phase von 0°



Abbildung 6.9: Verdeutlichung der Polarisationsdrehung. Die Achsen deuten die Polarisationsrichtungen an, während Δx und Δy die Variation der Polarisation auf Grund der polarisationsabhängigen Koppeleffizienz anzeigen.

und 180° zeigt der Amplitudenverlauf einen kontinuierlichen Übergang, bei dem das Amplitudensignal verschwindet. Ein Erklärungsansatz bietet die polarisationsabhängige Koppeleffizienz. Die Steigung der Koppeleffizienz ist für die zwei Polarisationsrichtungen unterschiedlich. Durch die Abstandsfluktuationen erfahren die Polarisationskomponenten unterschiedlich starke Schwankungen, auf Grund der verschiedenen Steigungen, d.h. die Polarisationskomponenten werden zu unterschiedlichen Anteilen übergekoppelt. Dies führt zu einer Drehung der Polarisation in Abhängigkeit der Abstandsfluktuationen. In Abbildung 6.9 wird dies durch die eingezeichneten Vektoren verdeutlicht. Neben einer Drehung der Polarisation wird auch der Betrag des übergekoppelten Anteils (Länge der Vektoren) durch die Abstandsfluktuationen beeinflusst. Man erhält also durch die Drehung der Polarisation eine Amplitudenmodulation. Zudem zeigt sich, dass in Abhängigkeit der Ausgangspolarisation die Drehung der Polarisation zwei entgegengesetzte Richtungen aufweist. Bei einer Erhöhung der y-Komponente der Polarisation ergibt sich in einem Fall (schwarz) eine Drehung im Uhrzeigersinn, während in der um 90° gedrehten Situation (blau) eine Drehung gegen den Uhrzeigersinn auftritt.

Durch den Strahlteiler in Abbildung 4.7, der den Nachweislaserstrahl aufteilt ergibt sich die Situation, dass man polarisationsselektive misst, da der Strahlteiler nicht perfekt polarisationsneutral ist. Vereinfachend wirkt der Strahlteiler als ein Polarisationsfilter, wobei die Unterdrückung der zweiten Polarisationskomponente sehr schwach ist. Durch die Drehung der Polarisation erhält man nun eine Amplitudenmodulation, die durch die oben beschriebene grundsätzliche Amplitudenmodulation durch Abstandsvariation und durch die Filterung einer fluktuierenden Polarisationskomponente zustande kommt. Vergleicht man diese Überlegungen mit Abbildung 6.8 so sieht man, dass sich die relative Phase um 180° bei einer Drehung um 90° der Anregungspolarisation dreht, was den zwei Richtungen der Polarisationsdrehung entspricht. Die Übergänge bei ca. 60° , 150° und 240° entsprechen dann gerade der Situation, dass die Polarisation nur eine Komponente aufweist und so die unterschiedliche Koppeleffizienzen der Polarisationskomponenten keine Bedeutung besitzt. Voraussetzung für diesen Erklärungsansatz ist, dass die breiten Resonanzen keine Polarisationsabhängigkeit zeigen, denn durch eine Abhängigkeit von der Polarisation könnte sich die relative Position zwischen schmaler und breiter Resonanz und somit die relative Phase ändern. Da aber in keiner Messung eine relative Phase von 90° beobachtet wird, lässt sich darauf schließen, dass keine Verschiebung der breiten Resonanzen erfolgt.

Die in Abbildung 6.9 gezeigten Spektren stellen dann die Änderung der Amplitude durch die Polarisationsdrehung dar, allerdings ist unklar warum dieser Effekt der Amplitudenmodulation durch die Polarisation größer sein sollte, als die Amplitudenmodulation durch Abstandsfluktuationen.

6.1.3 Schwingungensamplituden in Abhängigkeit der Anregungsleistung

Um einen möglichen thermischen Effekt zu beobachten, der neben der lichtinduzierten Kraft die Schwingungen der Fasern anregen könnte, wird in diesem Abschnitt der Zusammenhang zwischen Schwingungsamplitude und Anregungsleistung untersucht. Die lichtinduzierten Dipolkraft (vergleiche Gleichung (2.20)) und die maximale Schwingungsamplitude sind direkt proportional zur Anregungsleistung. Ein thermischer Effekt mit anderem Zusammenhang zwischen Amplitude und Anregungsleistung kann somit detektiert bzw. ausgeschlossen werden.

Die Anregungsleistung wird über verschiedene Neutraldichte-Filter (Abk.: ND-Filter) im Strahl des Anregungslasers variiert. So bleibt die Leistung des Nachweislasers unbeeinflusst, was für einen konstanten Arbeitspunkt des Reglers, bzw. für einen konstanten Abstand zwischen den Fasern sorgt. Die Anregungsleistung wird über die Transmission der vorderen Faser bestimmt. Die Fasern müssen dazu soweit getrennt werden, dass keine Kopplung mehr stattfindet. Man vernachlässigt somit die Verluste an den Übergängen der Faser. Da sich diese aber für jede Messung mit einem Proportionalitätsfaktor auswirken, wird der grundlegende Zusammenhang nicht beeinflusst.

Eine zweite Methode, die Anregungsleistung zu variieren, besteht darin die Höhe der Amplitudenmodulation V_{pp} zu verändern. Hier wird die Modulationsamplitude derart verändert, dass der Maximalwert der Leistung gleich bleibt und sich lediglich die Modulation ändert. Dafür muss der Versorgungsstrom der Laserdiode bei Erhöhung der Modulation erniedrigt werden. Schematisch sind beide Variationen der Anregungsleistung in Abbildung 6.10 verdeutlicht.

Abbildung 6.11 zeigt für die Schwingungen von hinterer bzw. vorderer Faser die Abhängigkeit der Schwingungsamplituden (Abbildung 6.11(a) bzw. 6.11(b)) und der Resonanzfrequenz (Abbildung 6.11(c) bzw. 6.11(d)). Für jede Anregungsleistung wird ein Spektrum aufgenommen und über die Anpassung jeder Anregungsleistung eine Amplitude



Abbildung 6.10: Variation der Anregungsleistung durch ND-Filter als Funktion der Zeit (schwarz). Variation der Modulationshöhe bei konstanter Maximalleistung als Funktion der Zeit (blau).

und Frequenz zugeordnet. Auf Grund des Zusammenhangs zwischen Kraft und Leistung (Gleichung (2.20)) wird eine lineare Anpassung durch den Nullpunkt an erhaltenen Werte der Amplitude gelegt. Man erhält für die linearen Anpassungen f(x) = ax für die vordere Faser einen Wert von a = 0,0059 V/W und für die hintere Faser a = 0,0159 V/W. Grundsätzlich ist zu beobachten, dass sich die Schwingungsamplituden von vorderer und hinterer Faser unterscheiden und in Abbildung 6.11(b) für kleine Amplituden eine Abweichung vom linearen Zusammenhang besteht. Die in Abbildung 6.11 eingetragenen Fehler ergeben sich aus den Fehlern der Anpassung. Der lineare Zusammenhang zwischen Schwingungsamplitude und Anregungsleistung wird in Abbildung 6.11(a) für die hintere Faser gut bestätigt, während für die vordere Faser Abweichungen beobachtet werden. Würde man für die vordere Faser eine lineare Anpassung nur in dem Bereich der mit der hinteren Faser übereinstimmt vornehmen, so ist eine gute lineare Anpassung möglich. Diese Abweichungen können durch einen thermischen Effekt hervorgerufen werden, denn in der vorderen Faser propagiert der Großteil der Leistung.

