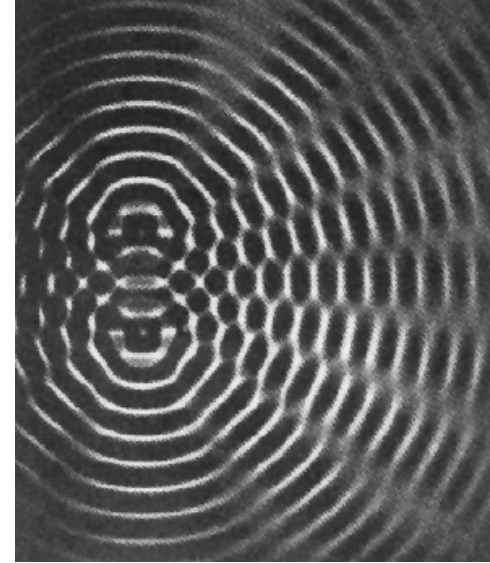
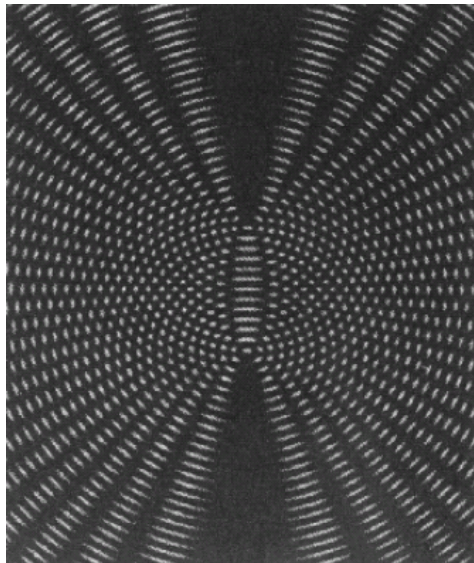
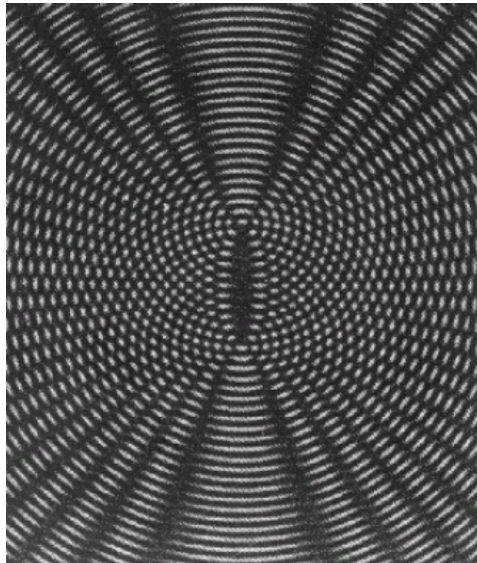


2. Teil Wellenoptik

1. Interferenz

1.1. Zeitliche und räumliche Kohärenz

Das Phänomen der Interferenz tritt bei der Überlagerung von Wellen auf. Die Beobachtung von Interferenz beweist daher den Wellencharakter (Young 1801).



Verschiedene Moirémuster bei der Interferenz zweier Kugelwellen
(z.B. Wasserwellen)

Mathematisch gesehen ergibt sich die Interferenz durch phasengerechte Aufsummation der komplexen Amplituden der verschiedenen interferierenden Wellenzüge.

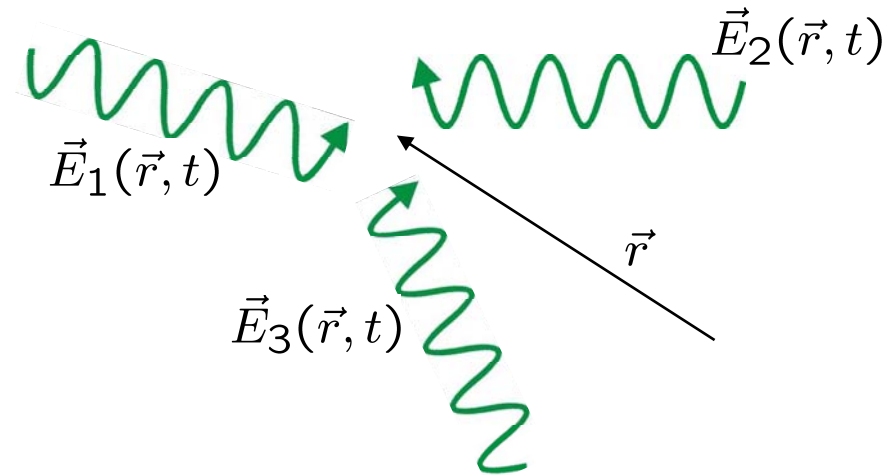
$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_i \vec{E}_i(\vec{r}, t)$$

Somit für die Intensität:

$$I(\vec{r}, t) = \left| \sum_i \vec{E}_i(\vec{r}, t) \right|^2$$

Im Spezialfall der Überlagerung zweier monochromatischer, ebener Wellen gleicher Frequenz:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_{01} \hat{e}_1 \cos(\omega t - \vec{k}_1 \vec{r}) + E_{02} \hat{e}_2 \cos(\omega t - \vec{k}_2 \vec{r} + \phi)$$



Somit:

$$I(\vec{r}, t) = \underbrace{|E_{01}|^2 + |E_{02}|^2}_{\text{konstant}} + \underbrace{\hat{e}_1 \hat{e}_2 E_{01} E_{02} 2 \cos [(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \vec{r} - \phi]}_{\text{Interferenzterm}}$$

Den phasenabhängigen Term bezeichnet man als **Interferenzterm**.

$$I_{12} = \hat{\epsilon}_1 \hat{\epsilon}_2 E_{01} E_{02} 2 \cos \delta$$

$$\delta = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \vec{r} - \phi \quad \text{Phasendifferenz}$$

Man kann auch schreiben:

$$I(\vec{r}, t) = I_1 + I_2 + \hat{\epsilon}_1 \hat{\epsilon}_2 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

Sind die beiden Vektoren $\hat{\epsilon}_1$, $\hat{\epsilon}_2$ orthogonal, so tritt keine Interferenz auf.

Man unterscheidet (für den Fall $I_1=I_2$):

$$\delta = 2m\pi \quad \Rightarrow \quad I = 4I_1 \quad \text{konstruktive Interferenz}$$

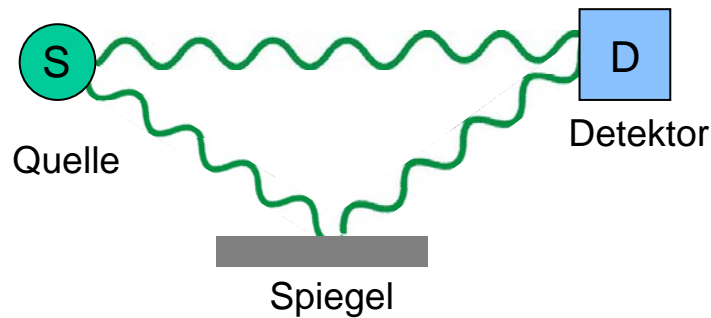
$$\delta = (2m + 1)\pi \quad \Rightarrow \quad I = 0 \quad \text{destruktive Interferenz}$$

m ist eine ganze Zahl

Eine Welle hat im Allgemeinen nur eine beschränkte räumliche und zeitliche Interferenzfähigkeit, d.h. Kohärenz.

Kohärenz = Interferenzfähigkeit

Zeitliche Kohärenz



$$E(r, t) = E_1(r, t) + E_2(r, t + \underbrace{\Delta L/c}_{\Delta \tau})$$

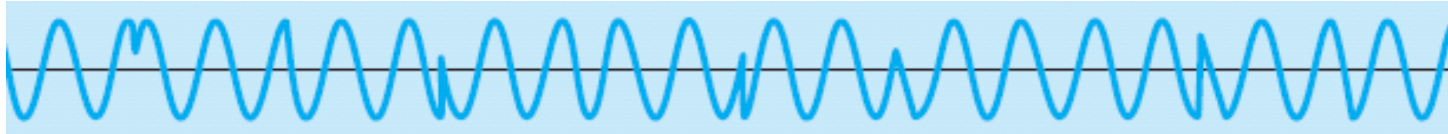
Die **Kohärenzzeit** $\Delta \tau_c$ gibt an, über welche Zeit eine Welle als perfekte Sinuswelle angenommen werden kann.

Während der Kohärenzzeit $\Delta \tau_c$ erfährt die Welle eine Phasenverschiebung von 2π .

Mit der Kohärenzzeit definiert sich über die Lichtgeschwindigkeit c eine Kohärenzlänge:

$$\Delta l_c = c \Delta \tau_c$$

Cartoon-Darstellung einer endlichen Kohärenzlänge:

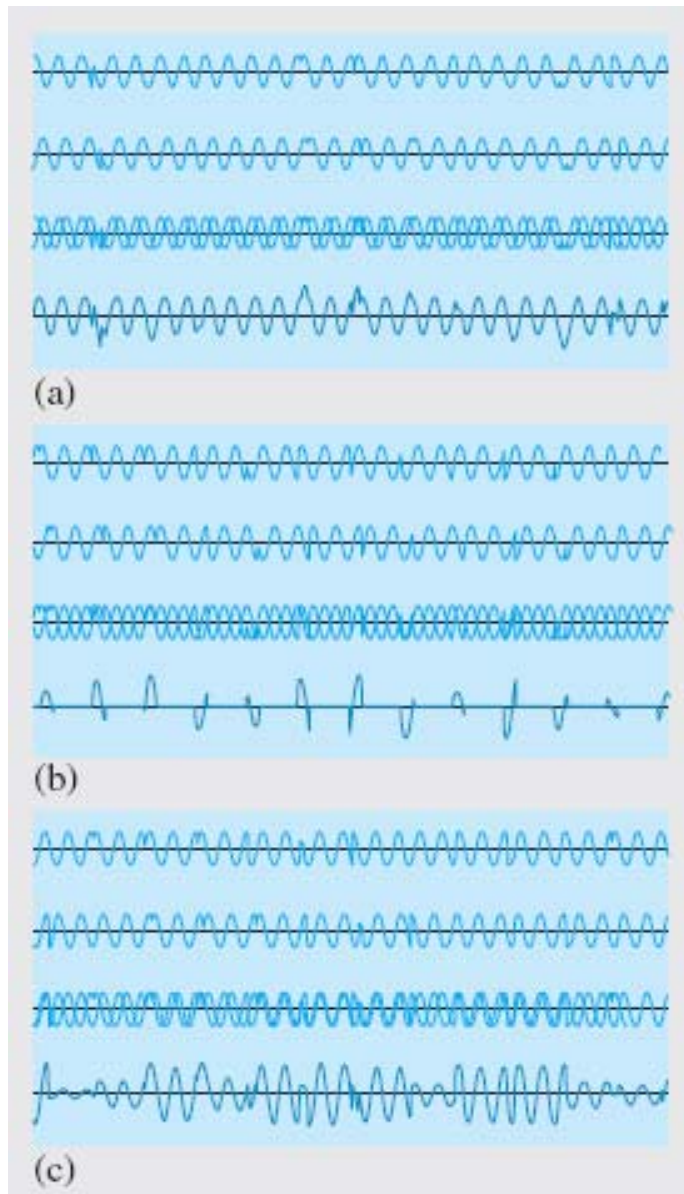


In einer perfekten Sinuswelle treten zu zufälligen Zeitpunkten **Phasensprünge** auf.

Ein physikalisches System, das diesem Modell nahe kommt, ist die Emission von Licht eines einzelnen Gasatoms in einem thermischen Gas (thermische Stöße).

Kohärenzlängen verschiedener Lichtquellen:

1)	Weisses Licht (Glühbirne)	$l_c \approx 1 \mu m$
2)	Spektrallinie einer Quecksilberdampf Lampe	$l_c \approx 1 cm$
3)	Laser	$l_c \approx 10 km$



Konstruktive Interferenz zweier Wellenzüge mit endlicher Kohärenzlänge (Auftreten von Phasensprüngen)

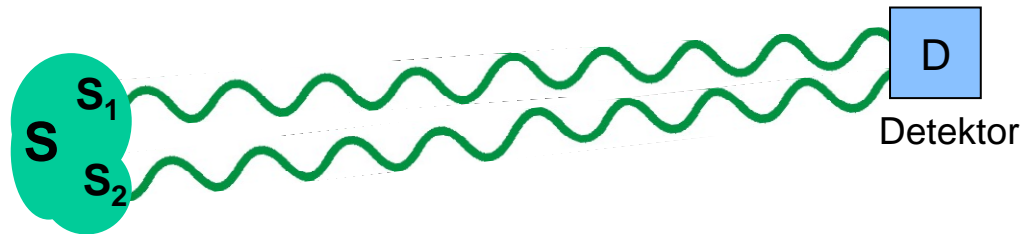
Destruktive Interferenz zweier Wellenzüge mit endlicher Kohärenzlänge (Auftreten von Phasensprüngen)

Destruktive Interferenz zweier Wellenzüge mit kurzer Kohärenzlänge (grossen Phasensprüngen)

Der Interferenzeffekt verschwindet, es addieren sich die mittleren Intensitäten.

Räumliche Kohärenz

Das Problem der räumlichen Kohärenz stellt sich bei ausgedehnten Lichtquellen.



Die beiden Punkte S_1 und S_2 der ausgedehnten Lichtquelle S emittieren Wellenzüge, die keine feste Phasenbeziehung zueinander aufweisen.

$$E(r, t) = E_1(r, t) + E_2(r, t) \cos(\Delta\phi)$$

← zufällige Phase!

Eine punktförmige Lichtquelle ist räumlich kohärent.

Der Grad der Kohärenz kann durch ein Interferenzexperiment bestimmt werden. Dabei gibt die **Visibility** V ein Maß für den Kontrast des Interferenzmusters an:

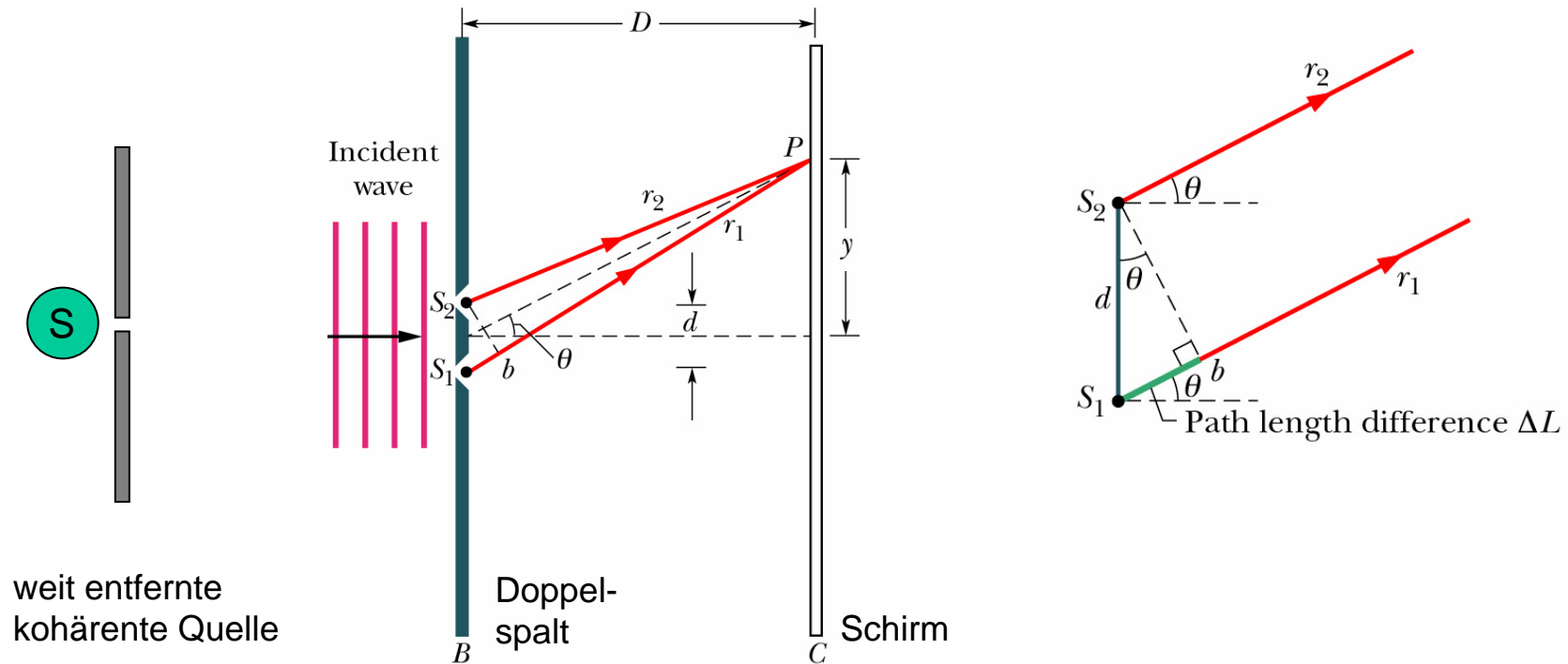
$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Für vollständig kohärentes Licht ist $V=1$.

