Welle-Teilchen-Dualismus

Miguel Muñoz Rojo

Seminar zur Quantenphysik

I. Korpuskelcharakter von Wellen

- Gesetz von Planck
- Lichtelektrische Effekt
- Compton Effekt

Gesetz von Planck

- Die Energie von einem Oszillator kann nur diskrete Werte haben, d.h.:

$$E_n = nh\nu$$

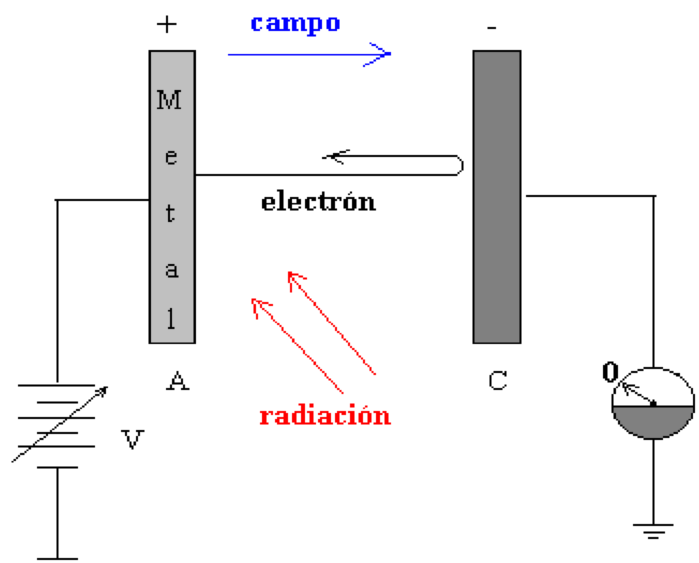
mit n: Quantenzahl (Ganzzahl) und h: Konstanz von Planck.

Die Minimalquantität von Energie, die ausgetauscht werden kann, ist ein “Quant”:

$$E_\nu = h\nu$$

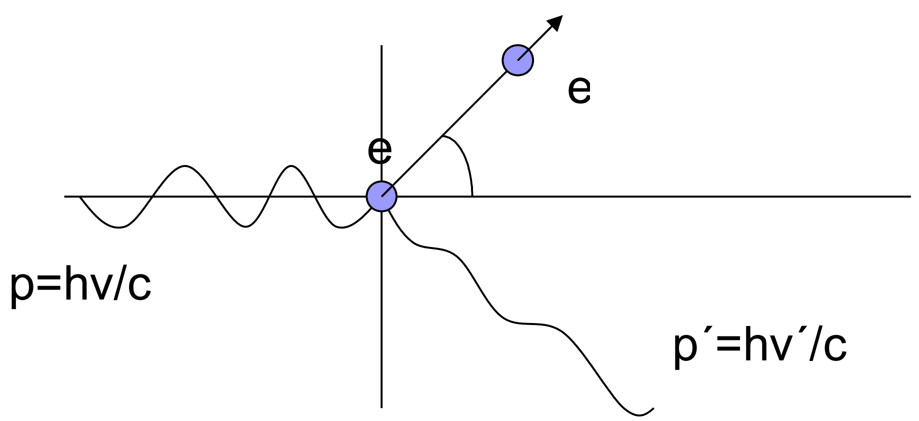
Lichtelecktrische Effekt

- Einstein ⇒ Idee von Planck zur Quantitation von Energie weiter auf Elektromagnetische Wellen.
- Licht aus Lichtkorpuskeln gebildet wird. Diese Korpuskeln sind Photonen mit der Energie: $E=h\upsilon$.



Compton Effekt

- Photonen können sich wie Teilchen Verhalten.
- Sie tauschen Impulse aus, wenn sie aufeinander treffen.



II. Experimente zur Interferenz

- Wenn wir die Materie auf kleinster Skala betrachten, gibt es seltsame Verhalten

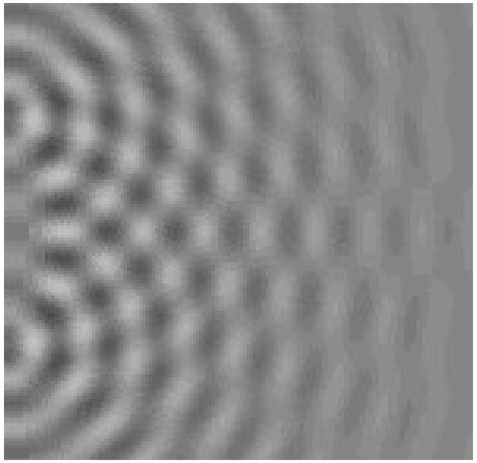
- Feynmann zeigte uns mit dem Doppelspalteffekt von Young Seltsamkeiten im Quantenverhalten.