Für beide Fasern verschiebt sich die Resonanzfrequenz mit zunehmender Leistung zu höheren Frequenzen (vergleiche Abbildung 6.11(c) und 6.11(d)), was durch die Theorie des hier verwendeten Modells nicht vorhergesagt wird, denn hier ist die Resonanzfrequenz unabhängig von der Anregungsleistung. Eine mögliche Erklärung ist, dass durch die zunehmende Kraft die Faser immer stärker getrieben wird, was zu anharmonsichen Effekten führen kann. Ist die Schwingungsamplitude groß, so kann man davon ausgehen, dass die Annahme einer an beiden Enden fest eingespannten Saite nicht mehr gewährleistet ist. Die Übergangsbereiche rechts und links der Fasertaillen erfahren nun auch eine Auslenkung, was effektiv zu einer höheren Federkonstante und damit höheren Resonanzfrequenz führt. Allerdings sind die Schwingungsamplituden derart klein, so dass auf Grund des Verhältnisses von Taillenlänge zu Auslenkung ein solcher Effekt nicht auftreten sollte. In dieser Messung ist die Güte $Q = 30000 \pm 1000$ und zeigt keine erkennbare Abhängigkeit von der Anregungsleistung, was wiederum die Verschiebung der Frequenz nicht erklären kann.

Eine zweite Erklärung könnte die Verdampfung von z.B. Wassermolekülen auf der Fa-


Abbildung 6.11: Amplitude der Schwingung in Abhängigkeit der Anregungsleistung für die hintere (a) und vordere Faser (b). Abhängigkeit der Resonanzfrequenz von der Anregungsleistung für hinter (c) und vordere (d) Faser.

seroberfläche sein. Dadurch wird effektiv die Massenbelegung μ der Faser verkleinert, was mit:

$$\nu = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{wobei} \quad \mu = A \,\rho = \frac{dm}{dl} \,, \tag{6.8}$$

einer Erhöhung der Frequenz entspricht. Die Frequenzverschiebung beträgt ca. 100 Hz. Somit würde eine Änderung der Massenbelegung, die diese Frequenzabweichung verursacht mit:

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2 \tag{6.9}$$

im Promill-Bereich liegen, was durchaus eine plausible Erklärung darstellt.

Die Abhängigkeit der Amplituden von der Variation der Modulationshöhe ist in Abbildung 6.12 gezeigt. Es ist deutlich zu erkennen, dass beide Fasern das gleiche Verhalten bei Variation der Modulationshöhe zeigen. Die Amplituden nehmen sowohl für die hintere als auch für die vordere Faser mit steigender Modulationshöhe zu (Abbildung 6.12(a) und 6.12(b)), während die Resonanzfrequenzen kleiner werden (Abbildung 6.12(c) und 6.12(d)). Die Erhöhung der Amplitude ist durch die zunehmende Modulationshöhe und die damit effektiv höhere modulierte Leistung zu erklären, während die mittlere Leistung abnimmt. Auch in diesem Fall steigt die Resonanzfrequenz der Fasern mit zunehmender



Abbildung 6.12: Abhängigkeit der Amplitude und der Resonanzfrequenz von der Modulationshöhe der Intensität des Anregungslasers für die hintere Faser ((a) und (c)).(b) und (d) entsprechendes für die vordere Faser.

mittleren Leistung. Für die hintere Faser wird die Frequenz um ca. 100 Hz kleiner, während es für die vordere Faser ca. 130 Hz sind, sodass hier die gleichen Erklärungsansätze wie oben herangezogen werden können.

6.1.4 Variation des Faserabstands

Durch die Variation des Faserabstands werden zwei Effekte beeinflusst. Zum einen ist die lichtinduzierte Kraft abhängig vom relativen Faserabstand, da diese proportional zur Änderung des effektiven Brechungsindex der Supermoden in Abhängigkeit des Abstands ist, d.h. $F \propto dn/dd$. Zum Anderen ändert eine Abstandsvariation die Sensitivität der Messung, da diese durch die Steigung der Koppeleffizienz gegeben ist (vergleiche Abbildung 4.9).

Der Abstand wird im Folgenden über die Koppeleffizienz angegeben, wobei die angegebene Koppeleffizienz sich auf die Flanke bei größeren Abständen bezieht (vergleiche Abbildung 4.9). Der Punkt maximaler Koppeleffizienz wird nicht überschritten. Für einen kleinen Abstand erhält man eine große Koppeleffizienz und kleine Koppelefizienzen geben große Abstände an. Die Amplitude und die Resonanzfrequenz sind in Abhängigkeit des Abstands in Abbildung 6.13 für vordere und hintere Faser zu sehen. Man erkennt, dass die Resonanzfrequenz der hinteren Faser mit abnehmendem Abstand größer (Abbildung



Abbildung 6.13: Abstandsabhängigkeit der Amplituden für hintere (a) und vordere (b) Faser. Verlauf der Resonanzfrequenzen in Abhängigkeit des Faserabstands für hintere (c) und vordere (d) Faser.

(6.13(c)), während die der vordere Faser kleiner wird (Abbildung (6.13(d))). Es scheint zusätzlich so zu sein, dass die Frequenzverschiebung mit abnehmendem Abstand der Fasern eine Sättigung aufweist. Der Amplitudenverlauf beider Fasern (Abbildung 6.13(a) und 6.13(b)) zeigt, dass für einen kleineren Abstand höhere Amplituden zu beobachten sind. Dies liegt an der Tatsache, dass durch den kleineren Abstand die Sensitivität der Messung größer wird und somit der Absolutwert der Amplituden steigt. Der grundsätzliche Verlauf der Amplituden weist jedoch Unterschiede auf, so steigt die Amplitude der hinteren Faser im Vergleich zur vorderen für große Abstände wesentlich langsamer. Dies könnte ein Hinweis auf eine zusätzliche thermische Anregung der Faserresonanzen sein, denn für große Abstände propagiert der Hauptteil der Leistung ausschließlich in der vorderen Faser, während erst ab einem relativ kleinen Abstand ein signifikanter Teil der Leistung in die hintere Faser übergekoppelt wird. Zudem sollte das Verhältnis beider Amplituden konstant sein, da dieser Ausdruck keine Abhängigkeit von der lichtinduzierten Kraft aufweist. Dies ist offensichtlich nicht erfüllt. Auch dies deutet auf einen thermischen Effekt hin. Unter der Annahme, dass durch die geführte Leistung in den Fasern eine Wärmeentwicklung hervorgerufen wird, welche eine Längenausdehnung der Fasern verursacht, müsste die Frequenz der hinteren Faser mit abnehmendem Abstand kleiner werden und für die vordere größer, da durch einen kleinen Abstand ein größerer Teil der Leistung in die hintere Faser übergekoppelt wird. Das Gegenteil wird allerdings beobachtet. Auch hier kann der Erklärungsansatz aus Abschnitt 6.1.3 für die Verschiebung der Frequenz herangezogen werden. Für die vordere Faser wird die mittlere Leistung mit zunehmender Koppeleffizienz, d.h. abnehmendem Abstand kleiner, da ein größerer Teil der Leistung übergekoppelt wird, während für die hintere Faser die geführte Leistung mit kleiner werdendem Abstand größer wird. Damit lässt sich die Längenausdehnung gegenüber dem Effekt der kleiner werdenden Massenbelegung vernachlässigen. Auch in dieser Messreihe zeigt der Gütefaktor Q keine Abhängigkeiten oder Trends, die die Frequenzverschiebung erklären könnten.