1.2. Der Youngsche Doppelspalt

Die von Young 1801 durchgeführten Experimente bewiesen den Wellencharakter von Licht.

Ein Doppelspalt erzeugt aus einer ebenen Welle zwei Kugelwellen.



Der **Gangunterschied** Δr am Punkt P ist:

$$\Delta r = r_1 - r_2 = d \sin \theta$$

Weit entfernt vom Spalt ist:

$$\sin \theta \approx y/D$$

Konstruktive Interferenz erhält man für einen Gangunterschied von

$$\Delta r = m\lambda$$

ganze Zahl \nearrow m \nwarrow Wellenlänge λ

Somit:

$$\sin \theta_m^c = m\lambda/d \quad \text{Winkel zum } m\text{-ten Maximum am Schirm}$$

Destruktive Interferenz erhält man für einen Gangunterschied von

$$\Delta r = (2m + 1)\lambda/2$$

Somit:

$$\sin \theta_m^d = (2m + 1)\lambda/(2d) \quad \text{Winkel zum } m\text{-ten Minimum am Schirm}$$

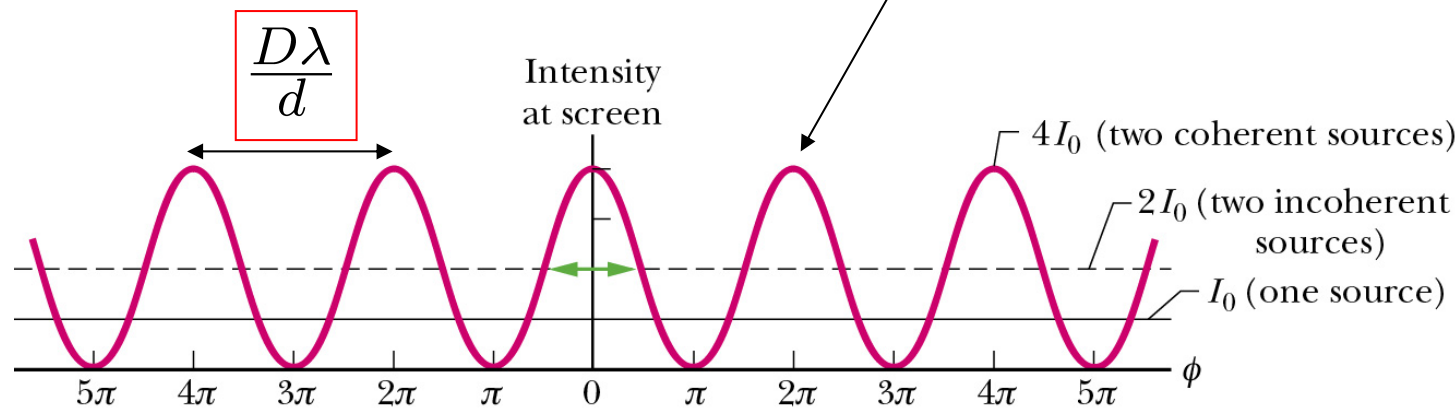
Die Intensität auf dem Schirm hinter dem Doppelspalt ergibt sich also zu:

$$I(y) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(k\Delta r)$$

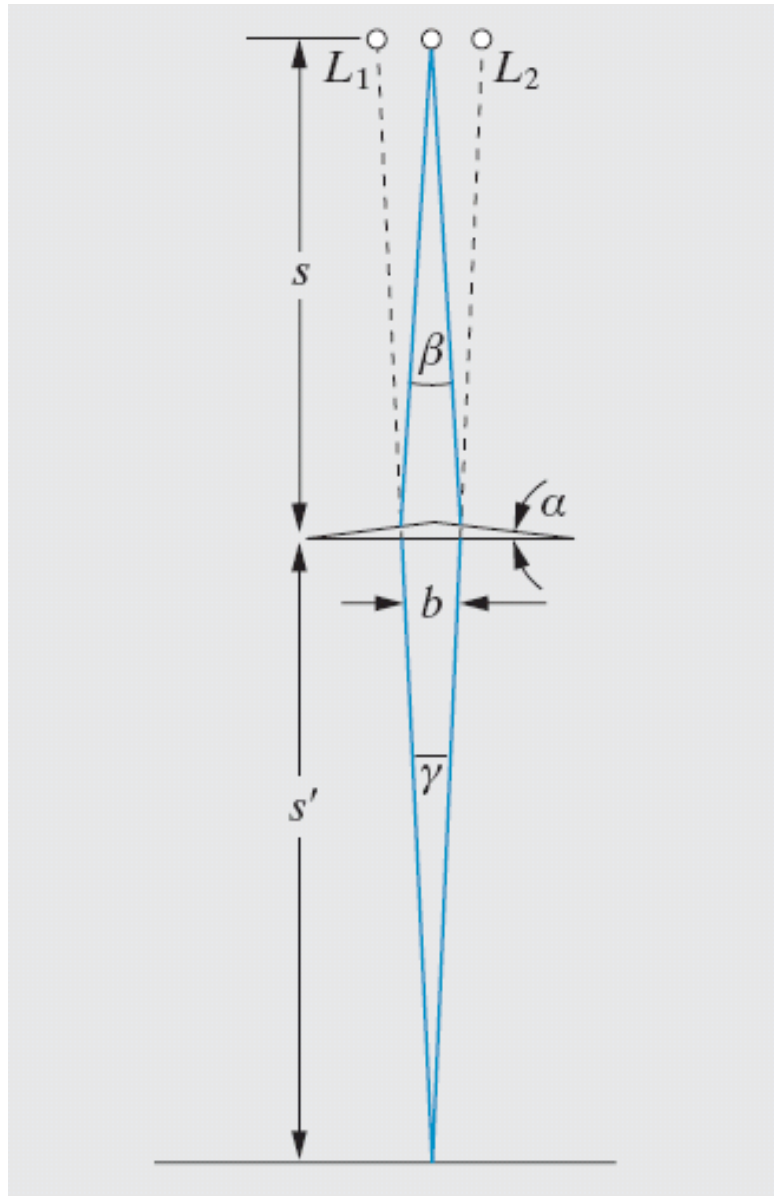
$$I(y) = \underset{I_1=I_2=I_0}{2I_0} (1 + \cos(k\Delta r)) = 4I_0 \cos^2 \frac{k\Delta r}{2}$$

mit $\Delta r = d \sin \theta \approx dy/D$

$$I(y) = 4I_0 \cos^2 \frac{yd\pi}{D\lambda}$$



	2	1	1	0	0	1	2		m , for maxima			
	2	1	0	0	1	2			m , for minima			
	2.5	2	1.5	1	0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	$\Delta L/\lambda$

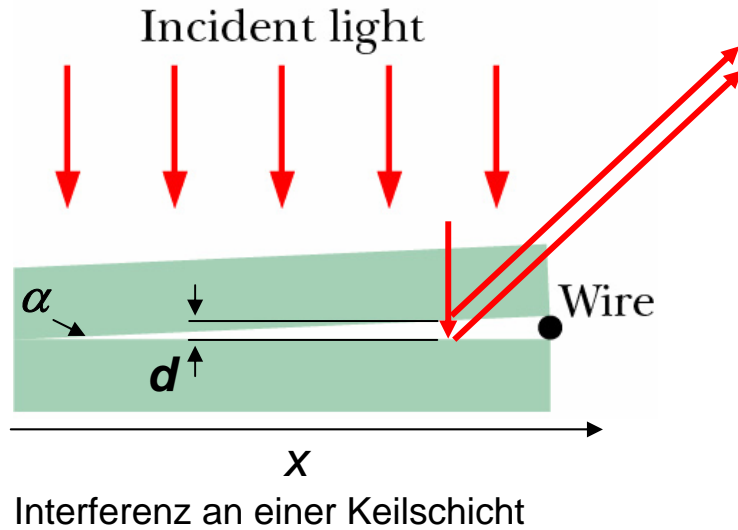


Eine dem Doppelspalt verwandte Interferenzanordnung ist das **Fresnelsche Biprisma**.

Das Biprisma entspricht dem Doppelspalt mit zwei virtuellen Spalten an den Stellen L_1 und L_2 .

1.3. Interferenz an Schichten

An Grenzflächen kommt es meist zu einer Strahlaufspaltung.
Die entstehenden Teilstrahlen können interferieren.



Betrachtet man nur die Interferenz von zwei Teilstrahlen (Reflexion an der ersten Oberfläche vernachlässigt) so folgt für den Phasenunterschied der beiden Strahlen:

$$\Delta\phi = k2d_m - \pi = m2\pi$$

Phasensprung bei Reflexion
am optisch dichteren Medium

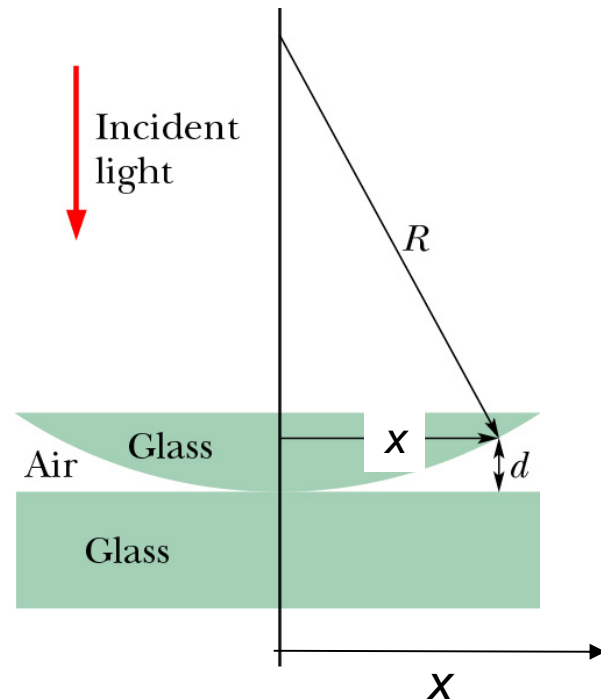
Bedingung für
konstruktive Interferenz

Insgesamt also: $d_m = (m + \frac{1}{2})\lambda/2 = (2m + 1)\lambda/4$

Der Abstand in x -Richtung zwischen den Maxima ist $\Delta X = \lambda/(2\alpha)$

Die auftretenden Streifen nennt man auch **Fizeau-Streifen**.

Ein spezieller Fall ist die Interferenzerscheinung beim Kontakt einer sphärischen mit einer ebenen Fläche:



Es ist:

$$x^2 = R^2 - (R - d)^2$$

$$x^2 = 2Rd - d^2 \approx 2Rd$$

$R \gg d$

Mit

$$d_m = (m + \frac{1}{2})\lambda/2$$

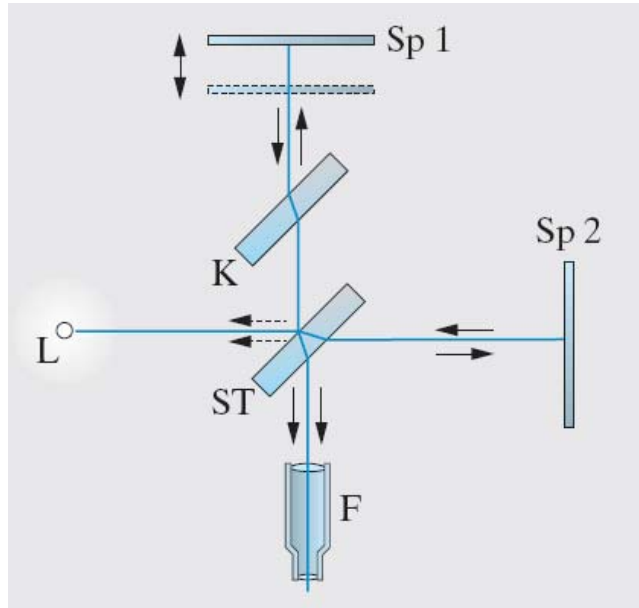
folgt für den Abstand zweier Interferenzringe:

$$x_m = \sqrt{(m + \frac{1}{2})\lambda R}$$

Die auftretenden Interferenzringe nennt man auch **Newton-Ringe**.

1.4. Interferometer

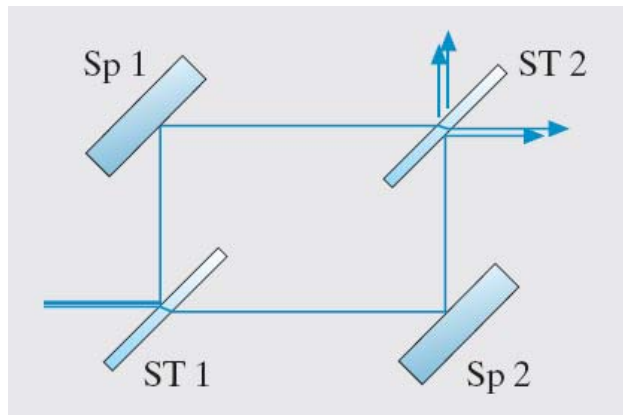
Interferometer stellen eine Beziehung zwischen dem Interferenzmuster und der Wellenlänge her. Sie können also für die Messung von Wellenlängen benutzt werden.



Das Michelson-Interferometer

An F beobachtet man Ringe, die sich bei Bewegung vom Spiegel Sp1 bewegen.

Der Kompensator kompensiert den dreifachen Durchgang des transmittierten Strahls durch den Strahlteiler ST .



Das Mach Zehnder-Interferometer

Im Mach-Zehnder werden die beiden Ein- und Ausgänge getrennt.

Auch ist die Verwendung von streifendem Einfall auf die Spiegel möglich (z.B. bei Neutronenstrahlen).