Interferenzen und Beugungen sind typische Phänomene von Wellen

- Beugung: Richtungsänderung von Wellen, wenn sie auf ein Medium treffen.
- Interferenz: Wenn zwei oder mehr Wellen aufeinander treffen, treten Interferenzmunster auf.

Licht produziert Interferenzphänomene

- Stellen wir uns zwei Spalten vor: Wenn das Licht die Spalten passiert entstehen neue “Wellen-Quellen”. Die neuen Wellen produzieren Interferenzmuster.

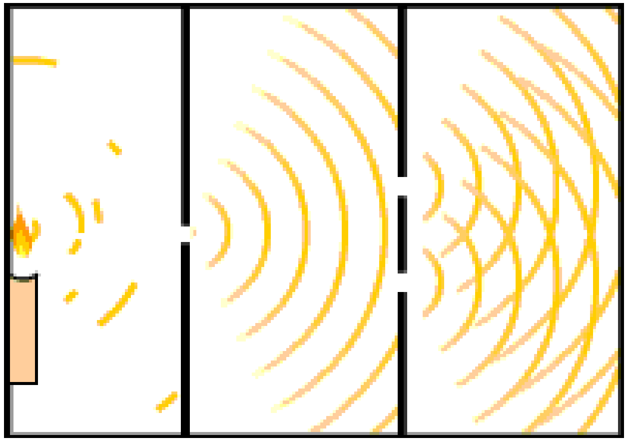


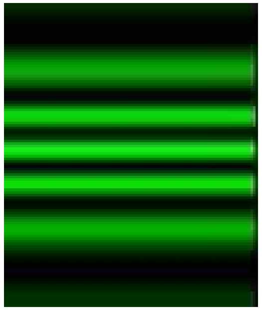
http://www.colorado.edu/physics/2000/schroedinger/big_interference.html

Das Klassische Young Experiment

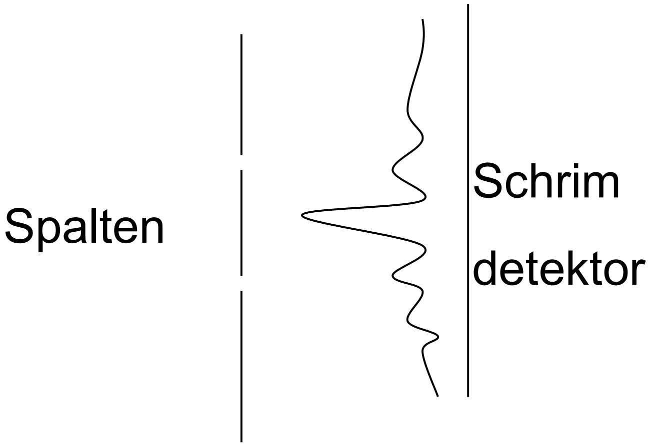
- Das gleiche Interferenzmuster sehen wir mit Laserbündeln.

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_{12}$$





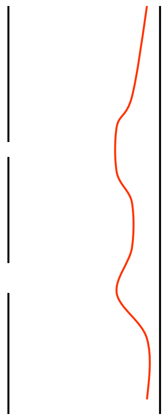
Interferenz diagramm



- Was aber passiert wenn wir ein soliden Gegenstand durch die Spalten schiessen?
- Beispiel (Feynman): Soldat schiesst durch zwei Spalte in einer Wand. Interferenzmuster?

- Stellen wir uns vor, dass wir mehr Aufschläge in einer bestimmten Fläche hinter den Spalten haben. Folgendes Diagramm entsteht