6.1.5 Einfluss des Drucks

Zur Untersuchung des Einflusses des Drucks auf die Resonanzen wird der Druck innerhalb der Kammer variiert. Für diese Messung wird das Eckventil zwischen Kammer und Turbopumpe geschlossen und der Druckanstieg durch die virtuelle Leckrate (vergleiche Abbildung 4.5) genutzt. Bei höheren Drücken wird die Turpopumpe ausgeschaltet und mit dem Vorvakuum der Membranpumpe gearbeitet.

Eine Steigerung des Drucks sollte dafür sorgen, dass der Term $b^2/4$ in Gleichung (3.8) sich immer stärker auswirkt, da die Dämpfung zunimmt und somit sollte auch einen Abnahme des Gütefaktors $Q = \omega_{0n}/b$ zu erwarten sein. In Abbildung 6.14 ist der Gütefaktor in Abhängigkeit des Drucks aufgetragen. Bis zu einem Druck von ca. $p = 10^{-2}$ mbar zeigt



Abbildung 6.14: Q-Faktor in Abhängigkeit des Drucks in doppellogarithmischer Darstellung.

der Gütefaktor keine Abhängigkeit vom Druck. Dies spricht dafür, dass hier die intrinsische Dämpfung des Quarzglases der Fasern überwiegt. In diesem Druckbereich beträgt die mittlere freie Weglänge $\lambda_{\rm MFW} > 1$ cm, was einer Knudsenzahl von $Kn > 2 \cdot 10^4$ entspricht. Ab einem Druck von ca. $p = 10^{-2}$ mbar sinkt der Q-Faktor. Hier wird der molekulare Dämpfungsbereich erreicht, für den $Kn > 10^2$ gilt. Der Bereich der molekularen Dämpfung endet bei $Kn = 10^2$, was einem Druck von ca. 1,8 mbar entspricht. Es



Abbildung 6.15: (a) Amplitude der Schwingung bei 286 kHz in Abhängigkeit des Drucks. (b) Verschiebung der Resonanzfrequenz in Abhängigkeit des Drucks.

folgt für höhere Drücke der Übergangsbereich und schließlich der Bereich der viskosen Dämpfung. In Abbildung 6.14 erkennt man, dass ab ca. einem Milibar der Q-Faktor stärker abnimmt als im Bereich davor. Dies stimmt in etwa mit dem theoretisch bestimmten Wert des Drucks, der den Übergangsbereich definiert überein. Für die viskose Dämpfung $(Kn < 10^{-2})$ ist ein Druck p = 18, 2 bar in der Kammer nötig, welcher hier nicht erreicht werden kann.

Die Datenpunkte in Abbildung 6.14 sind ohne Fehler aufgetragen, allerdings ergeben sich durch die Anpassung Fehler für den Wert in Q. In dem Bereich der intrinsischen Dämpfung, d.h. $p < 10^{-2}$ mbar ist die Unsicherheit der Anpassung ca. $\Delta Q = 250$, während er für den Bereich der molekularen Dämpfung bei ca. $\Delta Q = 30$ liegt. Neben den Fehlern in der Güte treten Fehler in der Angabe des Drucks auf, welche durch den nichtlinearen Verlauf der Druckmessröhre (Abbildung 4.5) und den Druckanstieg während der Messung verursacht werden. Durch die Ausgasrate erhält man eine konstante Druckänderung Δp während den Messreihen, was für einen konstanten Fehler sorgt. Da der relative Fehler $\Delta p/p$ mit steigendem Druck kleiner wird liegt die Druckänderung durch Ausgasung bei Drücken ab ca. $p = 10^{-1}$ mbar nicht mehr im Auflösungsvermögen der Ausleseelektronik. Der Fehler wird für alle Bereiche über die Druckänderung bei niedrigen Drücken zu $\Delta p = 1 \cdot 10^{-4}$ mbar bestimmt.

In Abbildung 6.15 ist die Resonanzfrequenz und die Schwingungsamplitude in Abhängigkeit des Drucks gezeigt. Hier zeigt sich, dass die Resonanzfrequenz zunächst mit steigendem Druck zu größeren Frequenzen verschiebt. Eine Erklärung hierfür könnte die thermische Ausdehnung durch die geführte Leistung innerhalb der Faser und der Wärmetransport durch die Moleküle in der Kammer sein. Durch den steigenden Druck nimmt die Anzahl der Moleküle innerhalb der Kammer zu, was zu einem verbesserten Wärmetransport zwischen Fasertaille und Umgebung führt. Dies führt zu einer Kühlung der Fasertaille und somit zu einer geringeren Ausdehnung. Durch die geringere Ausdehnung besitzt die Faser eine kleiner Länge und somit eine höhere Resonanzfrequenz. Die mit steigendem Druck abnehmende Ausdehnung sorgt dafür, dass in Abbildung 6.15(b) zunächst ein Anstieg der Resonanzfrequenz beobachtet wird. Ab einem Druck von ca. 10^{-3} mbar nimmt die Dämpfung derart zu, dass der Term $b^2/4$ in der Resonanzfrequenz, in Gleichung (3.8), nicht vernachlässigbar ist und so die Resonanzfrequenz mit zunehmendem Druck sinkt. Die Amplitude in Abbildung 6.15(a) bleibt analog zum Q-Faktor bis zu einem Druck von ca. 10^{-2} mbar nahezu konstant und nimmt danach ab. Für Amplituden- und Frequenzverlauf gilt die gleiche Fehlerbetrachtung wie zum Gütefaktor, wobei die Anpassungsfehler der Frequenz und der Amplitude vernachlässigbar klein gegenüber dem Fehler des Drucks sind.

6.2 Quantitativer Vergleich von Daten und Theorie

Im Folgenden wird ein quantitativer Vergleich zwischen den Messwerten und der Theorie hergestellt. Zunächst wird der Verlauf der übergekoppelten Leistung in Abhängigkeit des Faserabstands untersucht und mit dem theoretischen Verlauf aus Abschnitt 4.4 verglichen. Es folgt eine Abschätzung der Schwingungsamplituden durch lichtinduzierte Dipolkräfte. Der letzte Abschnitt beschäftigt sich mit der zu erwartenden Resonanzfrequenz der Fasertaillen.