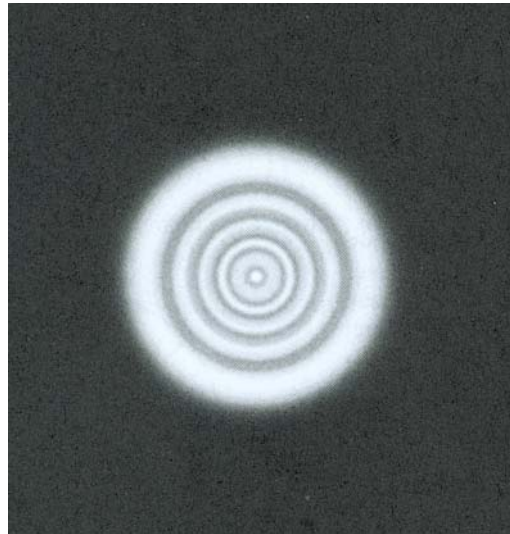
2. Beugung

2.1. Phänomenologie

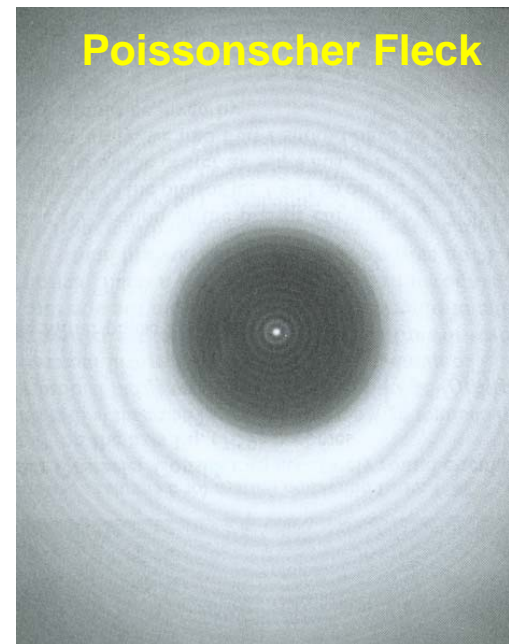
Bei Interferenzerscheinungen mit vielen Einzelstrahlen spricht man von Beugung:

Interferenz = Interferenz weniger Wellen
Beugung = Interferenz vieler Wellen

Einige Beispiele:

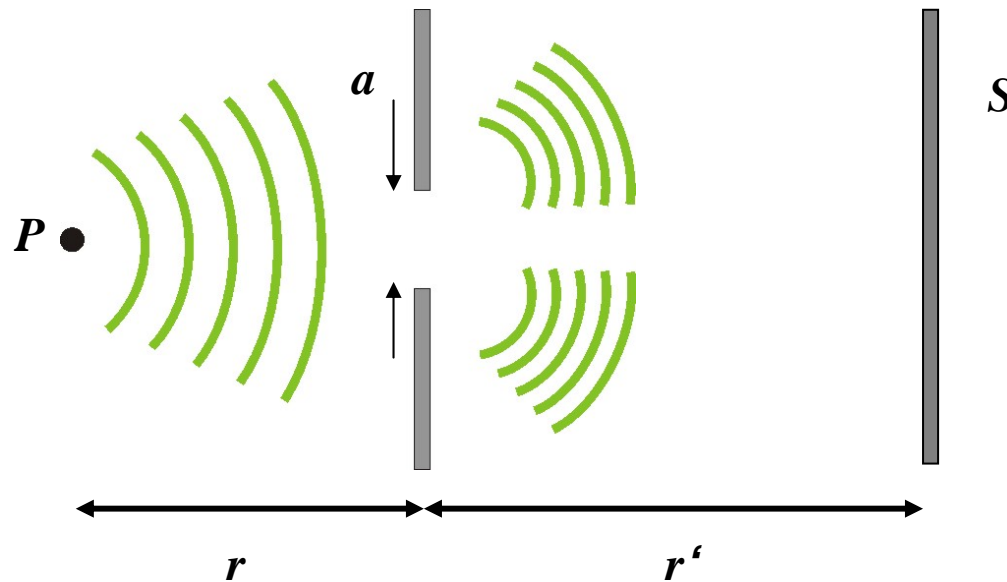


Beugungerscheinung an einer kreisförmigen Apertur



Beugungerscheinung an einer kreisförmigen Scheibe

Man unterscheidet bei der Beugung zwei Bereiche:

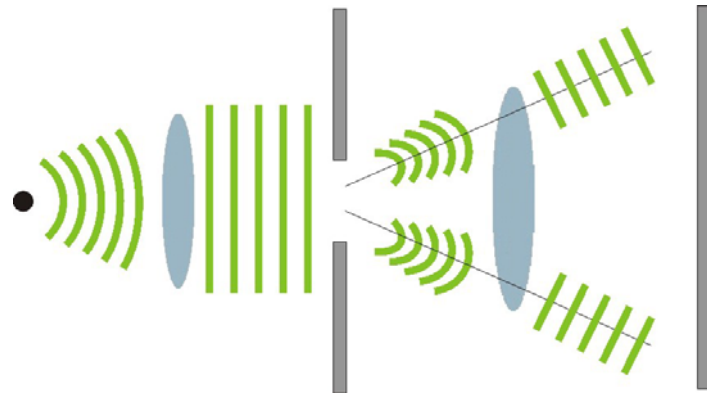


Punktquelle P , Schirm S
und Hindernis a
bei einem allgemeinen
Beugungsproblem

1) Fraunhofer-Beugung oder Fernfeldbeugung

$$\min(r', r) > a^2/\lambda \quad (a \text{ sei eine typische Dimension des beugenden Objekts})$$

- Die Blende wird von ebenen Wellen ausgeleuchtet.
- Am Schirm interferieren ebene Wellen.
- Linearer Zusammenhang zwischen Weglängendifferenzen und Ausmaßen der Blende.



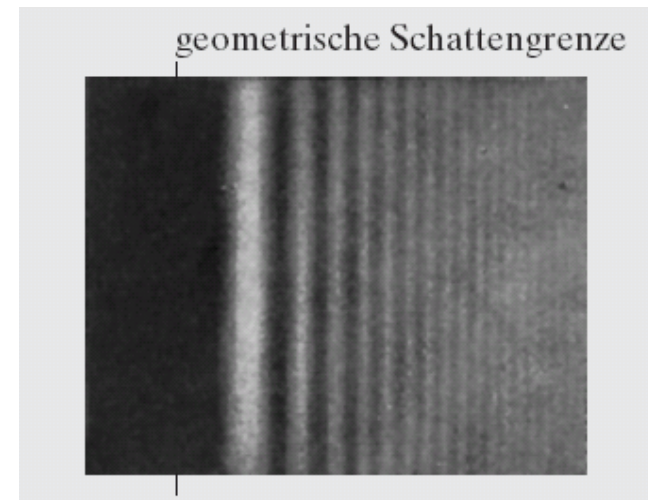
Realisierung der Fraunhofer-Beugung durch geeignete Linsenanordnung:

Punktquelle unendlich weit vom Hindernis entfernt, Beleuchtung des Schirms mit ebenen Wellen.

2) Fresnel-Beugung oder Nahfeldbeugung

$$\min(r', r) \leq a^2/\lambda$$

- Die Krümmung der Wellenfronten spielt eine Rolle.
- Typisches Regime bei der Beugung an einer Kante.
- Die Fresnel-Beugung erfordert bei der theoretischen Beschreibung eine bessere Näherung als die Fraunhofer-Beugung.

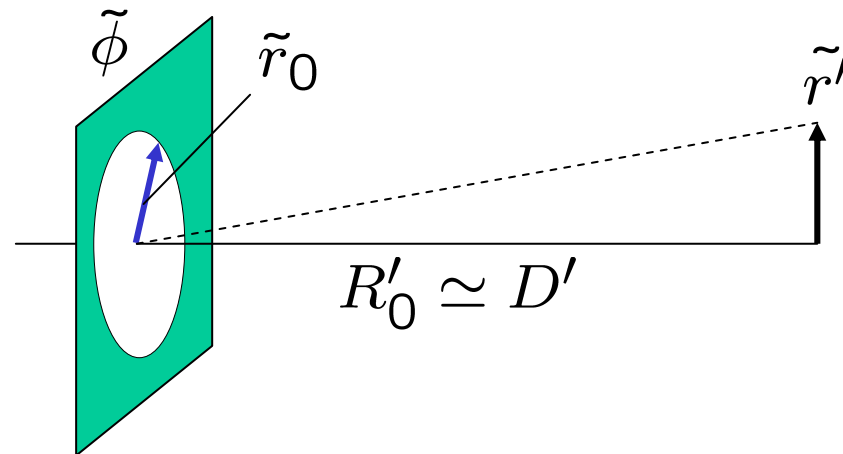


Typische Beugung im Nahfeldbereich: Beugung an einer Kante

2.2. Beugung an Aperturen/Auflösungsvermögen

Die Beugungsfiguren in der Fraunhofer-Beugung können sehr einfach durch die **Fouriertransformation** berechnet werden.

Beispiel: Beugung an einer kreisförmigen Öffnung (Apertur)



Geometrie zur Beugung
an einer kreisförmigen
Öffnung

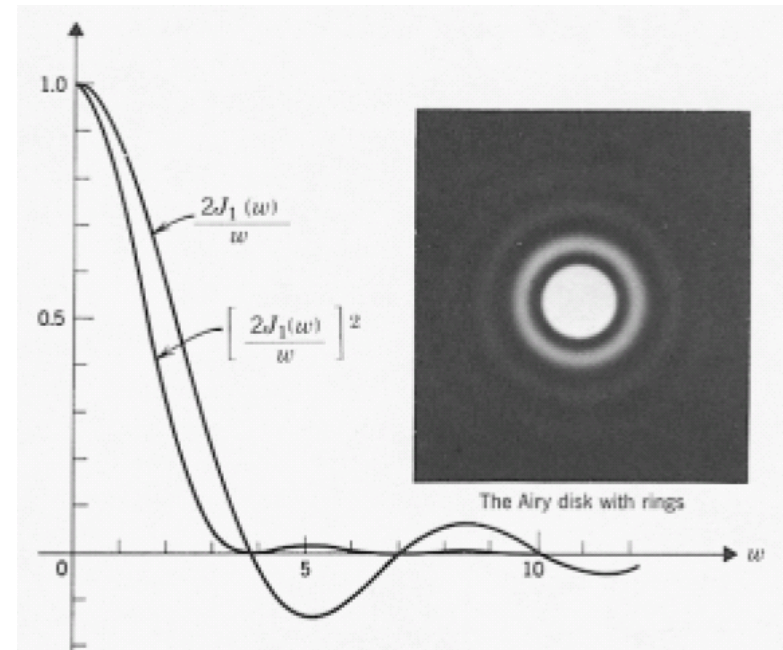
Es sei hier das Ergebnis der Fouriertransformation angegeben. Für das elektrische Feld in der Bildebene ergibt sich:

$$E'(\rho) = E'(0) \left[\frac{2J_1(2\pi\rho\tilde{r}_0)}{2\pi\rho\tilde{r}_0} \right]$$

dabei ist $J_1(w)$

die Besselfunktion 1. Ordnung und

$$\rho = \frac{r'}{R'_0\lambda}$$



[aus Klein/Furtak „Optics“]

Entsprechend ist die Intensitätsverteilung:

$$I'(\rho) = I'(0) \left[\frac{2J_1(2\pi\rho\tilde{r}_0)}{2\pi\rho\tilde{r}_0} \right]^2$$

Beugungsscheibchen oder
Airy-Scheibchen

Auflösungsvermögen

Aus der Beugung ergibt sich eine wichtige Konsequenz: Ein optisches System bildet einen Objektpunkt stets auf eine ausgedehnte Intensitätsverteilung (Beugungsscheibchen) ab.

Dies steht im Gegensatz zur geometrischen Optik und führt zu einem begrenzten **Auflösungsvermögen!**

Wann können zwei nahe nebeneinander liegende Objektpunkte noch aufgelöst werden?

Rayleigh-Kriterium: Zwei Punkte werden dann noch aufgelöst, wenn das Maximum des einen Beugungsscheibchens mit dem ersten Minimum des anderen Beugungsscheibchens zusammenfällt.

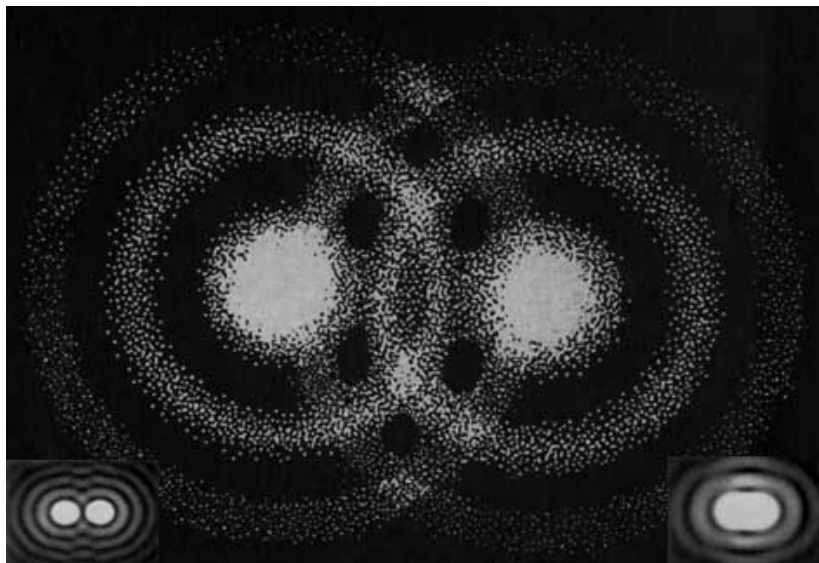


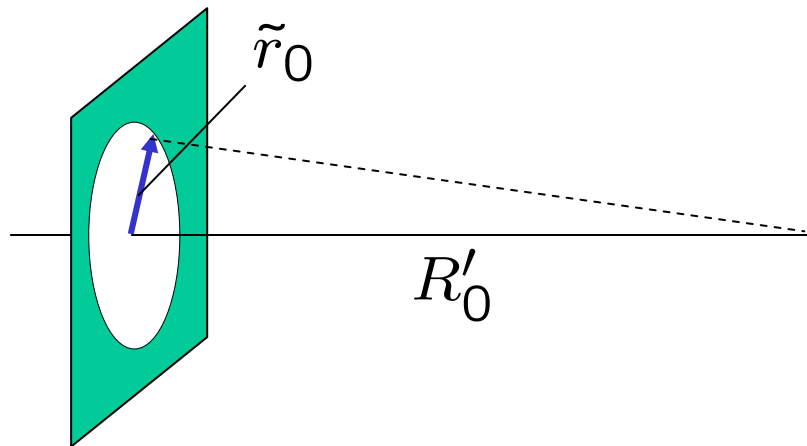
Abbildung zweier nahe beieinander liegender Punkte. Man erkennt die beiden Beugungsmuster (Airy-Scheibchen) in der Bildebene.

[<http://www.greier-greiner.at/hc/index.php>]

Der Abstand zum ersten Minimum im Airy-Scheibchen ist:

$$r_{Airy} = \Delta r = 1,22 \frac{\lambda R'_0}{2 \tilde{r}_0} = 1,22 \frac{\lambda}{2NA}$$

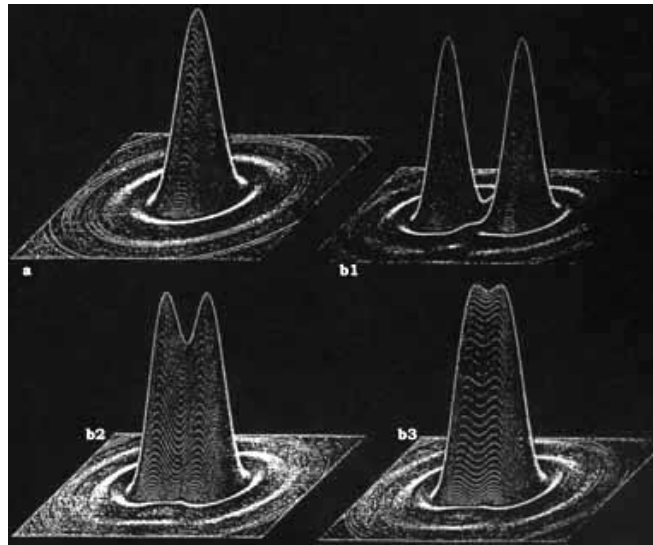
Auflösungsvermögen nach Rayleigh



Die **numerische Apertur NA** ist der halbe Öffnungswinkel des optischen Systems.

Eine Abschätzung für das Auflösungsvermögen ist also:

$$\Delta r = \frac{\lambda/2}{NA}$$

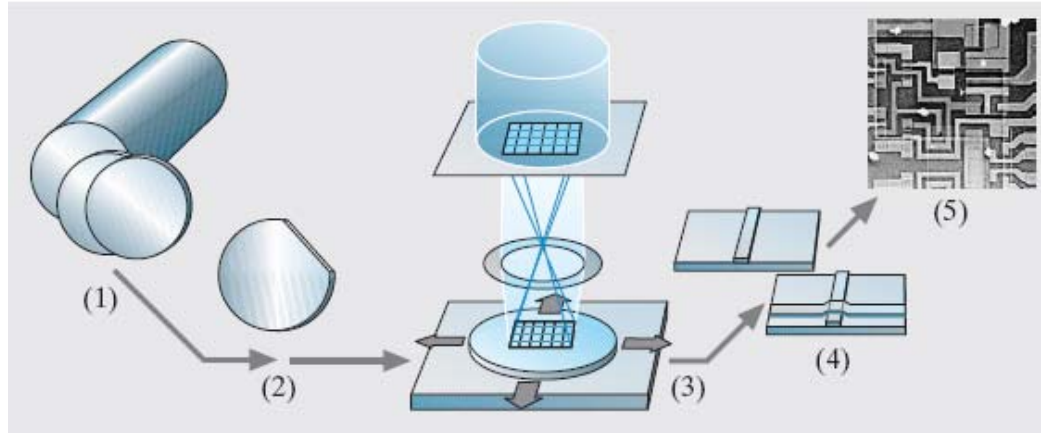


rechts: Zusammenlaufen der Airy-Scheibchen bei Verringerung des Abstands zwischen zwei nahe beieinander liegenden Punkten.