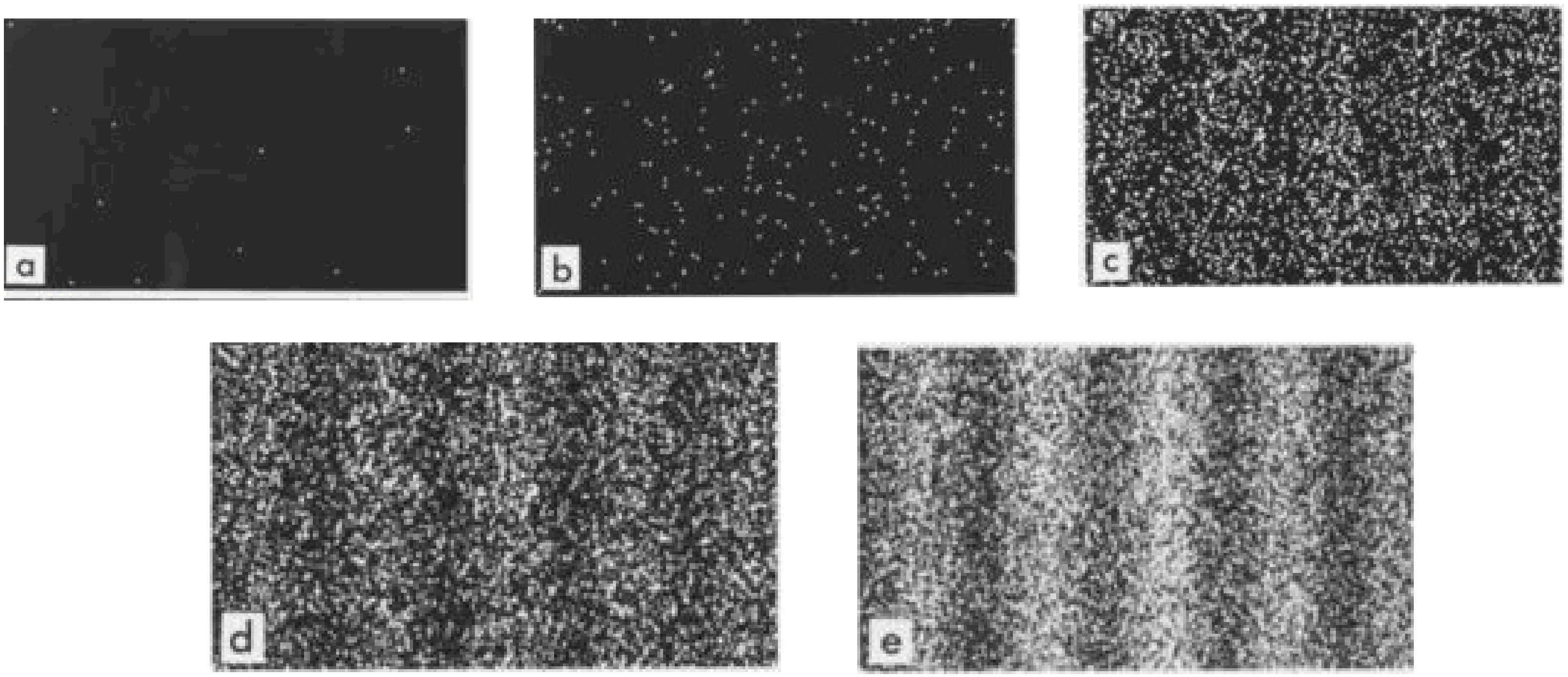
$$I = I_1 + I_2$$



- Kann es eine Interferenz zwischen den Teilchen geben?

  Nein, weil die Teilchen sequenziell abgegeben werden.

- Mit Elektronen ergibt sich nach und nach das gleiche Interferenzmuster wie das des Lichtes



Je nachdem welches Experiment wir durchführen haben Teilchen einen Wellen- oder einen Teilchencharakter.

Welle-Teilchen Dualismus

Broglie Hypothese

- Licht sowie Teilchen haben also je nach Experiment duales Verhalten. Wir können den Impuls so beschreiben:

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{mv}$$

wobei λ die Wellenlänge assoziiert mit dem Partikel ist.

III.Theoretische Konklusionen

- Die Wellenfunktion beschreibt den Zustand von einem Teilchen:

$$\psi = \psi(\vec{r},t)$$

- Die Dichtewahrscheinlichkeit ein Teilchen an einem bestimmten Punkt anzutreffen wird durch die Intensität der Welle repräsentiert.

$$P(x,y,z,t) \propto \left|\psi(\vec{r},t)\right|^2$$

Überlagerungsansatz

- ψ_1 ist ein möglicher Zustand für das System
- ψ_2 ist ein anderer möglicher Zustand
- $\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ ist ebenfalls ein Zustand für dieses System

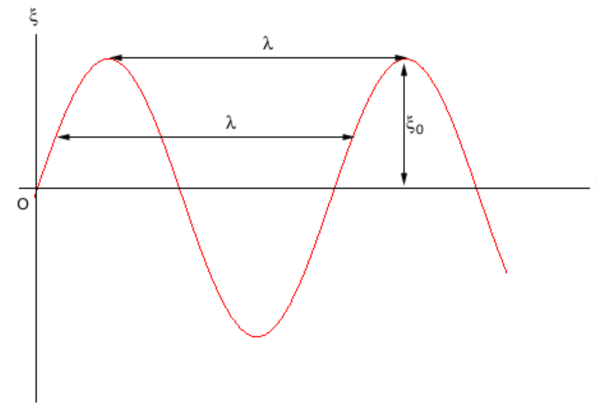
Die Dichtewahrseinlichkeit in diesem Fall ist:

$$|\psi|^2 = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + 2\mathrm{Re}\{c_1 c_2^* |\psi_1||\psi_2|\}$$