6.2.1 Übergekoppelte Leistung

Durch das Annähern beider Fasern wird Leistung von der vorderen in die hintere Faser übergekoppelt. Der theoretische Verlauf der Koppeleffizienz wird in Abschnitt 2.3.1 betrachtet und ist in Abbildung 4.9 zu sehen. Die Koppeleffizienz wird vermessen, indem der Arbeitspunkt des Reglers, d.h. der relative Faserabstand per Hand kontinuierlich zu kleineren Abständen geändert wird. Die Messung, die sich hieraus ergibt, ist in Abbildung 6.16 zu sehen. Dabei geben die Datenpunkte den Abstand wieder, wobei die Messung von großen zu kleinen Abständen verläuft (im Gegensatz zur Koppeleffizienz in Abbildung 4.9, in der die Koppeleffizienz mit zunehmendem Abstand aufgetragen ist). Zu Beginn sind die Fasern derart weit auseinander das kein Licht übergekoppelt



Abbildung 6.16: Skalierte übergekoppelte Leistung. Die Daten sind auf die maximal übergekoppelte Leistung normiert und eine Zunahme der Datenpunkte deutet eine Abstandsabnahme an.

wird. Dann wird durch den Regelkreis ein Punkt aufgenommen, bei dem eine gewisse übergekoppelte Leistung detektiert wird. Danach steigt die übergekoppelte Leistung mit kleiner werdendem Abstand, bis ein Maximalwert erreicht wird. Auf diesen wird das Signal normiert. Die Verbreiterung des Signals kommt durch Faservibrationen zustande. Das Signal zeigt allerdings bei maximaler Kopplung, dass die Vibrationen nicht mehr deutlich zu erkennen sind, bzw das die Verbreiterung kleiner wird. Dies spricht dafür, dass hier der Punkt maximaler Kopplung erreicht wird, bei dem die Vibrationen diesen permanent über- und unterschreiten. Das Signal ist an dieser Stelle nicht geglättet, sondern zeigt, dass der Punkt maximaler Koppeleffizienz nicht überschritten werden kann. Der Abfall der Koppeleffizienz ist ebenfalls zu erkennen. Es ist allerdings nicht möglich einen stabilen Faserabstand in diesem Abstandsbereich einzustellen und somit eine detailliertere Vermessung des Abfalls zur Zeit noch nicht möglich. Der Abstand beträgt hier weniger als 100 nm, sodass kleinste Störeinflüsse sofort dafür sorgen, dass sich die Fasern berühren. Weiterhin ist in Übereinstimmung mit Abbildung 4.9 zu erkennen, dass die übergekoppelte Leistung bei Berührung der Fasern nicht maximal wird.

6.2.2 Abschätzung der Schwingungsamplituden

Die maximale Amplitude, die durch lichtinduzierte Kräfte hervorgerufen wird, ist durch Gleichung (3.21) gegeben. Um die Leistungsanteile in den verschiedenen transversalen Moden abzuschätzen wird die Kraft als punktförmig und in der Mitte der Faser platziert, genähert. Die Annahme einer punktförmigen Quelle ist gerechtfertigt, da die Länge der Taille L wesentlich größer als der Kopplungsbereich ist. Die daraus resutlierende maximale Beschleunigungsdicht ergibt sich aus Gleichung (3.18):

$$\omega h_{max} = \frac{F_0 v \,\omega}{F_{\text{Zug}}}.\tag{6.10}$$

Eine Auslenkung in der Fasermitte lässt sich durch eine dreiecksförmige Funktion approximieren. Ließe man die Faser los, so würde die Dreiecksfunktion die Randbedingungen für t = 0 liefern. Durch Fouriertransformation in der Basis der Eigenmoden, lässt sich nun die Amplitude mit Zeitentwicklung bestimmen:

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(k n x)}{n^2} \cos(n \,\omega \, t) \quad \text{mit} \quad n = 1, 3, 5....$$
(6.11)

Mit Gleichung (3.25) erhält man nach Mittelung über eine Periode die Energie in jeder Eigenmode, wobei $\langle E(t) \rangle_T$ die Gesamtenergie darstellt:

$$\langle E(t) \rangle_T = \langle \sum_{n=1}^{\infty} E_n \rangle_T = \frac{\pi^2 v^2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^4 v^2}{8L}.$$
 (6.12)

Über die Energie der einzelnen Moden E_n relativ zur Gesamtenergie $\langle E(t) \rangle_T$ erhält man eine Abschätzung für die maximale Schwingungsamplituden der einzelnen Moden. Es stellt sich heraus, dass die Energie und die Auslenkung direkt mit den Fourierkoeffizienten verknüpft sind. Demnach verteilt sich die Energie auf die ersten drei Schwingungsmoden zu den Anteilen 81%, 9% und 3%. Zur Berechnung der Dipolkraft, die auf die Fasern wirkt, wird Gleichung (2.20) verwendet. Da der relative Faserabstand entlang der Fasern stark variiert und somit keine konstante Kraft angenommen werden kann, wird eine mittlere Kraft betrachtet, welche durch eine effektive Kopplungslänge induziert wird. Die effektive Länge wird über den Verlauf des Brechungsindex in Abhängigkeit des Abstandes der beiden Fasern, wie in Abbildung 2.8 gezeigt, abgeschätzt. Bis zu einem Abstand von ca. 600 nm wird eine starke Kopplung beobachtet. Das bedeutet, dass sich als effektive Kopplungslänge l_{eff} ein Wert von:

$$l_{\text{eff}} = 2x = \sqrt{\frac{d^2 - d_0^2}{4 \tan^2(\frac{\alpha}{2})}}$$

$$\approx 7,5 \,\mu\text{m}$$
(6.13)

ergibt, unter der Annahme, dass der Minimalabstand $d_0 = 300$ nm und d = 600 nm ist. Der Gruppenindex n_g wird mit:

$$n_g = \frac{c_0}{v_g} = \frac{\Delta k}{\Delta k_0} \tag{6.14}$$

numerisch berechnet. Dafür werden Δk und Δk_0 aus den der Propagationskonstanten (Gleichung (2.6)) für die Wellenlängen $\lambda_1 = 851 \,\mathrm{nm}$ und $\lambda_2 = 849 \,\mathrm{nm}$ berechnet. Es ergibt sich $n_q = 1,518$. Als Wert für $\partial n/\partial d$ wird die Steigung der simulierten Kurve für die erste Mode in Abbildung 2.8 bei einem Abstand von ca. 430 nm angesetzt. Dies entspricht der maximal möglichen Kraft zwischen den Fasern bei gegebenem Abstand. Der effektive Brechungsindex wird aus dem Mittelwert der für Δk verwendeten Werte zu $n_{\rm eff} = 1,17$ bestimmt. Die Leistung des Anregungslasers beträgt 757 μ W, wobei nur die modulierte Leistung betrachtet wird. Als Faserspannung wird Zerreißspannung $\sigma_{\text{Zerreißspannung}} = 12 \text{ GPa} [55]$ angenommen. Mit der Dichte von Glas $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$ [56] ergibt sich bei einem Faserradius von 250 nm eine Zugkraft von $F_{\text{Zug}} = 2, 5 \cdot 10^{-3} \text{ N}.$ Für die lichtinduzierte Kraft erhält man $F_{\text{Licht}} = F(0) = 2,5 \,\text{pN}$. Unter der Annahme eines Gütefaktors von Q = 30000 ergibt dies Schwingungsamplituden von $y_1 = 34, 1 \text{ nm}$, $y_3 = 3,8$ nm und $y_5 = 1,3$ nm für die ersten drei Moden. Der Modenindex ist ungerade gewählt, da für die Fourierkoeffizienten des Dreiecks gerade Koeffizienten identisch Null sind. Der Vergleich zwischen gemessener und hier abgeschätzter Amplitude zeigt, dass mit dem einfachen Modell der schwingenden Saite eine größere Schwingungsamplitude erhalten wird.