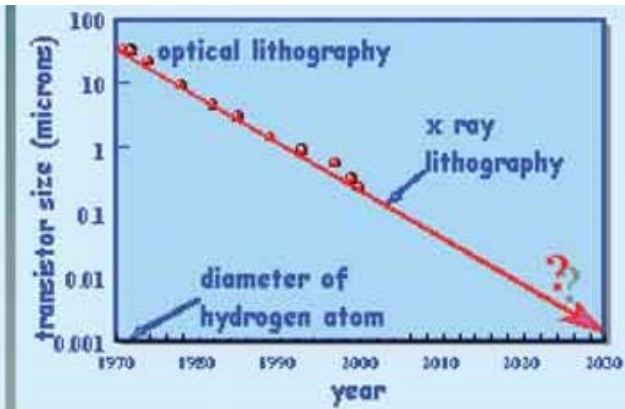
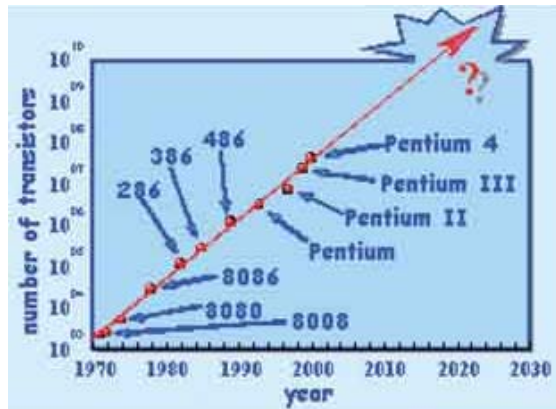
[<http://www.greier-greiner.at/hc/index.php>]

Konsequenzen des begrenzten Auflösungsvermögens

Heutige Halbleiterchips werden lithographisch hergestellt.



Prinzip der Wafer-Herstellung: Schaltkreise werden durch Belichtung (Lithographie) auf Halbleiterwafern aufgebracht. Die kleinste Strukturgröße ist durch die Beugungsgrenze festgelegt.

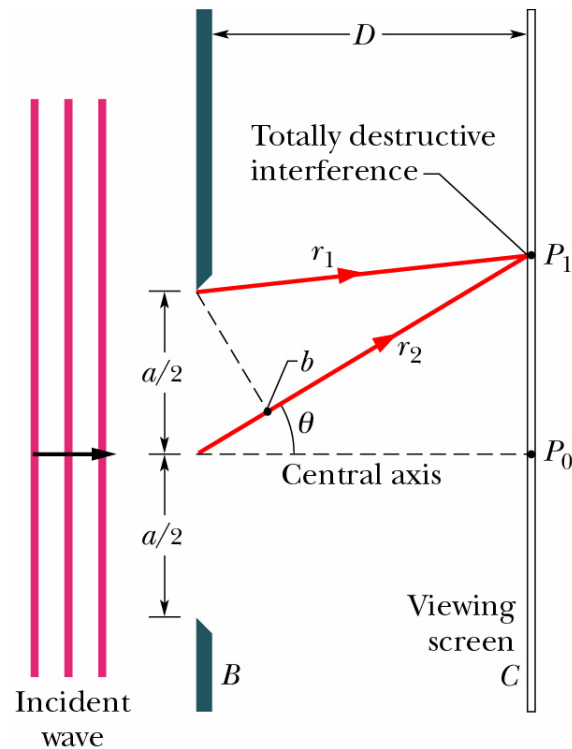


G. Moore (Intel)

Die Entwicklung der Transistordichte und damit die Strukturgröße folgt dem empirisch gefundenen Moorschen Gesetz. Immer kleinere Strukturen erfordern immer kürzere Wellenlängen bei der Lithographie (derzeit <193 nm).

2.3. Beugung am Einzelspalt

Ähnlich wie bei der Beugung an einer kreisförmigen Blende kann man nach der Fraunhofer-Theorie auch die Beugung an einem Einzelspalt über die Fouriertransformation berechnen.

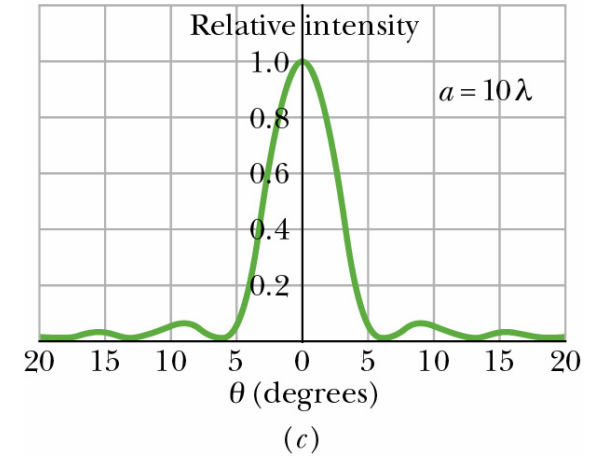
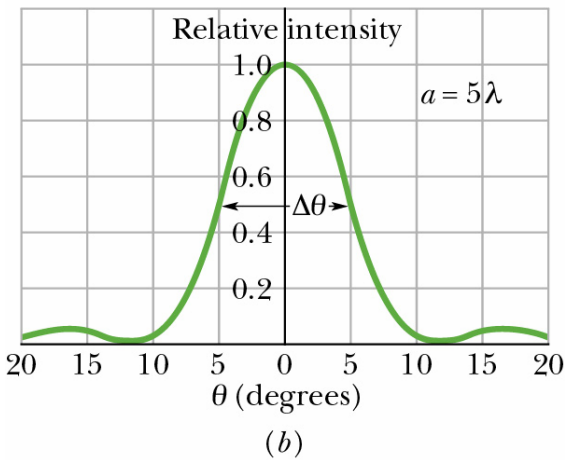
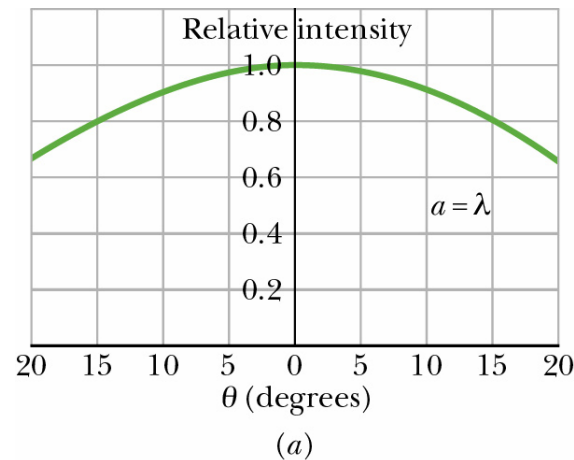


Die Fouriertransformation ergibt für die Intensitätsverteilung am Schirm:

$$I(\theta) = I_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{ka}{2} \sin \theta\right)}{\frac{ka}{2} \sin \theta} \right]^2$$

$$I(\theta) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{ka}{2} \sin \theta\right)$$

Beugungsmuster hinter einem Einzelspalt

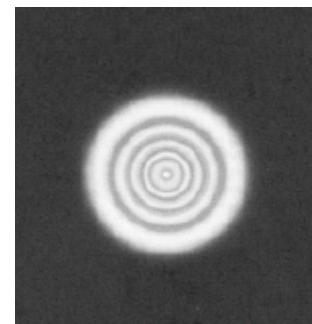


Intensitätsverteilung bei der Beugung an einem Einzelspalt für verschiedene Größen des Spalts.

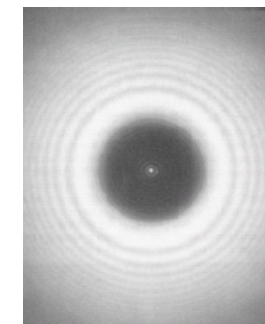
Erst bei $a > \lambda$ werden Nebenmaxima sichtbar.

Für sehr große Spaltbreiten nähert sich die Intensitätsverteilung der Erwartung der geometrischen Optik (Schatten) an.

Die Beugungsfiguren von komplementären Strukturen (z.B. kreisförmige Öffnung und Scheibe, oder Spalt und rechteckiges Plättchen) sind ebenfalls komplementär. Dies wird auch als **Babinet'sches Prinzip** bezeichnet.



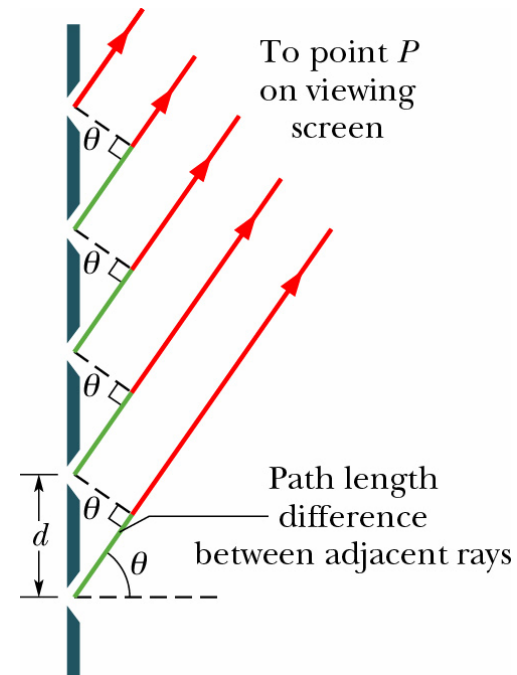
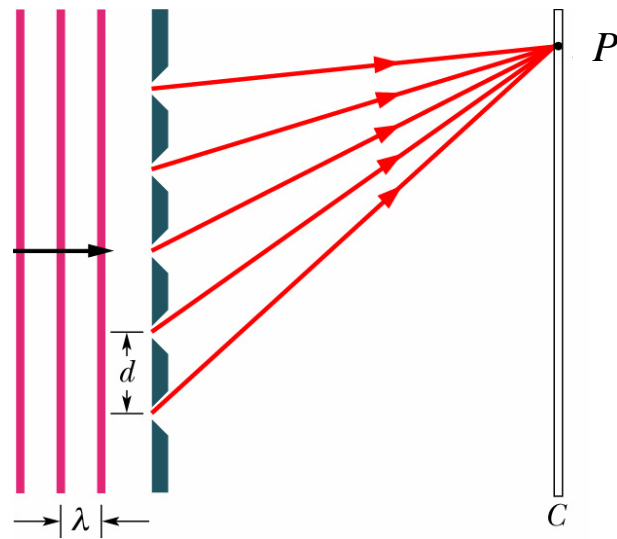
Apertur



Scheibchen

2.4. Das Optische Gitter

Ein optisches Gitter kann als periodische Anordnung von Einzelspalten angesehen werden.



Strahlen von allen Spalten interferieren im Punkt P .


Der Phasenunterschied zwischen Teilstrahlen von einzelnen Spalten ist:

$$\delta = k \sin \theta d \approx k \theta d$$

Um das elektrische Feld an \mathbf{P} zu erhalten, kann man nun die Felder \mathbf{E}_s , die sich aufgrund der Beugung an den Einzelspalten ergeben, mit der entsprechenden Phase aufsummieren.

Es ergibt sich:

$$E(\theta) = \sum_{n=0}^N E_{s,n} e^{i\delta_n} = E_{s,0} \sum_{n=0}^N e^{in\delta} = E_{s,0} \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}}$$


 Geometrische
Reihe

Das elektrische Feld nach Beugung an einem Einzelspalt $E_{s,0}$ wurde im vorigen Kapitel bereits berechnet. Einsetzen und Bilden des Betragsquadrats ergibt:

$$I(\theta, \tilde{\theta}) = I_0 \underbrace{\text{sinc}^2 \left[\frac{ka}{2} \sin \tilde{\theta} \right]}_{\text{Einzelspalt}} \underbrace{\left[\frac{\sin(\frac{1}{2}Nkd \sin \theta)}{N \sin(\frac{1}{2}kd \sin \theta)} \right]^2}_{\text{Mehrfachspalt}} \quad \text{Beugung am Gitter}$$

Bem.: auf jeden einzelnen Spalt fällt nur $1/N$ der einfallenden Feldstärke!

Die Intensitätsverteilung weist Hauptmaxima und $N-2$ Nebenmaxima auf.

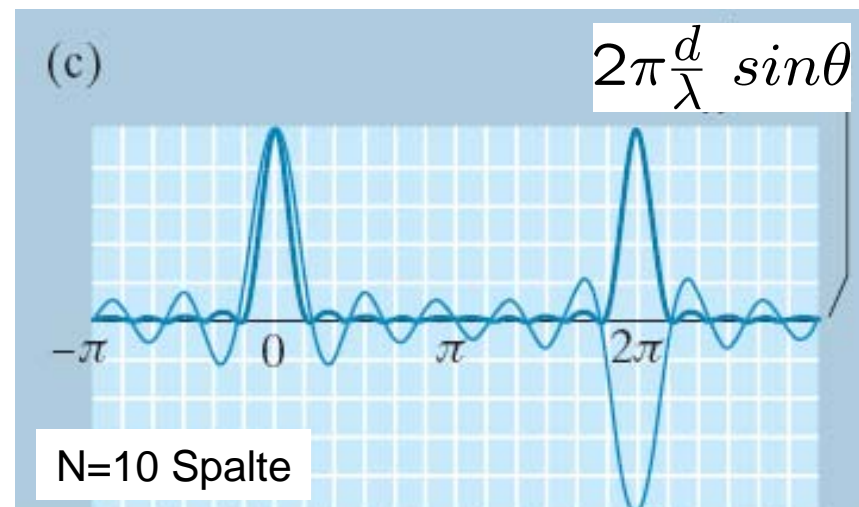
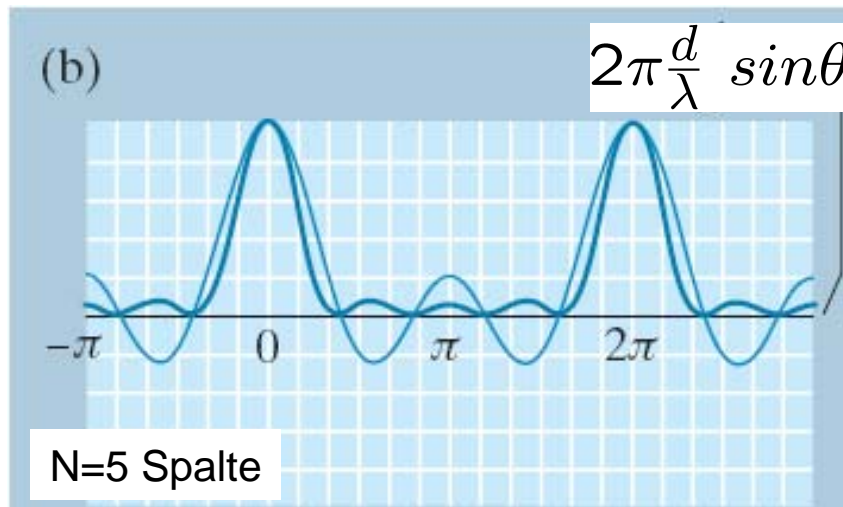
Die gesamte Verteilung ist mit dem Beugungsmuster des Einfachspaltes moduliert.