(Experimente von Young)

- Wellenfunktion für ein Freiteilchen

$$\psi(\vec{r},t) = A\exp(i(\vec{k}r - wt))$$



mit $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ y $E = \hbar w$

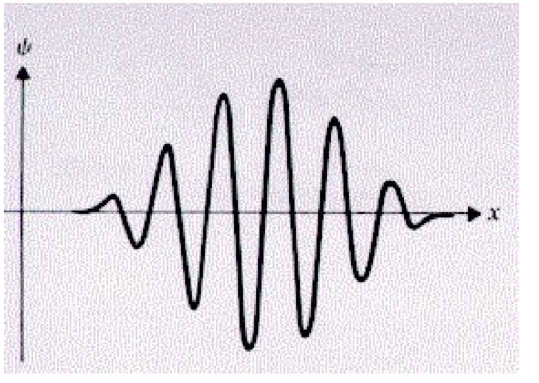
Impuls und Energie sind gut bestimmt aber das Teichen ist nicht lokalisiert

$$\left|\psi(\vec{r},t)\right|^2 = |A|^2$$

- Um ein Teilchen in einer Region zu lokalisieren

⇒ Überlangerungansatz. Wir können es wie ein Wellenpaket beschreiben.

$$\psi(\vec{r},t) = \int \exp(i(\vec{p}\cdot\vec{r} - Et)/\hbar)\cdot A(\vec{p})\cdot d\vec{p}$$



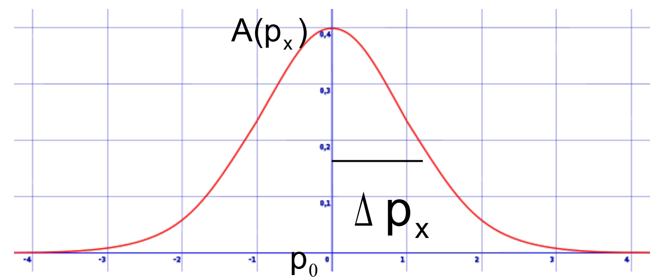
Nun ist die Position gut bestimmt aber wir haben keine information für den Impuls

Heisenbergsche Unschärferelation

- Mit dem Gauss´sche Wellenpaket

$$\psi(\vec{x},t) = (2\pi\hbar)^{-1/2}\int \exp(i(\vec{p}_x\cdot\vec{x} - E(p_x)t)/\hbar)\cdot A(\vec{p}_x)\cdot d\vec{p}_x$$

$$A(p_x) = \left(\pi^{-\frac{1}{4}}\frac{1}{\sqrt{\Delta p_x}}\right)\exp\left(-\frac{(p_x - p_0)^2}{2(\Delta p_x)^2}\right)$$