6.2.3 Resonanzfrequenz der Fasertaillen

Eine, mit dem einfachsten Modell abgeschätzte mechanischen Schwingungsfrequenz der Grundmode, erhält man durch Gleichung (3.5). Mit den Faserparametern und einer

maximalen Zugspannung von $\sigma_{\text{Zerreißspannung}} = 12$ GPa erhält man für die Grundmode eine Resonanzfrequenz:

$$\nu = 233, 5 \text{ kHz} < 280 \text{ kHz}, \qquad (6.15)$$

die deutlich kleiner als die gemessene Frequenz ist. Zwei weitere Effekte werden diesen Wert der Resonanzfrequenz der Grundmode bei Zerreißspannung weiter verkleinern. Betrachtet man den in Abbildung 2.4 gezeigten Verlauf des Faserprofils, so erkennt man, dass die Länge der Fasertaille für die Schwingung effektiv länger ist als angegeben, da der Übergang zunächst flach beginnt. Die effektive Länge der schwingenden Faser wird also höher sein und damit die Resonanzfrequenz verkleinern. Zudem wird durch die Zugspannung die Faser eine Längenausdehnung erfahren, welche zum Großteil eine Änderung der Taillenlänge sein wird. Es ergibt sich folglich für die Resonanzfrequenz:

$$\nu_n = \frac{n}{2L(1 + \Delta L + \frac{\sigma}{E})} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \,. \tag{6.16}$$

Hierbei beschreibt ΔL die zusätzliche Länge auf Grund des Übergangs relativ zur Taillenlänge und der Ausdruck σ/E die relative Längenänderung durch die Zugspannung, wobei E = 72,5 GPa [57] das Elastizitätsmodul von Quarzglas ist.

Die zusätzliche Länge der Fasertaillen, auf Grund des Übergangs wird über den Werte bestimmt, bei dem die Faser einen Radius von ca. 400 nm besitzt. Dies entspricht ca. 1,5 mm zusätzlicher Länge rechts und links der Fasertaille. Mit der Annahme einer Fasertaillenlänge von $L(1 + \Delta L) = 8 \,\mathrm{mm}$ und Gleichung (6.16), erhält man für die Grundmode eine Frequenz von ca. 125 kHz. Da diese Frequenz eine Abschätzung bei Zerreißspannung darstellt, wird die tatsächlich gemessene Frequenz unterhalb dieser liegen. Geht man davon aus, dass die geführte Leistung innerhalb der Faser die Zerreißspannung nicht beeinflusst, so werden die Resonanzen bei 280 kHz und 286 kHz die dritten Harmonischen der Grundmoden mit ca. 90 kHz sein. Dieser Frequenzbereich ist lediglich mit einer Frequenzauflösung von 10 Hz vermessen und da dies auf Grund einer Resonanzbreite bei gleicher Güte von ca. 3 Hz nicht ausreichend ist, können hier keine Resonanzen beobachtet werden. Der Frequenzbereich der zweiten Harmonischen zeigt auch keine resonante Struktur. Außerdem ist es fragwürdig ob eine zweite Harmonische auf Grund ihrer Schwingungsstruktur in diesem Aufbau zu detektieren ist. Diese besitzt nämlich in der Mitte einen Schwingungsknoten und erfährt somit an dieser Stelle keine Auslenkung.

Die Schwingungsamplituden der dritten Harmonischen sind im vorangegangenen Abschnitt auf ca. $y_5 = 1,3$ nm bestimmt worden. Die gemessenen Amplituden sind in der Größenordnung von 10 pm. Die Abweichung kann durch drei Effekte erklärt werden. Auf der einen Seite ist die theoretisch bestimmte Amplitude eine obere Grenze, da hier die symmetrische Mode u_{+1} zur Bestimmung der Kraft herangezogen wird, welche die maximal mögliche Kraft zwischen den Fasern induziert. Da das Licht in nur eine Faser eingekoppelt wird ist zu erwarten, dass eine Linearkombination aus symmetrischen und antisymmetrischen Moden angeregt wird. Das hier vorgestellt Modell der Supermoden in Verbindung mit einer schwingenden Nanofaser ist unzureichend um den tatsächlichen Kraftverlauf zu erklären. Es muss aber davon ausgegangen werden, dass eine Linearkombination zwischen symmetrischen und antisymmetrischen Moden eine effektiv kleinere Kraft induziert und damit eine kleinere Amplitude zu sehen ist.

Zudem ist der genaue Anregungspunkt nicht bekannt. Befindet sich der Anregungspunkt in der Nähe eines Schwingungsknoten, so ist zum einen die Anregung ineffizient und zum anderen die Auslenkung der Faser sehr klein. Da die dritte harmonische zwei Schwingungsknoten besitzt ist die Vermutung naheliegend, dass die Anregung in der Nähe eines Schwingungsknoten stattfindet.

Ein dritter Punkt ist die Annahme, dass die Fasertaillen an beiden Enden fest eingespannt sind. Die ist auf Grund des kontinuierlichen Übergangs zwischen Fasertaille und unverjüngtem Teil der Faser keine gute Näherung. Also wird ein Teil der Energie der transversalen Schwingungsmoden durch den Übergang von der Taille abgeführt und somit die Amplitude effektiv kleiner. Zukünftige Untersuchungen könnten den Einfluss der drei Effekte genauer vermessen. Dadurch ließe sich eine Aussage ermöglichen, welcher Effekt dominiert.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es einen Aufbau zu realisieren, der es ermöglicht lichtinduzierte Dipolkräfte zwischen zwei optischen Nanofasern zu untersuchen. Ein wichtiger Aspekt bei der Umsetzung der optischen Kopplung zwischen den Fasern bestand darin, den relativen Faserabstand bei kleinen Distanzen konstant zu halten. Dies ließ sich mit Hilfe eines zweiten Lasers bei einer separaten Wellenlänge mit einer Präzision von wenigen Nanometern realisieren. Die aktive Stabilisierung des Faserabstands konnte für beliebige lange Zeiten aufrecht erhalten werden. Zudem ließ sich durch variable Wahl des Abstands die übergekoppelte Leistung von der vorderen in die hintere Faser gezielt steuern, und abhängig vom Abstand, nahezu vollständig zwischen den Fasern überkoppeln.