Der Winkel zum m -ten Hauptmaximum entspricht einem Minimum des Nenners (im 2. Term):

$$kd \sin\theta_m / 2 = m \pi \quad \text{oder}$$

↑
ganze Zahl

$$\sin\theta_m = m \lambda / d$$

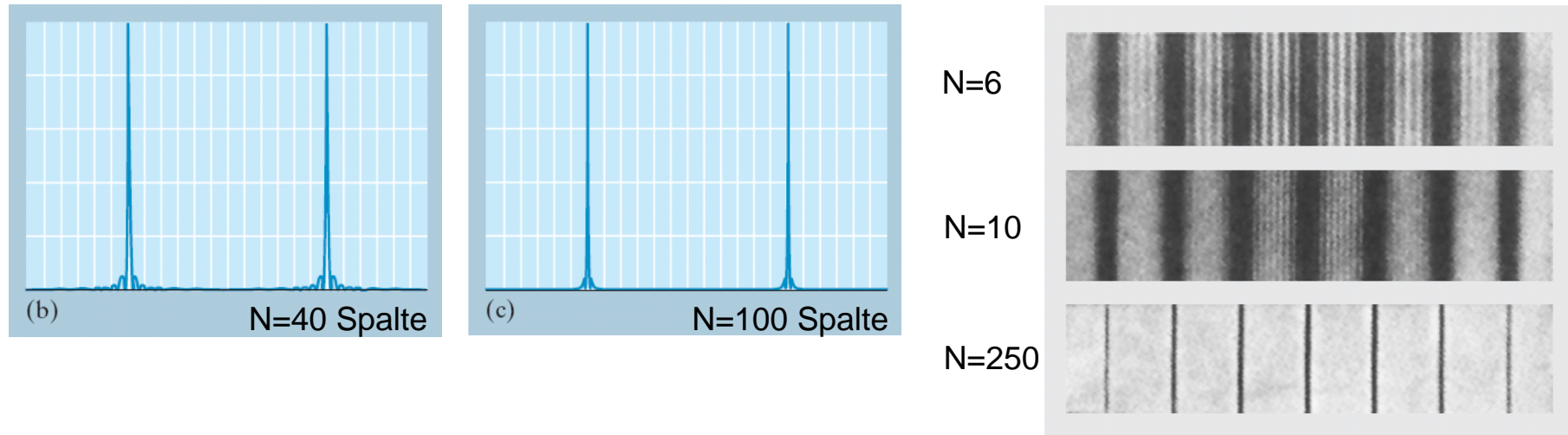


Nebenmaxima existieren bei Maxima des Zählers (im 2. Term)

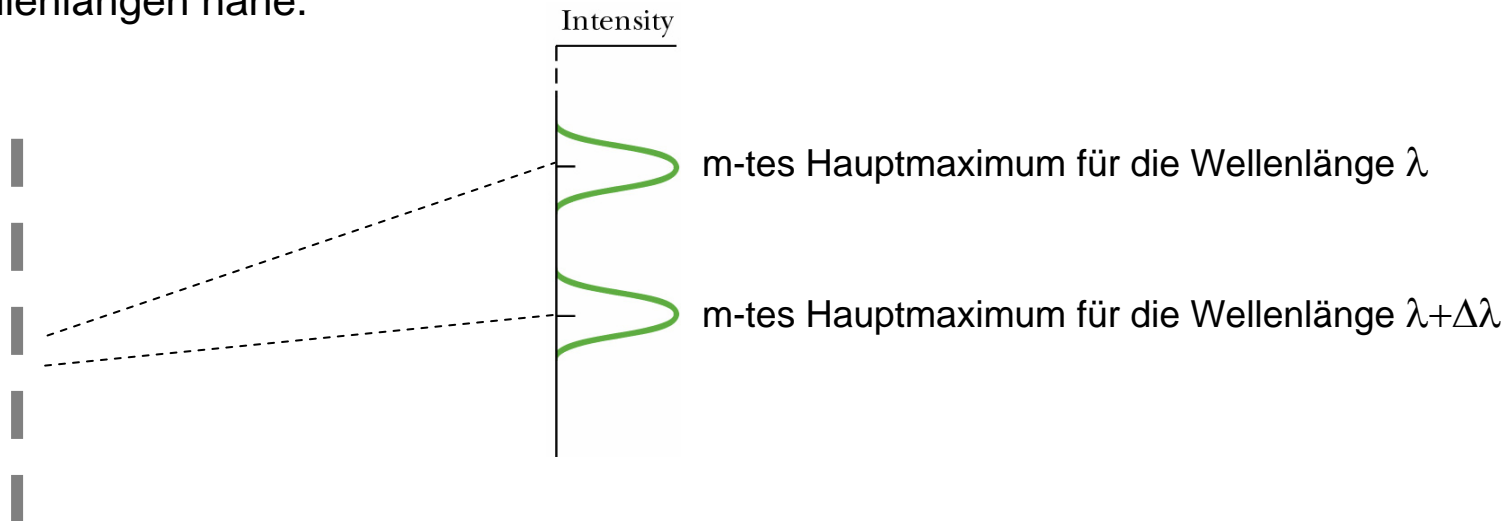
$$Nkd \sin\theta_\mu / 2 = (2\mu + 1) \pi / 2$$

↑
ganze Zahl

Die Breite der Hauptmaxima nimmt mit der Anzahl der beteiligten Spalte ab.



Die geringe Breite der Beugungsmaxima legt eine Anwendung von Beugungsgittern für die Messung von Wellenlängen nahe.

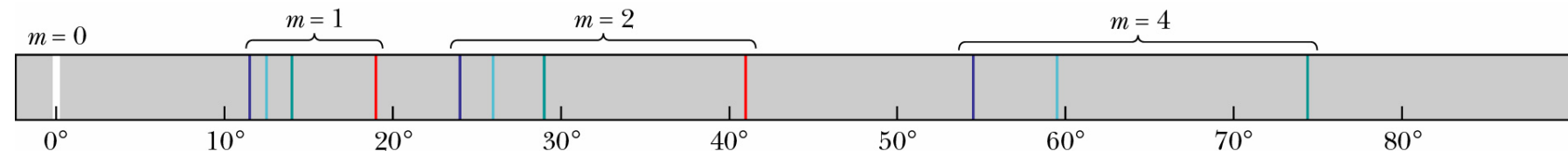


Zwei Spektrallinien können noch aufgelöst werden, wenn sie in etwa um den Winkelabstand $\Delta\theta$ der Nebenmaxima nebeneinander liegen:

$$\Delta\theta \approx \lambda/(Nd) = m\lambda/d - m\lambda'/d = m\Delta\lambda/d$$

Somit ergibt sich für das **Auflösungsvermögen des Gitters**:

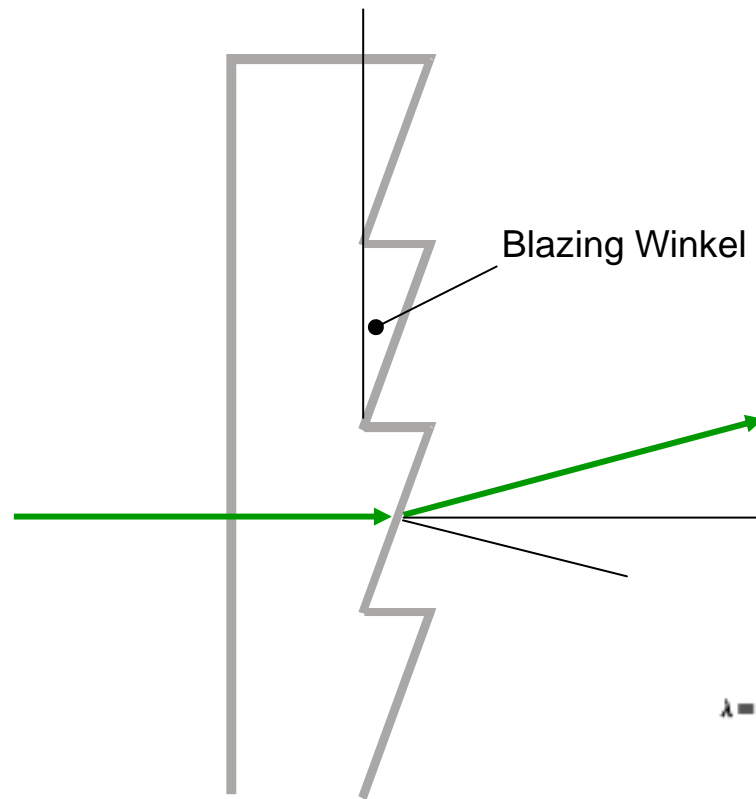
$$\lambda/\Delta\lambda = mN$$



In der obigen Skizze erkennt man die Abhängigkeit des Auflösungsvermögens von der Beugungsordnung m .

Das 0-te Maximum ist überhaupt nicht wellenlängenselektiv.

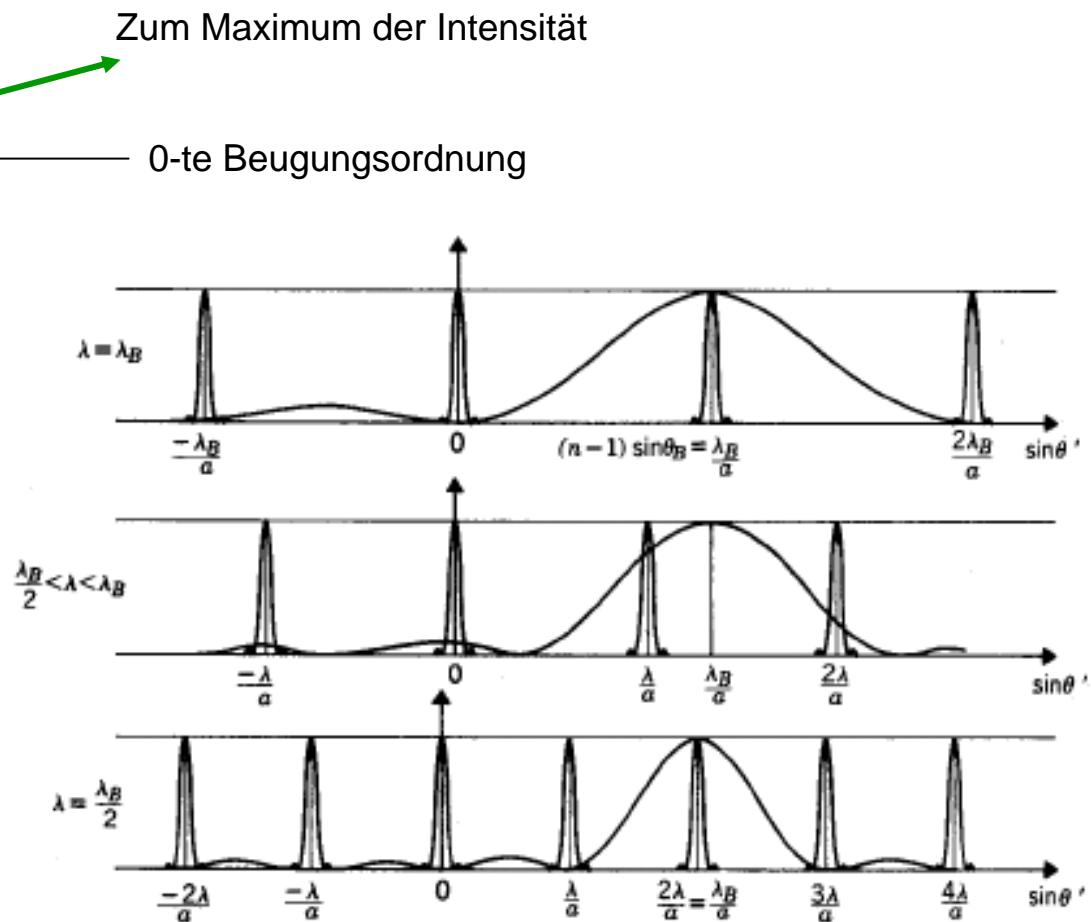
Ein Problem ist die Modulation der Intensität des gesamten Beugungsmusters mit dem Beugungsmuster des Einzelspaltes (sinc^2 -Term), d.h. die meiste Intensität fällt auf das 0-te, nicht selektive Maximum. Eine Abhilfe schafft das **Blazing** des Gitters.



Ein geblaztes Gitter besteht aus einer Anzahl von N geneigte Facetten.
 Dielektrikum = Transmissionsgitter
 Metall = Reflexionsgitter

rechts: Je nach Blazing-Winkel kann das Intensitätsmaximum der Beugungsfigur auf unterschiedliche Beugungsordnungen gelenkt werden.

[aus Klein/Furtak „Optics“]



Prinzipieller Aufbau eines Gitterspektrographen:

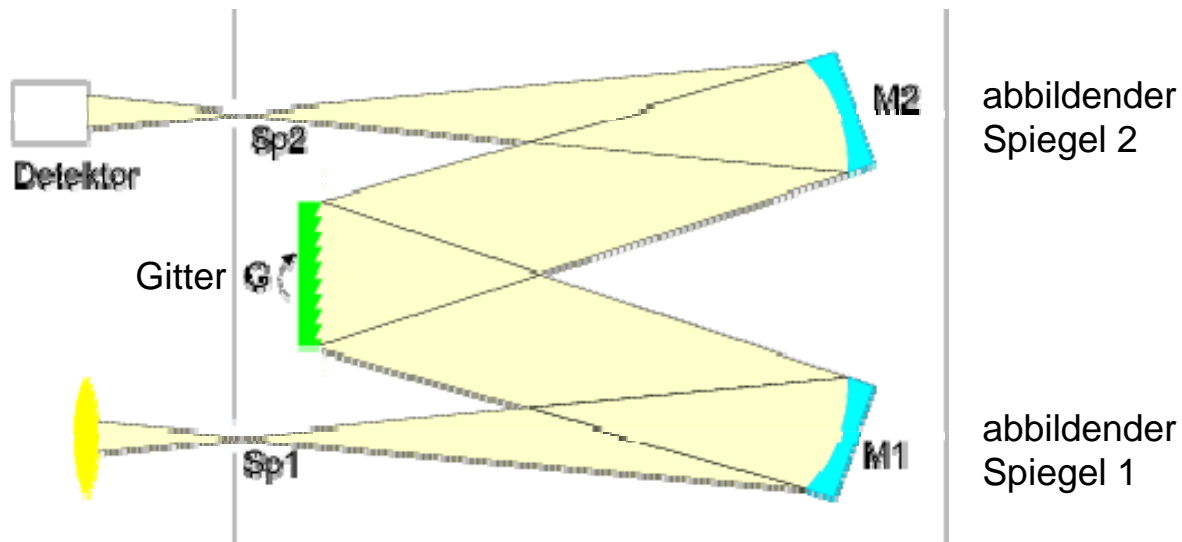
Einfallendes Licht wird auf einen schmalen Einfallsspalt abgebildet.

Ein Hohlspiegel bildet den Spalt auf unendlich ab, d.h. er erzeugt parallele Strahlen und leuchtet damit ein optisches Gitter aus.

Schließlich wird das gebeugte Licht auf einen Detektor abgebildet.

Ist der Detektor eine Kamera (z.B. CCD), so beobachtet man verschiedene Spektrallinien (Betrieb als **Spektrometer**).

Man kann auch über einen schmalen Spalt eine einzelne Linie herausfiltern. (Betrieb als **Monochromator**)

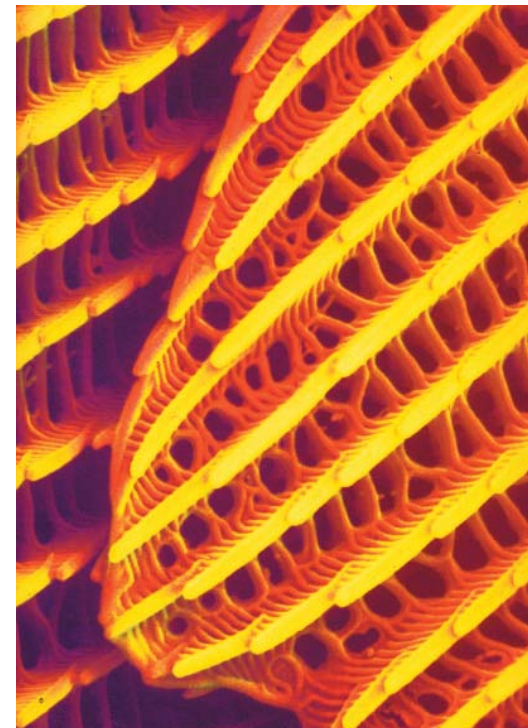


[from Othmar Marti and Alfred Plettl, 2007-08-14]

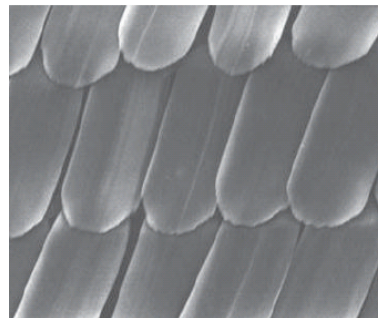
Natürliche Beugungsgitter:

In der Natur kommen Beugungsgitter zur Erzeugung von Farben vor, z.B. bei Insekten, speziell Schmetterlingen.

Beugungsgitter aus Chinin können beim Einfall von weißem Licht ein Farbspiel erzeugen.