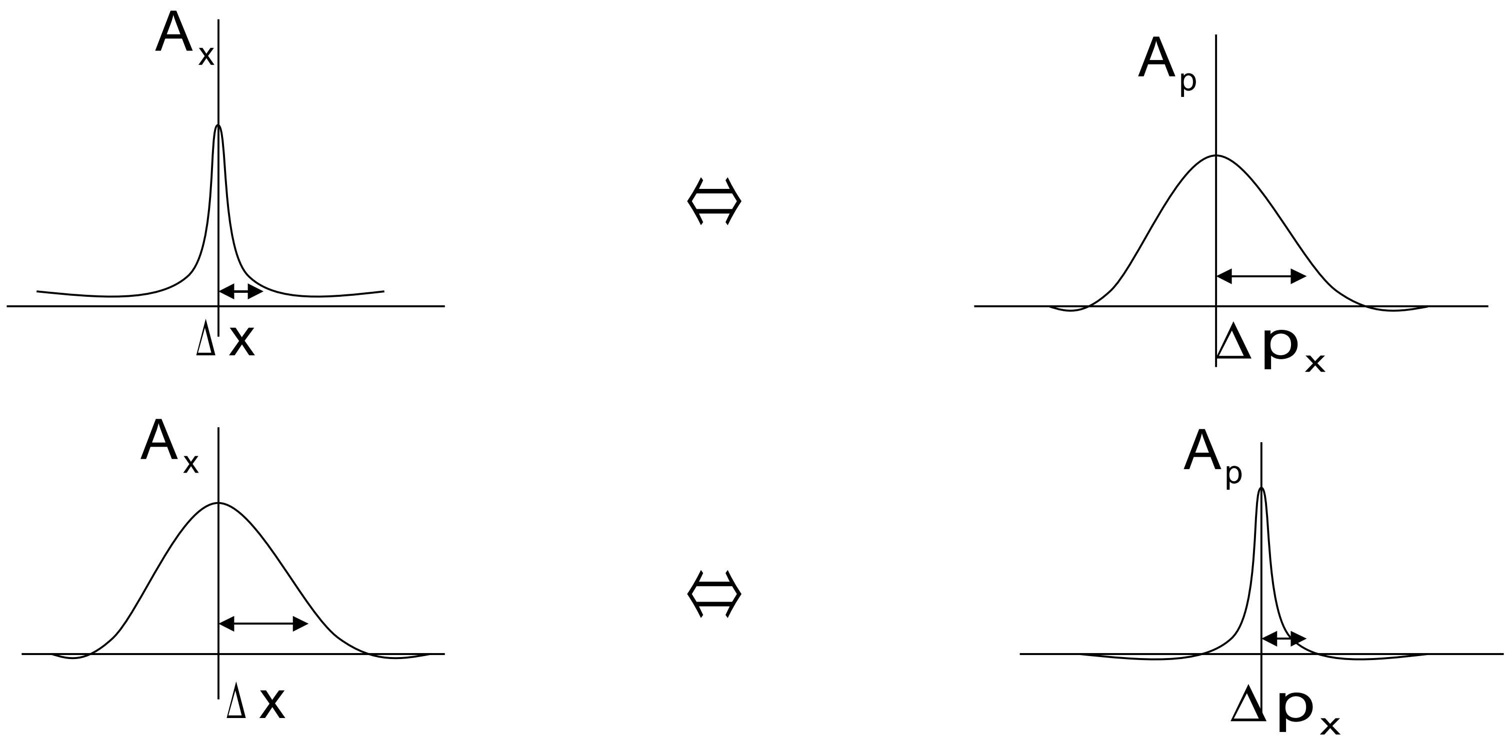
- Lösen wir das Integral für t=0

$$\psi(x) \propto \exp\left(-\frac{(\Delta p_x)^2 x^2}{2\hbar^2}\right) \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \frac{\hbar}{\Delta p_x}$$

Unschärferrelation

- Wir können nicht zugleich die Geschwindichkeit und die Position von dem Teilchen messen

$$\Delta x \Delta p_x \approx \hbar \qquad \Delta y \Delta p_y \approx \hbar \qquad \Delta z \Delta p_z \approx \hbar$$



Schrödinger Gleichung

- Mit dem Operator der Energie ($E \rightarrow i\hbar \frac{d}{dt}$)

$$E\psi(\vec{r},t) = i\hbar \frac{d}{dt}\psi(\vec{r},t)$$

- Mit dem Operator des Impulses ($\vec{p} \rightarrow -i\hbar\nabla$):

$$p^2\psi(r,t) = -\hbar^2\nabla^2\psi(\vec{r},t) = -\hbar^2\Delta\psi(\vec{r},t)$$

- Schrödinger Gleichung für die Freien Teilchen

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

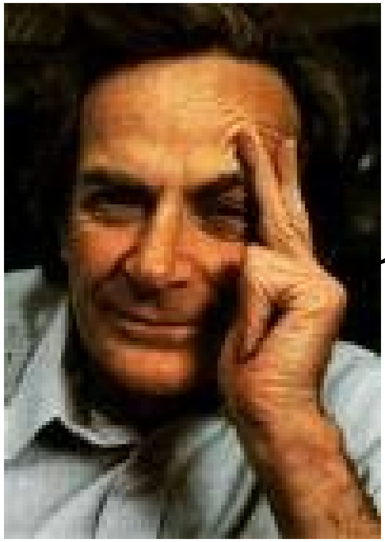
$$i\hbar \frac{d}{dt}\psi(\vec{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r},t)$$

- Allgemeine Schrödinger Gleichung:

$$E = \frac{p^2}{2m} + V(\vec{r},t)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt}\psi(\vec{r},t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r},t)\right)\psi(\vec{r},t)$$

Am Ende…



Ich denke man kann mit gutem Gewissen sagen, dass keiner die Quantenphysik versteht