Der in dieser Arbeit entworfene Aufbau ermöglicht neben der Untersuchung optischer Kräfte auch die mechanischen Eigenschaften der ultradünnen Fasern zu bestimmen. Die durch Modulation der Anregungsleistung induzierten Schwingungen ließen sich den mechanischen transversalen Schwingungsmoden der Nanofasern zuordnen, wobei die hier detektierten Resonanzfrequenzen im Bereich von 280 kHz bis 290 kHz lagen. Diese Frequenzen wurden der dritten Harmonischen einer Grundmode mit ca. 90 kHz zugeordnet. Außerdem zeigten die Resonanzfrequenzen die mit steigender Zugspannung erwartete Verschiebung zu höheren Frequenzen. Bei einer Fortführung des Experiments sollten deshalb niedrigere Harmonische und die Grundmode vermessen werden. In diesem Zusammenhang wäre es außerdem nützlich die piezoelektrischen Bigeaktuatoren zur Spannungsvariation mit einem Spannungssensor zu versehen, um quantitative Aussagen zur mechanischen Faserspannung machen zu können. Dies würde eine direkte Aussage über die mechanischen Moden zulassen, sofern die harmonische Näherung, die auf Gleichung 3.5 führt, zulässig ist. Des Weiteren könnten durch die Vermesssung der räumlichen Struktur der Schwingungsmoden zusätzliche Erkenntisse gewonnen werden. Dafür müsste die Positionierung des minimalem Abstands zwischen den Fasern, entlang dieser variierbar sein. Somit könnte der Anregungspunkt verschoben werden. Hierbei würden sich Schwingungsknoten durch ein Verschwinden des Amplitudensignals beobachten lassen, da an einem Knoten keine Auslenkung existiert und somit eine Anregung nicht möglich ist. Für Schwingungsbäuche würde man eine hohes Signal erwarten, da hier Auslenkung und Anregung maximal sind. Durch einen piezogetriebenen Lineartisches in paralleler Richtung zu den Fasern (x-Richtung) könnte dies umgesetzt werden.

Die in dieser Arbeit aufgebaute Vakuumapparatur ermöglicht es die intrinsische Güte der mechanischen Oszillationen der Nanofasern zu vermessen. Diese wurde auf ca. 30000 bestimmt und zeigt den mit steigendem Druck zu erwartenden Abfall mit $Q \propto 1/p$ auf Grund der molekularen Dämpfung [58]. Eine Abhängigkeit des Gütefaktors von der Zugspannung konnte in diesem Experiment nicht ermittelt werden. Ein Vergleich zu Si_3N_4 - Resonantoren, bei welchen die Gütefaktoren der Schwingungen mit steigender Zugspannung zunehmen, wäre eine detaillierte Untersuchung wert [59]. Die hohe Güte wurde ohne Optimierung des Faserprofils erhalten. Durch Variation des Faserprofils könnte ein optimiertes Profil entwickelt werden, welches für transversale Moden einen höheren Impedanzsprung zwischen Fasertaille und Übergang aufweist und somit geringere Energieverluste mit sich bringt. Dies könnte durch den geringeren Energieverlust die Güte um ein Vielfaches erhöhen. Neben dem Einfluss auf die Güte ist ebenfalls eine starke Abhängigkeit der Resonanzfrequenz vom Faserprofil zu erwarten. So kann man durch die mechanische Zugspannung und die Fasertaillenlänge eine fest Resonanzfrequenz der Fasern einstellen und diese experimentellen Gegebenheiten anpassen.

Die in dieser Arbeit hergeleiteten theoretischen Grundlagen zu den Schwingungen der Nanofasern zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den gemessenen Amplitudenverläufen. Die Anpassung liefert die Parameter zur Charakterisierung der Resonanzen mit hoher Genauigkeit ($R^2 > 0, 99$). Des Weiteren liefert die Beschreibung der lichtinduzierten Kraft eine anschauliche Darstellung und eine Abschätzung der Kraft, die in der gleichen Größenordnung wie in ähnlichen Experimenten liegt [5]. Durch die Beschreibung ist es möglich den vermessenen Verlauf der Koppeleffizizenz zu erklären. Dies zeigt, dass der hier verwendete Ansatz der Supermoden gerechtfertigt ist. Die Beschreibung der Dipolkraft muss aber erweitert werden, um den Kraftverlauf einer Linearkombination aus symmetrischen und antisymmetrischen Supermoden erklären zu können. Denn durch eine Linearkombination kommt es zu Interferenz zwischen den Moden, was wiederum eine Addition der Kräfte der einzelnen Moden nicht zulässt. Die in diesem Experiment vorliegende Anfangsbedingung, dass nur Licht in die vordere Faser eingekoppelt wird, beschreibt gerade eine Situation, in der sich Linearkombinationen ausbilden werden.

Die Vermessung der Schwingungsamplituden in Abhängigkeit des Faserabstands zeigt durch das Verhältnis der Amplituden von vorderer und hinterer Faser eine Abweichung zum erwarteten Verlauf. Das Verhältnis der Amplituden sollte bei rein optisch getriebenen Schwingungen konstant sein. Dies lässt darauf schließen, dass der Anregung der Faserschwingungen vermutlich einen thermischer Effekt zu Grunde liegt. Durch eine erweitere Beschreibung der Dipolkraft ließe sich eventuell ein thermischer Effekt als einzige Anregung der Faserschwingungen ausschließen.

Die gemessene Abhängigkeit der Amplitudenspektren von der Polarisation des Anregungslasers zeigt, dass für eine bestimmte Wahl der Polarisation keine Resonanzstruktur detektiert wird. Sollte der hier vorgeschlagene Erklärungsansatz, der die Sensitivität der Messung auf eine Polarisationsdrehung und eine anschließenden polarisationssensitiven Messung zurückführt zutreffen, so sollte durch einen Polarisationsfilter, der in Abbildung 4.7 eingezeichnet ist ein größeres Signal erhalten werden. Hier wäre die Unterdrückung der zweiten Polarisationskomponente im Vergleich zu dem nahezu polarisationsneutralen Strahlteiler größer, was eine effektiv höhere Sensitivität bedeutet.

Abschließend lässt sich sagen, dass durch die Umsetzung dieses experimentellen Aufbaus eine Grundlage geschaffen wurde, um detaillierte Untersuchungen von optischen Dipolkräften zwischen ultradünnen Fasern zu realisieren. Zudem lassen sich durch die optisch getriebenen Schwingungen Faserparameter ermitteln, die Einfluss auf andere faserbasierte Experimente haben. Durch Kenntnis dieser Parameter lassen sich für verschiedenste Anwendungen optimale Faserprofile entwickeln. Außerdem könnte die hier gezeigte Umsetzung der Abstandsstabilisierung zweier Fasern mittels evaneszenter Kopplung in andere faserbasierte Experimente implementiert werden. So wird aufbauend auf dieser Idee bereits in einem Experiment unserer Arbeitsgruppe die Abstandsstabilisierung zwischen einer ultradünnen Koppelfaser und einem Flüstergaleriemoden-Resonator über ein abstandsabhängiges Transmissionssignal der Koppelfaser umgesetzt [60].