Farbige Schmetterlings-
Flügel und unterschiedliche
Vergrößerungen der Chinin-
Schuppen (Beugungsgitter)



3. Polarisation

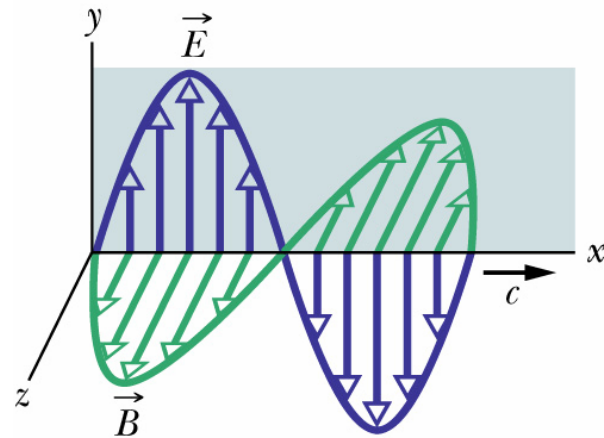
3.1. Beschreibung der Polarisation

Licht ist eine **transversale** elektromagnetische Welle. Beispiel: Die ebene Welle:

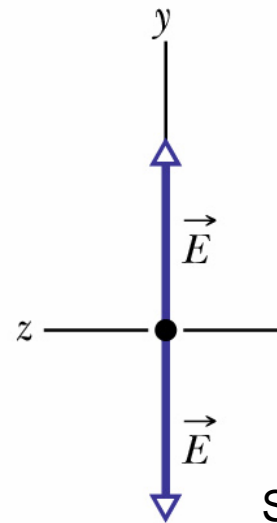
$$\vec{E}(r, t) = E_0 \hat{\epsilon} \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t)$$

Amplitude Polarisationsvektor Phase

$\hat{\epsilon}$ ist der (normierte) **Polarisationsvektor**



ebene transversale Welle mit definierter Schwingungsrichtung

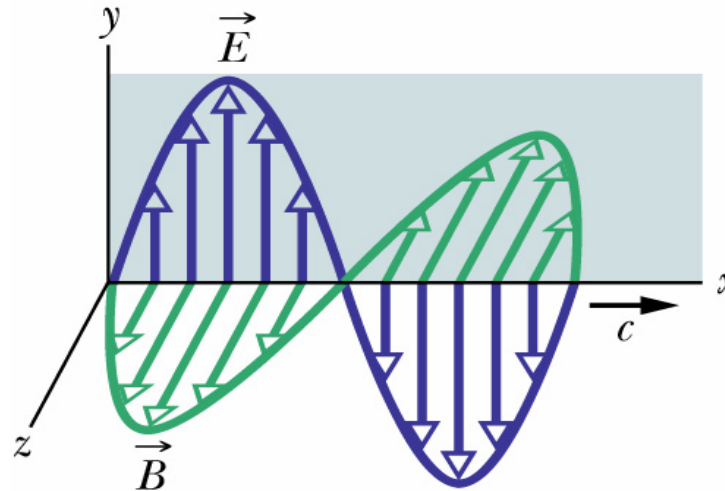


Schwingungsrichtung des E-Feldes

Man unterscheidet bei der Polarisation folgende Spezialfälle:

1) Lineare Polarisation

Beispiel: vertikale Polarisation



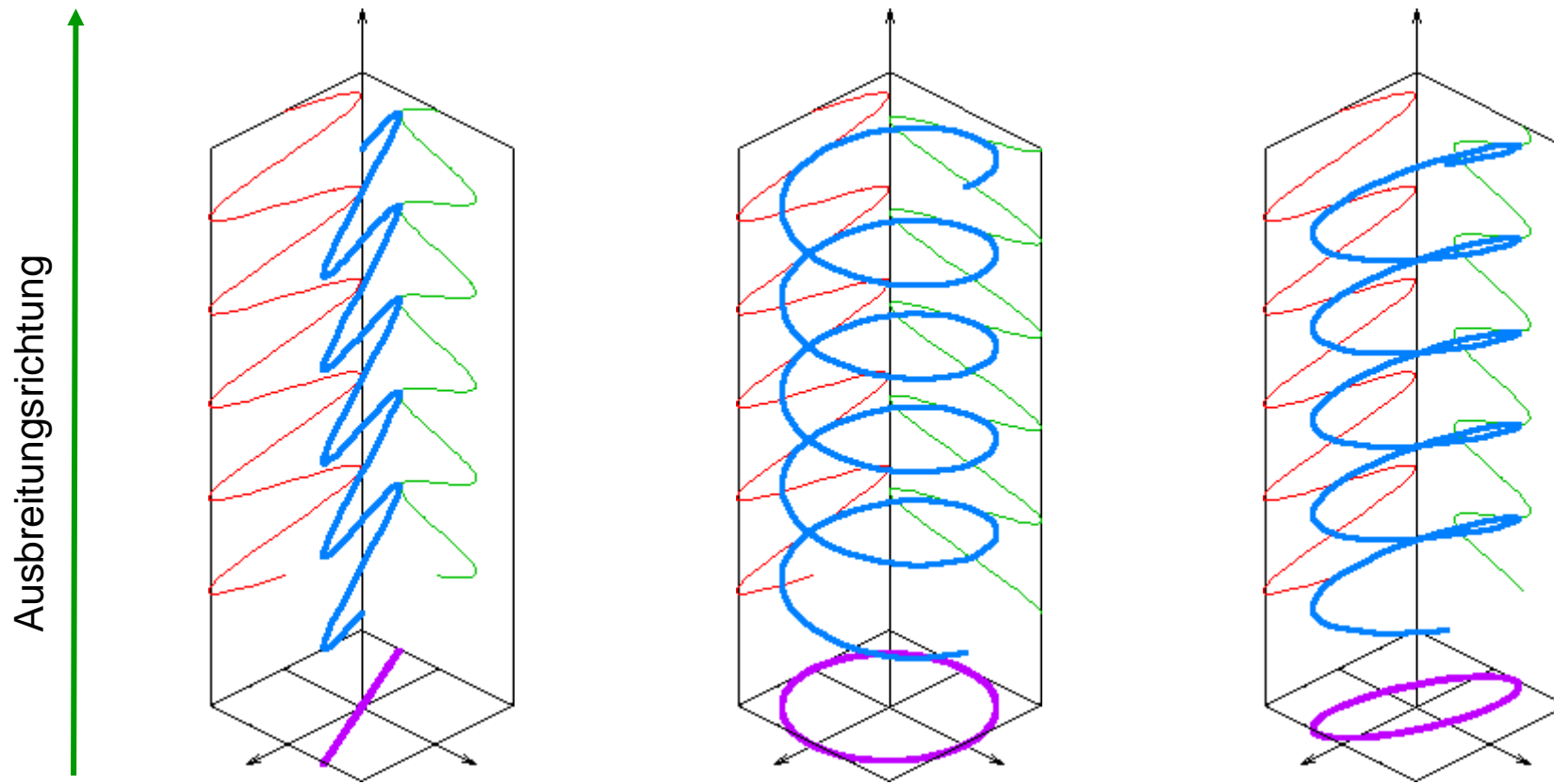
2) Zirkulare Polarisation

Das Feld rotiert um die Ausbreitungsrichtung

a) rechts **zirkular polarisiert**

b) links **zirkular polarisiert**

3) In allen anderen Fällen heisst das Licht gemischt oder **elliptisch polarisiert**.



Darstellung von linear (links), zirkular (mitte) und elliptisch (rechts) polarisiertem Licht.
[Wikipedia]

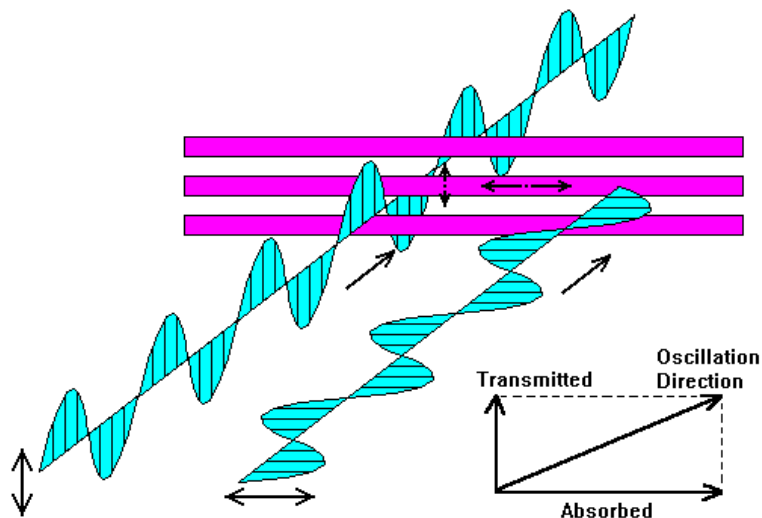
3.2. Erzeugung von polarisiertem Licht

Polarisiertes Licht kann auf verschiedene Arten erzeugt werden.

1) Polarisationsfilter

Polarisationsfilter haben eine von der Polarisationsrichtung abhängige Absorption.

Beispiel: Metallgitter, geordnete Polymer- oder Molekülketten



Beispiel a):

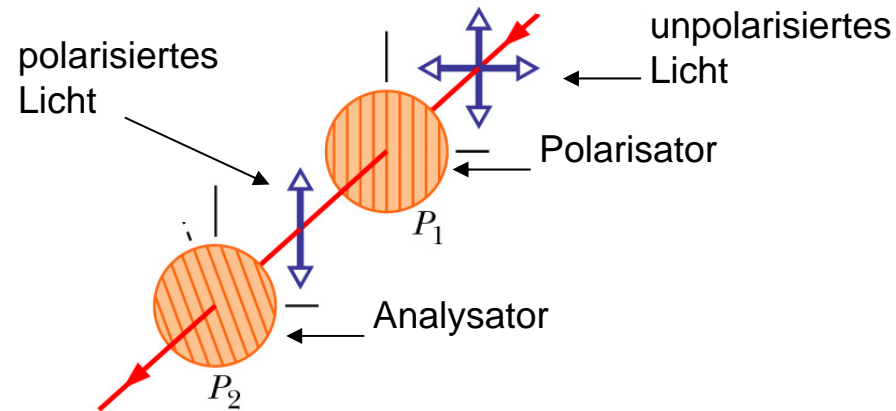
Das Metallgitter absorbiert eine elektromagnetische Welle stärker, wenn die Schwingungsrichtung entlang der Gitterachse liegt.

Das transmittierte Licht ist somit linear polarisiert.

Beispiel b):

Eine gestreckte Plastikfolie wirkt oft als Polarisationsfilter.

Ein Polarisationsfilter kann zur Analyse von polarisiertem Licht eingesetzt werden.

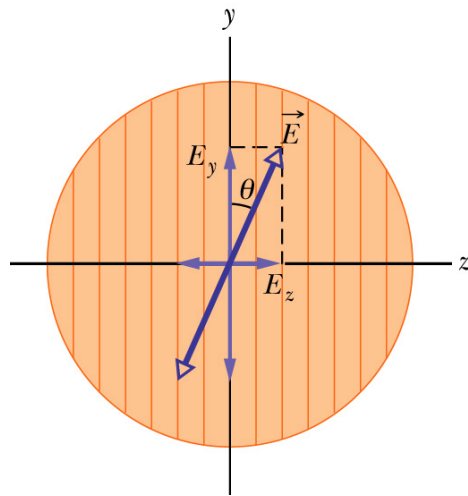


Die Feldstärke des transmittierten Lichtes (in y-Richtung) ist:

$$E_y(\theta) = E_0 \cos \theta$$

Für die transmittierte Intensität gilt somit das **Gesetz von Malus**:

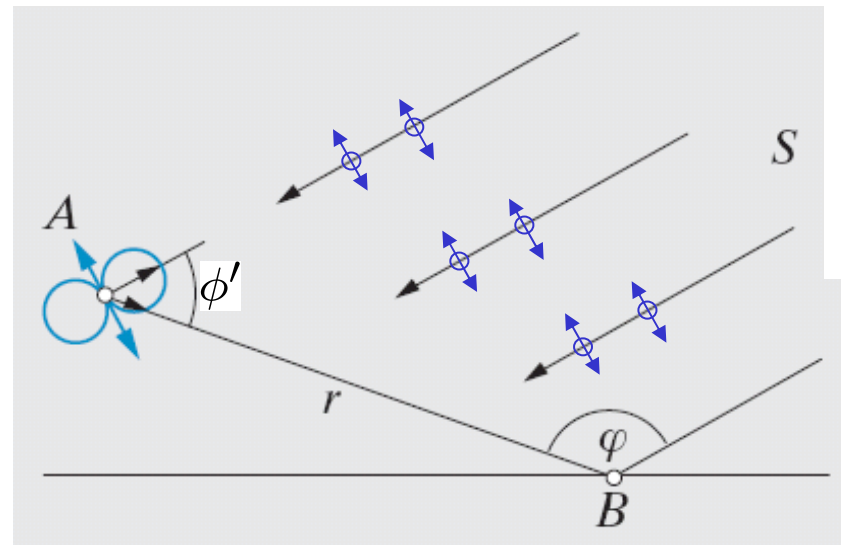
$$I_y(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$



2) Polarisation durch Lichtstreuung

Polarisiertes Licht kann durch Streuung erzeugt werden.

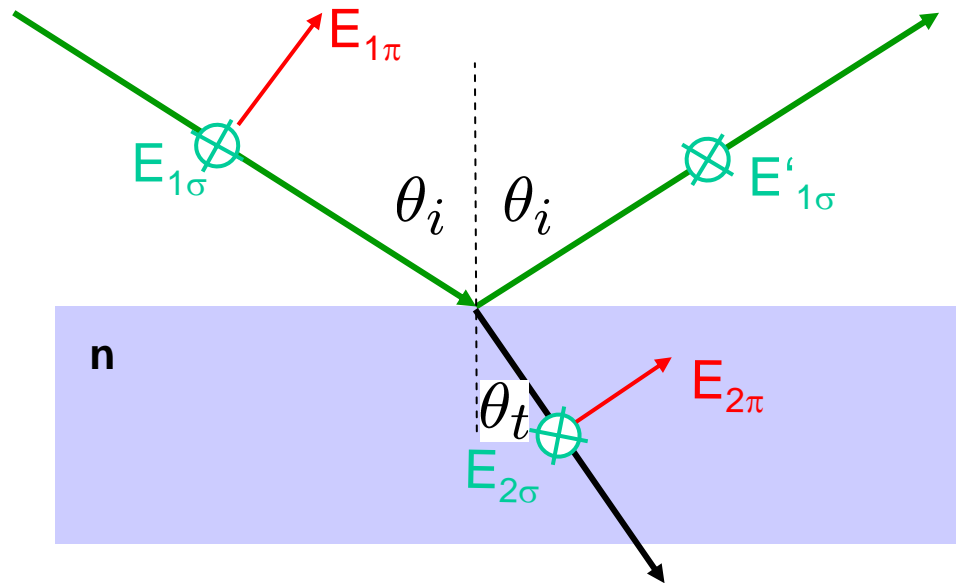
Der induzierte Dipol in einem Streuteilchen kann nicht entlang seiner Schwingungsachse emittieren



einfallendes unpolarisiertes Licht (transversale Welle)
Schwingungsrichtung unbestimmt, aber senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

Ein Beobachter im Punkt **B** stellt eine Polarisation senkrecht zur Ebene SAB fest.
Maximale Polarisation beobachtet man in Richtung $\phi = 90^\circ$

3) Polarisation durch Reflexion an einer Grenzfläche



Das einfallende Licht ist in eine Polarisationsrichtung in der Einfallsebene $E_{1\pi}$ und eine Richtung senkrecht dazu $E_{1\sigma}$ zerlegt.

Liegt die Schwingungsrichtung des reflektierten Strahls parallel zu $E_{2\pi}$, so kann keine π -Komponente reflektiert werden.

Das reflektierte Licht ist dann vollständig in σ -Richtung polarisiert.

Dies ist der Fall, wenn

$$\sin \theta_i = n \sin \theta_t = n \sin(180^\circ - 90^\circ - \theta_i) = n \cos \theta_i$$

oder $\tan \theta_B = n$ Brewster-Winkel

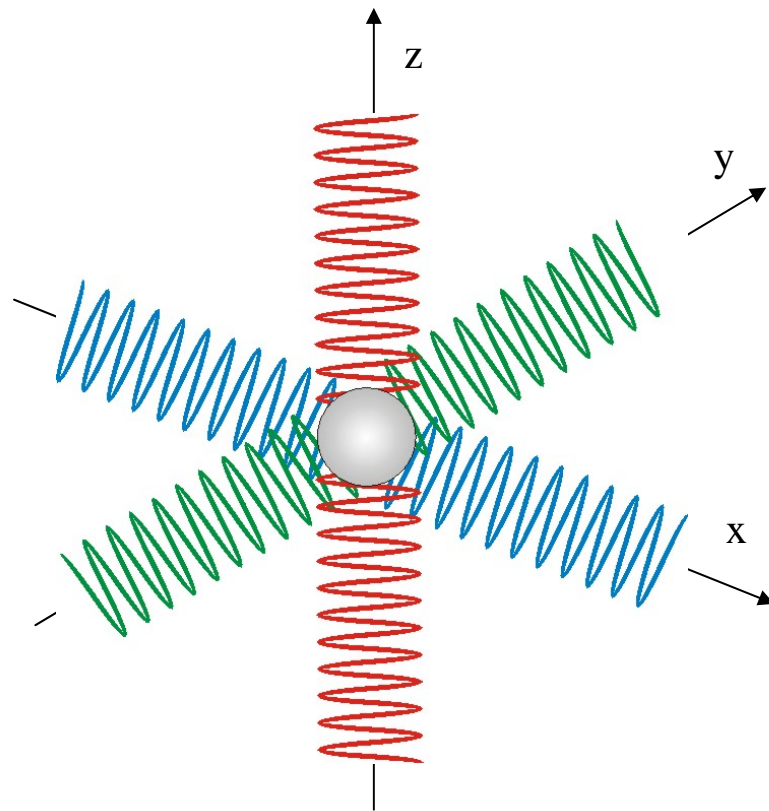
Fällt in der Einfallsebene polarisiertes Licht im Brewster-Winkel auf eine Grenzfläche, so wird es vollständig transmittiert.

3.3. Doppelbrechung

Doppelbrechung

Die Doppelbrechung tritt bei Materialien (z.B. Kristallen) auf, bei denen der Brechungsindex eine Funktion der linearen Polarisationsrichtung ist.

Eine Erklärung liefert ein mechanisches Oszillatormodell:

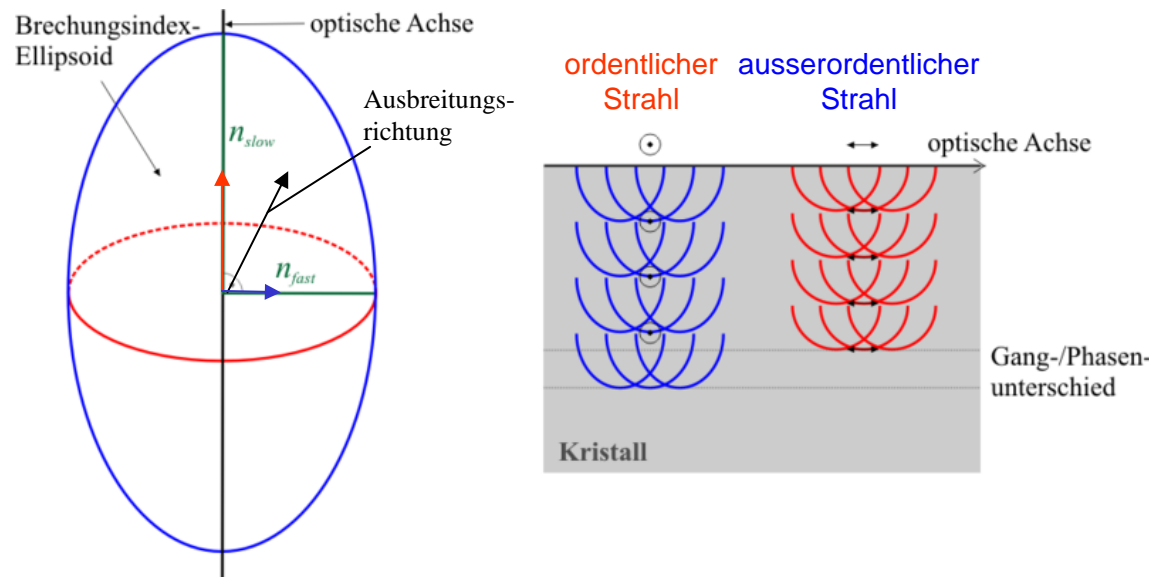


unterschiedliche Federkonstanten
entlang x, y und z

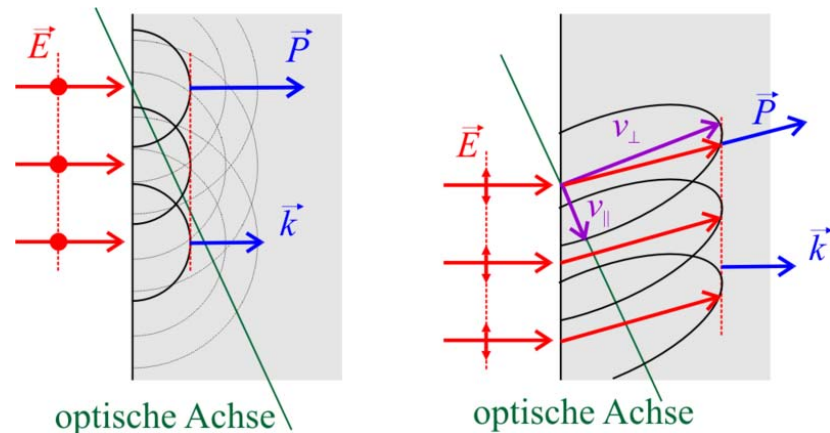
unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Wellen
entlang v_x , v_y und v_z

Kristalle mit $v_x=v_y$ heißen **optisch einachsig**. Die z-Achse ist dann die **optische Achse**.

Im optisch einachsigen Kristall existiert also für einen Einfall schräg zur optischen Achse eine Schwingungsrichtung senkrecht zur optischen Achse (**ordentlicher Strahl**, Brechungsindex n_o) und eine parallel dazu (**ausserordentlicher Strahl**, Brechungsindex n_e). Für $n_o < n_e$ heisst der Kristall **positiv**, für $n_o > n_e$ heisst der Kristall **negativ**.

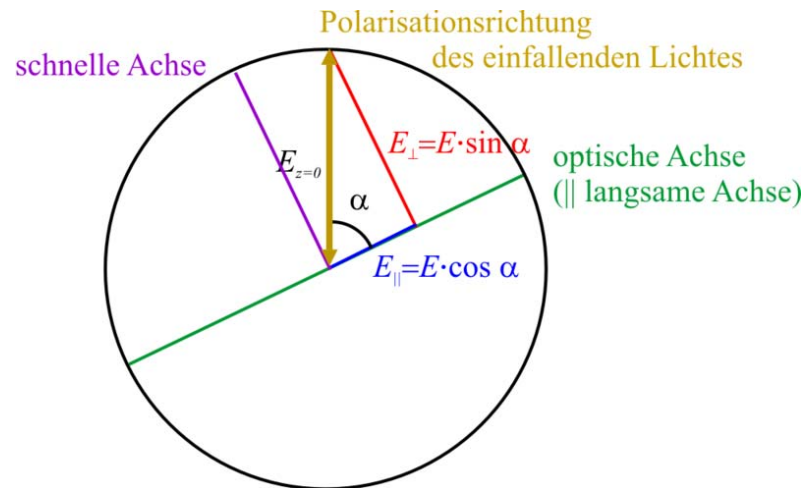


Verdeutlichung von langsamer Achse (großes n) und schneller Achse (kleines n) sowie von ordentlichem und außerordentlichem Strahl für einen positiven Kristall (z.B. Quarz)



Im rechten Bild der Skizze wird bei vertikaler Polarisation eine Schwingung entlang der optischen Achse angeregt, die sich langsamer ausbreitet. Der Strahl erfährt im Vergleich zur horizontalen Polarisation (Schwingung immer senkrecht zur opt. Achse) einen Versatz. [Wikipedia]

Fällt also unpolarisiertes Licht auf einen doppelbrechenden Kristall schräg zur optischen Achse so wird das Licht in zwei senkrecht zueinander polarisierte Strahlen aufgeteilt.

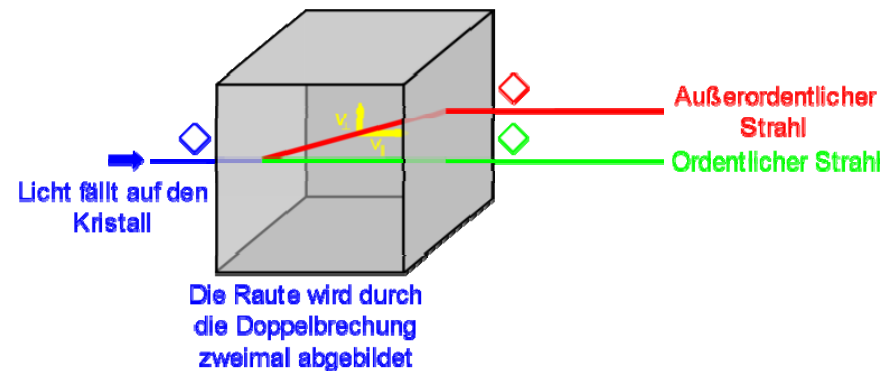


links: Zerlegung einer beliebigen Polarisationsrichtung in Richtungen parallel und senkrecht zur optischen Achse.

unten links: Blick durch einen doppelbrechenden Kristall

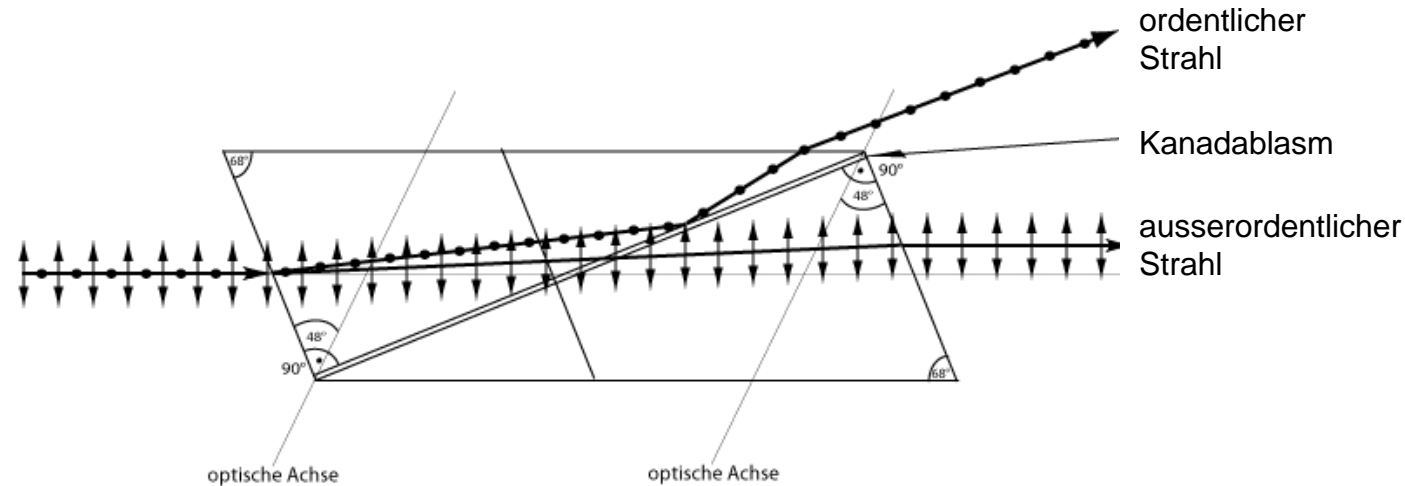
unten rechts: Erläuterung des Strahlverlaufs bei einem doppelbrechenden Kristall

[Wikipedia]



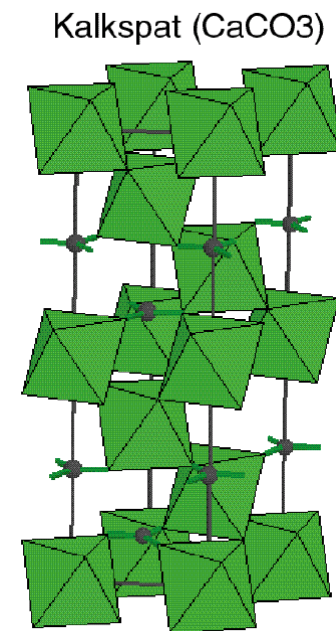
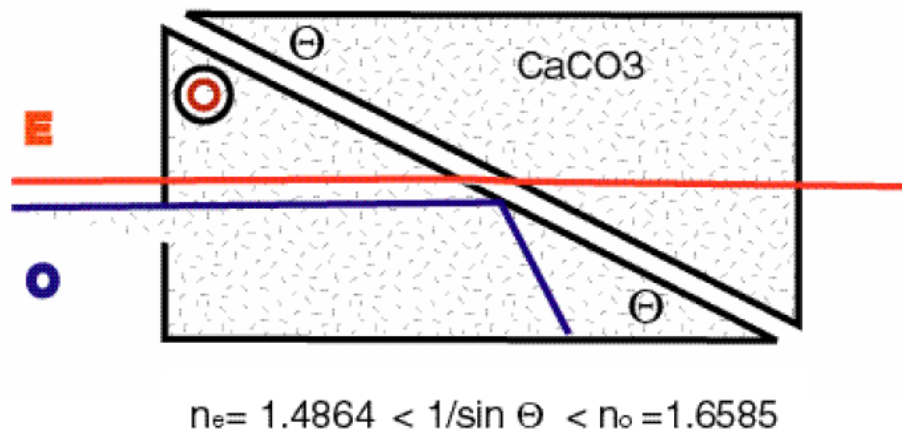
Polarisationsstrahlteiler

Die Doppelbrechung findet vielfältige praktische Anwendungen. Ein Beispiel sind **Polarisationsstrahlteiler**.



Ein **Nicolprisma** besteht aus zwei verkitteten Prismen (Zwischenschicht aus Kanadabalsam) aus doppelbrechendem Material (Kalkspat). Dabei wird der horizontal polarisierte (ordentliche) Strahl, an der Grenzfläche totalreflektiert (er „sieht“ einen höheren Brechungsindex, negativer Kristall!). Der vertikal polarisierte (ausserordentliche) Strahl wird dagegen transmittiert.

Das Nicolprisma wird meist zur Polarisationsfilterung eingesetzt.



Das **Glan-Thompson-Prisma** besteht ebenfalls aus zwei verkitteten Prismen (oft aus Kalkspat). Der ordentliche und ausserordentliche Strahl fallen senkrecht ein und verlaufen im ersten Prisma parallel. Meist wird der Gesamtablenkungswinkel des ordentlichen Strahls zu 90° gewählt.

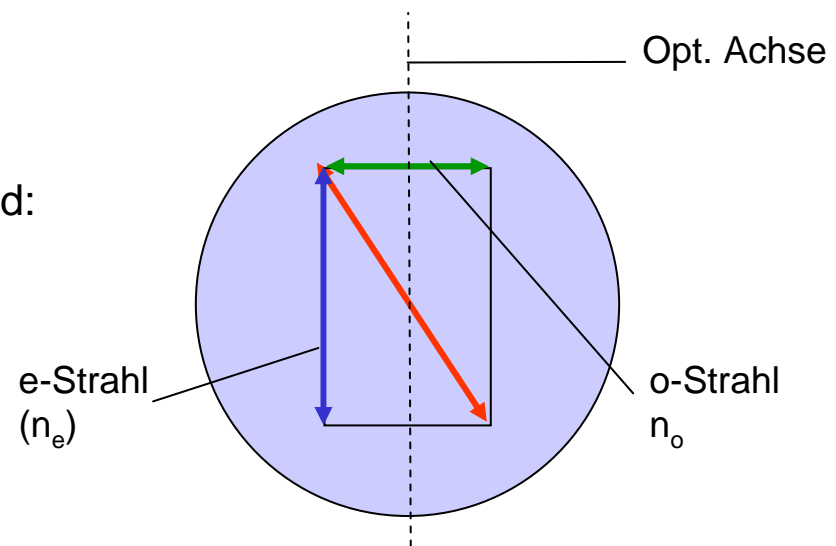
Das Glan-Thompson-Prisma wird als Polarisationsstrahlteiler (PBS) eingesetzt.

Phasenplatten

Trifft ein Strahl genau senkrecht zur optischen Achse auf einen doppelbrechenden Kristall, so kommt es beim Durchlaufen wegen der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Komponente senkrecht, bzw. parallel zur optischen Achse zu einer **Phasenverschiebung** zwischen den beiden Komponenten.