A Anhang



Abbildung A.1: Optikkomponenten zum Überlagern und Einkoppeln in die vordere Faser. Auf der rechten Seit sind die zwei Diodenlaser (1) mit den Wellenlängen $\lambda = 780$ nm und $\lambda = 850$ nm zusehen. Es folgt jeweils ein optischer Isolator (2) und Polarisationsoptik (3). Durch den dichroitischen Spiegel (4) werden die Strahlen überlagert, bevor sie über den Einkoppler (5) in die vordere Faser eingekoppelt werden.



Abbildung A.2: Optikkomponenten am Ende der hinteren Faser. Durch den Auskoppler (5) wird die übergekoppelte Leistung beider Laser an einem Ende der hinteren Faser ausgekoppelt. Die Strahlen werden am dichroitischen Spiegel (4) den Wellenlängen entsprechend getrennt. Durch Kantenfilter (6) wird die unerwünschte Wellenlänge zusätzlich unterdrückt. Der Strahl des Nachweislasers wird durch einen 50:50-Strahlteiler (7) auf zwei aktive Photodioden (8) aufgeteilt. Eine stellt das Referenzsignal zur Abstandsstabilisierung zu Verfügung, während die zweite das Eingangssignal des Lock-In-Verstärkers liefert.



Abbildung A.3: Schallisoaltionskiste über der Vakuumkammer. Die MDF-Platten (9) haben eine Stärke von 22 mm. Zur zusätzlichen Dämpfung der Luftschwingungen innerhalb der Kiste ist Profilschaumstoff (10) an den Innenwänden der Kiste befestigt.



Abbildung A.4: Aufbau der Faserhalter innerhalb der Vakuumkammer. Die Rasterloch-Platte steht auf vier Viton-Ringen um eine Entkopplung zwischen Kammer und Faserhaltern zu erreichen.



Abbildung A.5: Schaltplan des Reglers.



Abbildung A.6: Technische Zeichnung des Halters der hinteren Faser.



Abbildung A.7: Technische Zeichnung des Halters der vorderen Faser.



Abbildung A.8: Technische Zeichnung der Vakuumkammer.

Literaturverzeichnis

- Minogin, V. & Letokhov, V. Laser light pressure on atoms (Gordon and Breach Science Publishers, 1987).
- [2] Maxwell, J. Lehrbuch der Electricität und des Magnetismus. No. Bd. 1 in Lehrbuch der Electricität und des Magnetismus (J. Springer, 1883).
- [3] Lebedew, P. Untersuchungen über Druckkräfte des Lichtes. Annalen der Physik 4, 433–458 (1901).
- [4] Kippenberg, T. J. & Vahala, K. Cavity Opto-Mechanics. Optics express 15, 17172– 17205 (2007).
- [5] Thourhout, D. V. & Roels, J. Optomechanical device actuation through the optical gradient force. *Nature Photonics* 4, 211–217 (2010).
- [6] Li, M. et al. Harnessing optical forces in integrated photonic circuits. Nature 456, 480–484 (2008).
- [7] Eichenfield, M., Michael, C. P., Perahia, R. & Painter, O. Actuation of microoptomechanical systems via cavity-enhanced optical dipole force. *Nature Photonics* 1, 416–422 (2007).
- [8] Rakich, P. T., Popovic, M. A., Soljacic, M. & Ippen, E. P. Trapping, corralling and spectral bonding of optical resonances through optically induced potentials. *Nature Photonics* 1, 858–865 (2007).
- [9] Li, M., Pernice, W. & Tang, H. Tunable bipolar optical interactions between guided lightwaves. *Nature Photonics* 3, 464–468 (2009).
- [10] Sagué, G., Vetsch, E., Alt, W., Meschede, D. & Rauschenbeutel, A. Cold-atom physics using ultrathin optical fibers: Light-induced dipole forces and surface interactions. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 163602 (2007).
- [11] Vetsch, E. et al. Optical interface created by laser-cooled atoms trapped in the evanescent field surrounding an optical nanofiber. Phys. Rev. Lett. 104, 203603 (2010).
- [12] Saleh, B. & Teich, M. Grundlagen der Photonik (Wiley-VCH, 2008).
- [13] Bronstein, I., Semendjajew, K., Musiol, G. & Mühlig, H. Taschenbuch der Mathematik (Verlag Harri Deutsch, 2001).
- [14] Meschede, D. Optik, Licht und Laser (Teubner Verlag, 2005).
- [15] Yariv, A. Optical electronics (New York: CBS College, 1985).

- [16] Warken, F. Ultradünne Glasfasern als Werkzeug zur Kopplung von Licht und Materie. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn (2007).
- [17] Stiebeiner, A., Garcia-Fernandez, R. & Rauschenbeutel, A. Design and optimization of broadband tapered optical fibers with a nanofiber waist. *Optics Express* 18 (2010).
- [18] Jöckel, A. Glasfaser-basierte Fabry-Perot-Resonatoren mit integrierten ultradünnen Passagen. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg Universität Mainz (2009).
- [19] Kien, F. L., Liang, J., Hakuta, K. & Balykin, V. Field intensity distributions and polarization orientations in a vacuum-clad subwavelenght-diameter optical fiber. *Optics Communications* 242, 445–455 (2004).
- [20] McIntyre, P. D. & Snyder, A. W. Power transfer between optical fibers. Journal of the optical society of America 63, 1518–1527 (1973).
- [21] Voges, E. & Petermann, K. Optische Kommunikationstechnik (Springer, 2002).
- [22] Johnson, S. G. & Joannopoulos, J. D. Block-iterative frequency-domain methods for maxwell's equations in a planewave basis. *Opt. Express* 8, 173–190 (2001). URL http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=0PEX-8-3-173.
- [23] Snyder, A. W. & Young, W. R. Modes of optical waveguides. Journal of the optical society of America 68, 297–309 (1978).
- [24] Snyder, A. & Love, J. Fundamental properties of modes. In Optical Waveguide Theory, 208–214 (Chapman and Hall, 1983).
- [25] Ashkin, A., Dziedzic, J., Bjorkholm, J. & Chu, S. Observation of a signle-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Optics Letters* 11, 288–290 (1986).
- [26] Block, S. M. Makinng light work with optical tweezers. *Nature* **360**, 493–495 (1992).
- [27] Rebhan, E. Theoretische Physik 1 (Spektrum Akademischer Verlag, 2001).
- [28] Li, M., Pernice, W. & Tang, H. X. Theoretical investigation of the transverse optical force between a silicon nanowire waveguide and a substrate. *Optics Express* 17, 1806–1816 (2009).
- [29] Pernice, W., Li, M., Fong, K. Y. & Tang, H. X. Moddeling of the optical force between propagating lightwaves in parallel 3D waveguides. *Optics Express* 17, 16032–16037 (2009).
- [30] Rakich, P. T., Popovic, M. A. & Wang, Z. General treatment of optical forces and potentials in mechanically variable photonic systems. *Optics Express* 17, 18116– 18135 (2009).
- [31] Povinelli, M. L. et al. Evanescent-wave bonding between optical waveguides. Optics Letters 30, 3042–3044 (2005).
- [32] Meschede, D. Gerthsen Physik (Springer Verlag, 2002).
- [33] Fischer, H. & Kaul, H. Mathematik für Physiker (Teubner Verlag, 2008).

- [34] Dreizler, R. M. & Lüdde, C. S. Theoretische Physik 1 (Springer Verlag, 2008).
- [35] Fletcher, N. H. & Rossing, T. D. The Physics of Musical Instruments (Springer Verlag, 1998).
- [36] Jousten, K. Handbuch Vakuumtechnik (Vieweg, 2006).
- [37] (Stand: 23.11.2010). URL http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?k.
- [38] Laurien, E. & jr., H. O. Numerische Strömungsmechanik (Vieweg+Teubner Verlag, 2009).
- [39] Haken, H. & Wolf, H. C. Atom- und Quantenphysik (Springer Verlag, 2004).
- [40] Yasumura, K. Y. et al. Quality factors in micron- and submicron-thick cantilevers. Journal of Microeletromechanical Systems 1, 416–422 (2007).
- [41] Blom, F., Bouwstra, S., Elwenspoek, M. & Fluitman, J. Dependence of the quality factor of micromachined silicon beam resonators on pressure ant geometry. J. Vac.Sci Technol B 10, 19–25 (1992).
- [42] Bhiladvala, R. B. & Wang, Z. J. Effects of fluids on the Q factor and fresonance frequency of oscillating micrometer and nanometer scale beams. *Physical Review E* 69 (2004).
- [43] Yum, K., Wang, Z., Suryavanshi, A. P. & Yu, M.-F. Experimental measurement and model analysis of damping effect in nanoscale mechanical beam resonator in air. *Journal of Applied Physics* 69 (2004).
- [44] Heckl, M. & Müller, H. A. Technische Akustik (Springer Verlag, 1994).
- [45] Rossing, T. Springer handbook of acoustics. Springer Handbook of (Springer, 2007).
- [46] Mainzer, K. Symmetrien der Natur: ein Handbuch zur Natur- und Wissenschaftsphilosophie (W. de Gruyter, 1988).
- [47] Bucur, V. et al. Physical Methods for Characterizing Wood Copmosite Panel Products. Holzforschung 52, 553–561 (1998).
- [48] Betzig, E., Isaacson, M. & Lewis, A. Collection mode near-field scanning optical microscopy. Applied Physics Letters 51 (1987).
- [49] Carminati, R. & Greffet, J.-J. Equivalence of constant-height and constant-intensity images in scanning near-field optical microscopy. Optics Letters 21 (1996).
- [50] Tietze, U. & Schenk, C. Halbleiter-Schaltungstechnik (Springer Verlag, 1993).
- [51] Wupper, H. & Niemeyer, U. Elektronische Schaltungen II: Operationsverst ärker, Digitalschaltungen, Verbindungsleitungen. Springer-Lehrbuch (Springer, 1996).
- [52] Bakshi, U. & Goyal, S. Feedback Control Systems (Technical Publications Pune, 2008).
- [53] Baade, A. Light induced trapping potential for neutral atoms by mode interference

of a blue detuned light field in ultra thin fibres. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg Universität Mainz (2009).

- [54] Kuckartz, U. & Rädiker, S. Statistik: Eine verständliche Einführung (VS Verlag für Sozialw., 2010).
- [55] Brambilla, G. & Payne, D. N. The Ultimate Strength of Glass Silica Nanowires. Nano Letters 9, 831–835 (2009).
- [56] Berber, J., Kacher, H. & Langer, R. *Physik in Formeln und Tabellen* (Teubner, 2005).
- [57] (Stand: 25.11.2010). URL http://heraeus-quarzglas.com/en/quarzglas/ mechanicalproperties/Mechanical_properties.aspx.
- [58] Verbridge, S. S., Craighead, H. & Parpia, J. M. A megahertz nanomechanical resonator with room teperature quality factor over a million. *Journal of Applied Physics* 92 (2008).
- [59] Verbridge, S. S., Parpia, J. M., Reichenbach, R. B., Bellan, L. M. & Craighead, H. High quality factor resonance at room temperature with nanostrings under high tensil stress. *Journal of Applied Physics* **99** (2006).
- [60] Nickel, S. Kopplung, Charakterisierung und aktive Frequenzstabilisierung von Flaschenresonatoren ultrahoher Güte innerhalb einer Ultrahochvakuum-Apparatur. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg Universität Mainz (2010).

Danksagung

An erster Stelle möchte ich mich bei Prof. Dr. Arno Rauschenbeutel bedanken, mir die Möglichkeit eröffnet zu haben diese Diplomarbeit zu schreiben, bzw. dieses Experiment aufzubauen. Natürlich bedanke ich mich auch für die Unterstützung, die er mir dabei zukommen ließ. In diesem Zusammenhang danke ich auch meinem Betreuer Christian Wuttke, ohne den die Umsetzung und die Analyse der Ergebnisse wohl nicht in einem Jahr geschehen wäre. Außerdem bedanke ich mich für die nette Arbeitsatmosphäre, bei zum Teil nächtlichen Messungen mit ihm an diesem Experiment. Ich hoffe du wirst das Experiment in Wien weiterführen und die noch vielen offenen Fragen beantworten. Vermutlich werden aber nur noch mehr Fragen auftreten :-)

Weiterhin möchte ich mich bei Sam, aka. Mr. Mo, aka. Sammy the Kid für viele informative Gespräche und Diskussionen und das ein oder andere Feierabendbier danken.

Ein Dank gilt außerdem der gesamten Rauschi-Gruppe für die super Atmosphäre, die zum Teil viel Spaß bedeutete. Natürlich danke ich auch meinem Büro-Kollegen Sebastian für eine super Stimmung im Büro.

Außerdem möchte ich mich bei unserer Elektronikabteilung, namentlich Michael Boeßenecker und Herr Lenk, für nahezu unendlich viel Hilfe bei der Lösung elektronischer Probleme danken. Zudem danke ich der Institutswerkstatt für kleine und große Hilfen bei der Umsetzung des Experiments.

Des Weiteren möchte ich mich bei Dr. Ruth García Fernández für die Korrektur meiner Arbeit bedanken. In diesem Zusammenhang möchte ich mich auch bei Prof. Dr. Jochen Walz für die Übernahme des Zweitgutachtens bedanken.

Ein kleiner Dank gilt auch meinem Physiklehrer Hernn Stetzenbach, der durch seinen guten Unterricht erst mein Interesse an der Physik geweckt hat.

Natürlich danke ich auch meiner Familie für die Unterstützung in den letzten Jahren während des Studiums. Ein besonderer Danke gilt hier meiner Freundin Anabelle, die meine zum Teil wirklich schlechte Laune in den letzten gestressten Wochen tapfer über sich hat ergehen lassen. Sie ist mit verantwortlich, dass ich dieses Studium erfolgreich durchgezogen habe. DANKE!!!