Nach Durchlaufen eines doppelbrechenden Plättchens der Dicke d ist der Phasenunterschied:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}d(n_o - n_e)$$



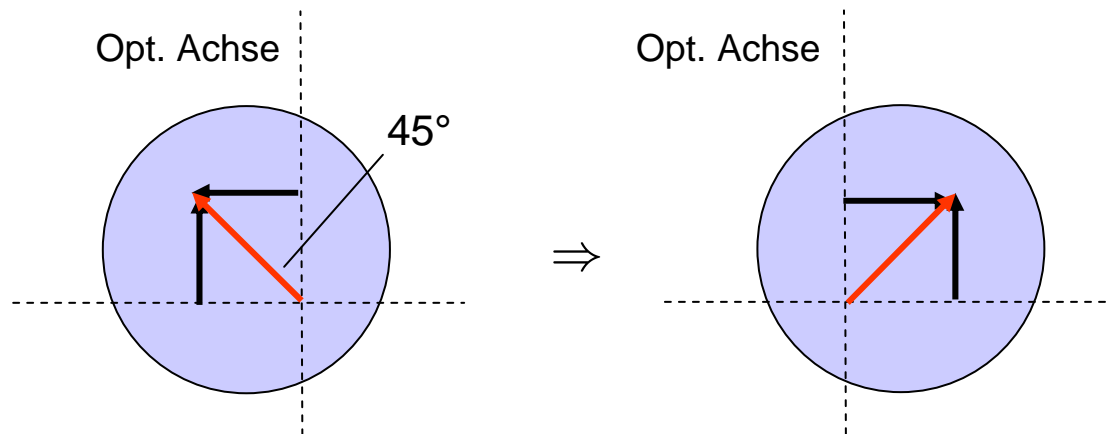
Wichtige Spezialfälle:

$$d(n_o - n_e) = (2m + 1)\lambda/2$$
$$\Delta\phi = (2m + 1)\pi$$

$\lambda/2$ -Plättchen

$$d(n_o - n_e) = (4m + 1)\lambda/4$$
$$\Delta\phi = (4m + 1)\pi/2$$

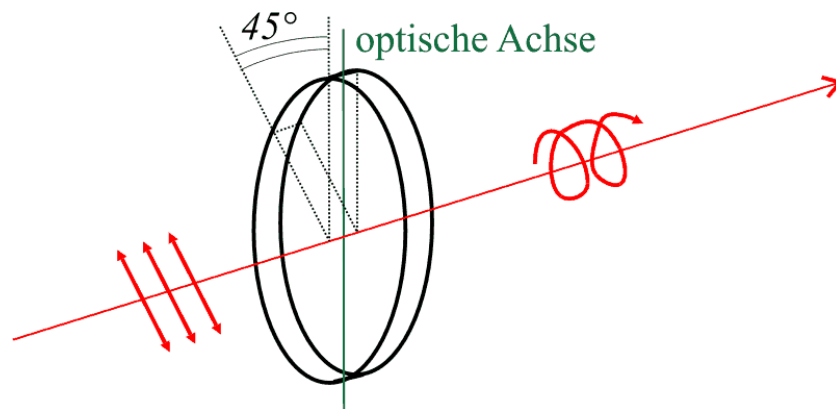
$\lambda/4$ -Plättchen



$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Mit einem $\lambda/2$ -Plättchen lässt sich die Polarisationsrichtung von linear polarisiertem Licht drehen.

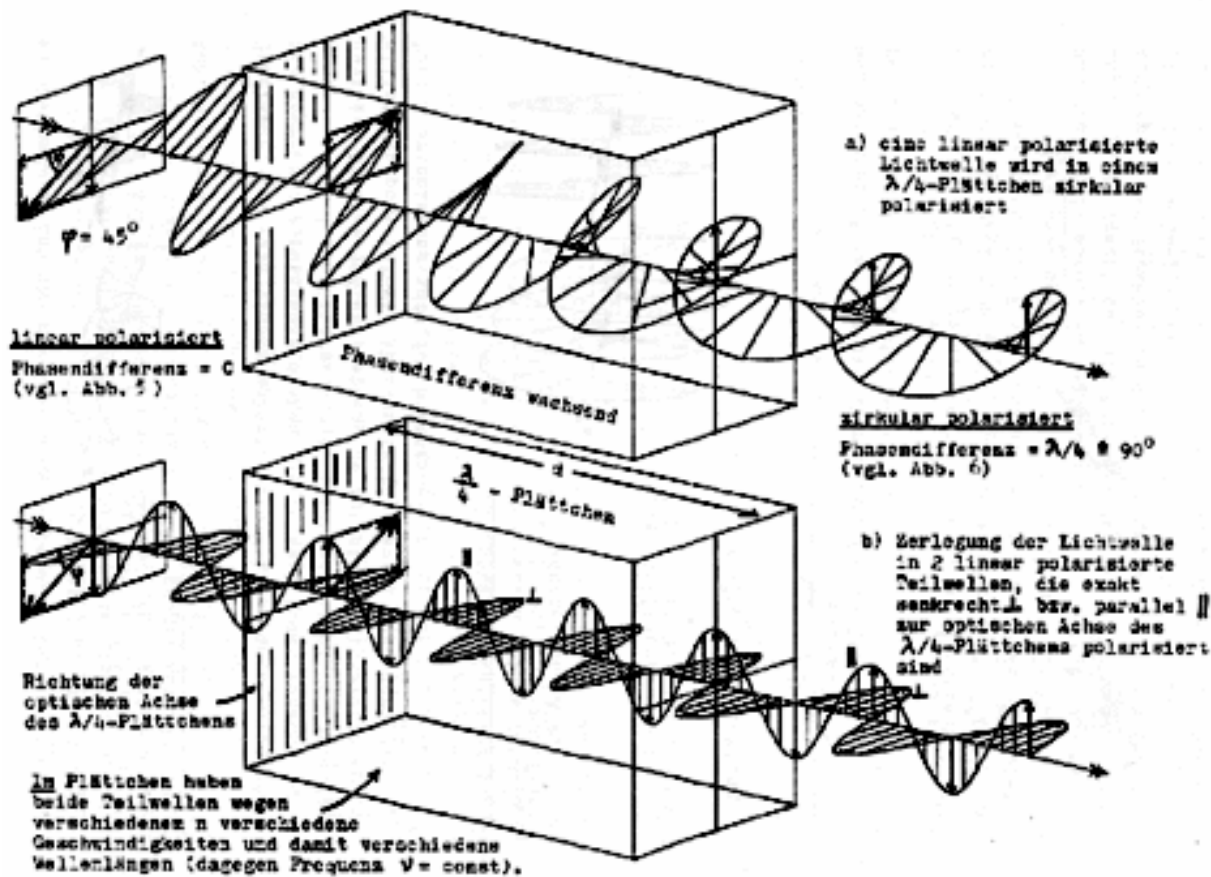
Der Spezialfall einer 90° Drehung ist auch in Matrixform geschrieben.



$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}$$

Mit einem $\lambda/4$ -Plättchen lässt sich aus linear polarisiertem Licht zirkular polarisiertes Licht erzeugen (und umgekehrt).

Ein solcher Fall ist in Matrixform geschrieben.

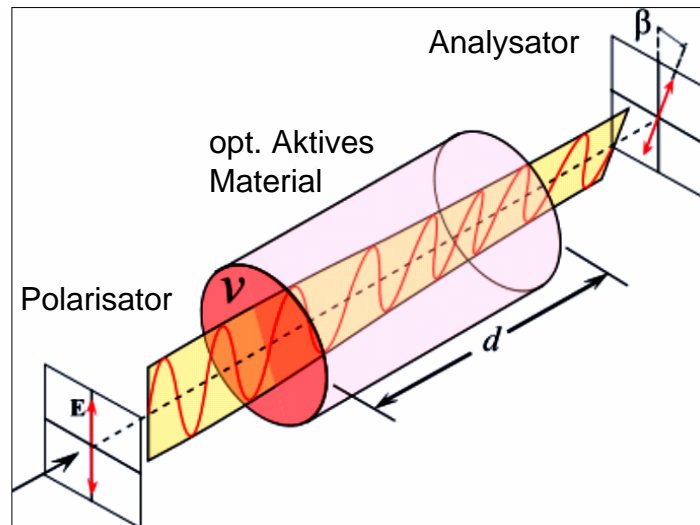


Verdeutlichung der Umwandlung von linearem in zirkular polarisiertes Licht durch ein $\lambda/4$ -Plättchen.

Mit Hilfe von $\lambda/4$ - und $\lambda/2$ -Plättchen lassen sich beliebige Polarisierungen einstellen.

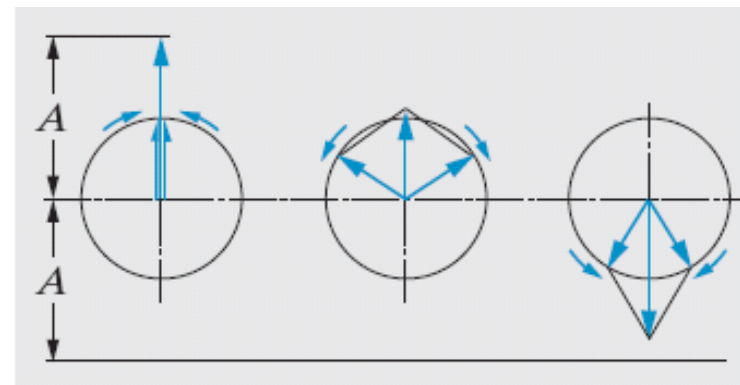
3.4. Optische Aktivität

Phänomen: Die Polarisationsrichtung von linear polarisiertem Licht wird beim Durchgang durch ein **optisch aktives Material** gedreht.



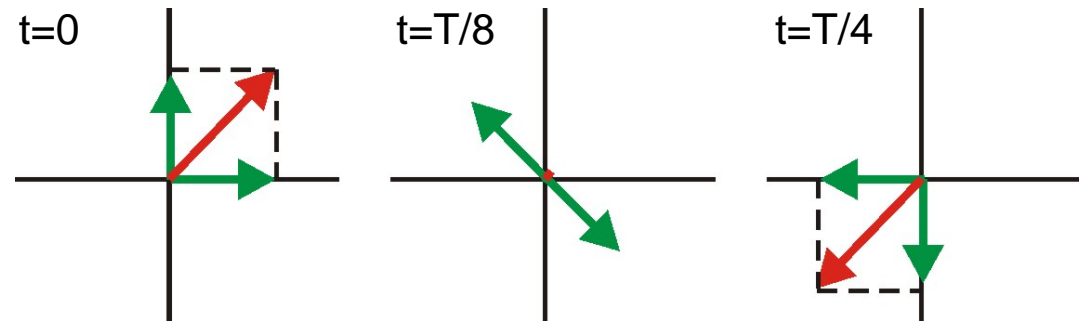
Die Drehrichtung ist unabhängig von der Durchlaufrichtung des Lichtes. Sie ist oft durch eine Chiralität der Konstituenten (z.B. Molekülketten) des Materials bedingt.

Das Phänomen kann als unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeit für rechts- bzw. links zirkular polarisiertes Licht interpretiert werden

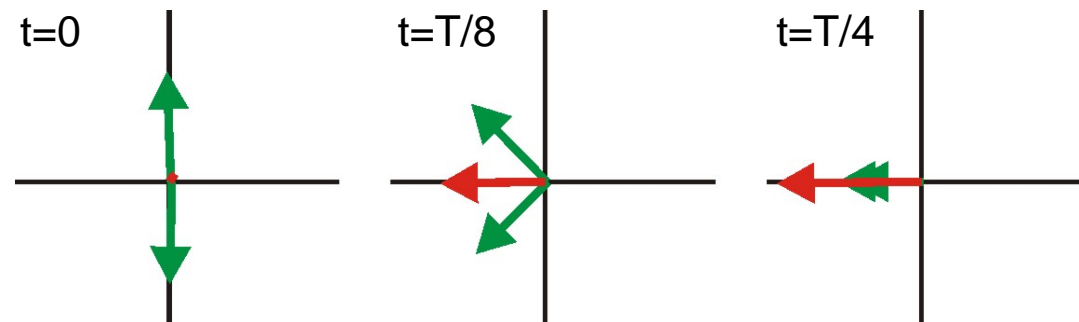


Überlagerung zirkularer Schwingungen zu einer linearen Schwingung

Addition von rechts- und links zirkularer Komponente zur linearen Schwingung:



Addition von rechts- und links zirkularer Komponente zur linearen Schwingung nach einer Phasenverschiebung der einen Komponente um $\pi/2$. Die Schwingungsrichtung ist jetzt um 45° gedreht:



Quantifiziert wird die optische Aktivität durch das spezifische Drehvermögen β/d

$$[\beta/d] = \text{Grad/mm}$$

3.5. Elektrooptische Effekte

Faraday-Effekt und optische Aktivität

Faraday entdeckte 1845, daß das Anlegen eines magnetischen Feldes eine ähnliche Wirkung in einem Material erzeugt wie die optische Aktivität.

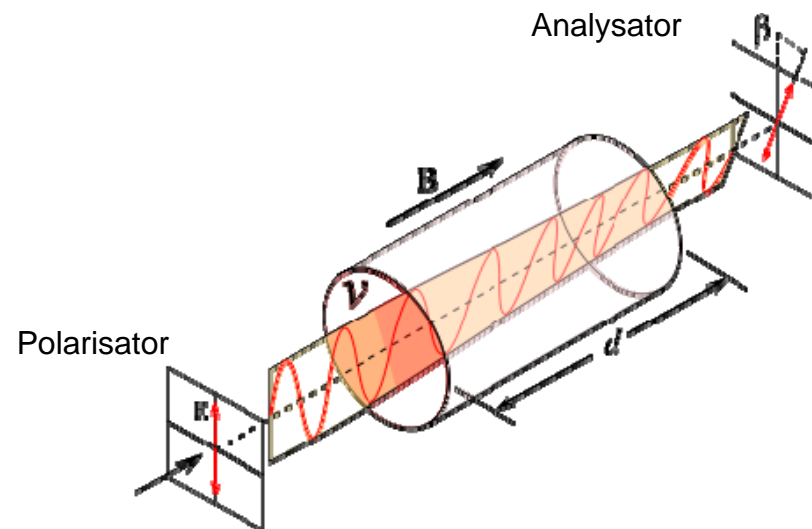
→ Drehung der Polarisationsachse

Die Größe des Effektes ist klein und wird durch die Verdet-Konstante V angegeben:

$$V = 10^{-2} \frac{\text{min}}{\text{Gcm}} \quad (\text{Wasser, Flintglas, NaCl})$$

$$\text{Es ist: } \beta/d = VB$$

$$V = 10^{-6} \frac{\text{min}}{\text{Gcm}} \quad (\text{Luft})$$



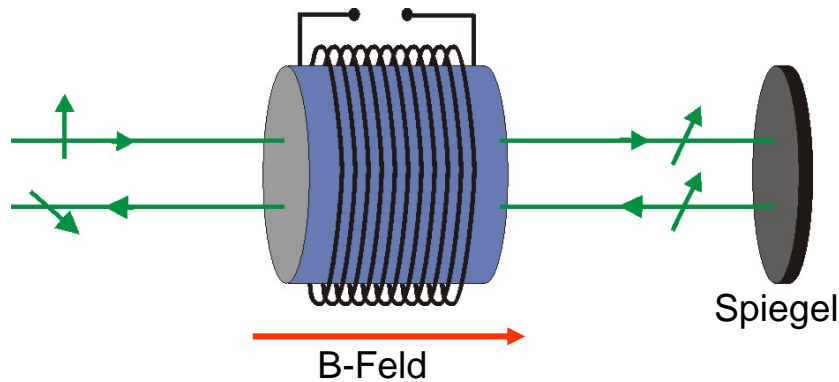
rechts: Anordnung zur Messung des Faraday-Effekts

Unterschied zwischen optischer Aktivität und Faraday-Effekt:

Faraday-Effekt

linksdrehend, falls B-Feld parallel zum Wellenvektor k .

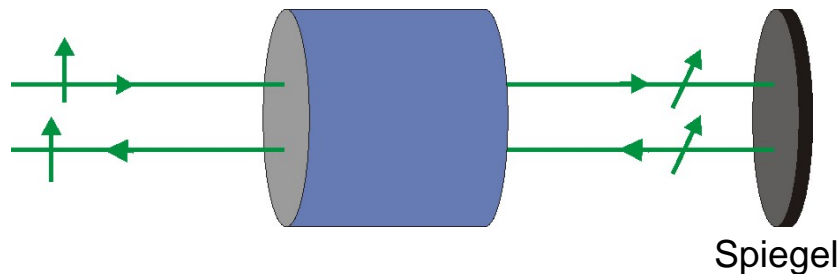
rechtsdrehend, falls B-Feld anti-parallel zum Wellenvektor k .



Nach einer Reflexion an einem Spiegel wird die Schwingungsachse bei erneutem Durchgang durch das Material weiter gedreht.

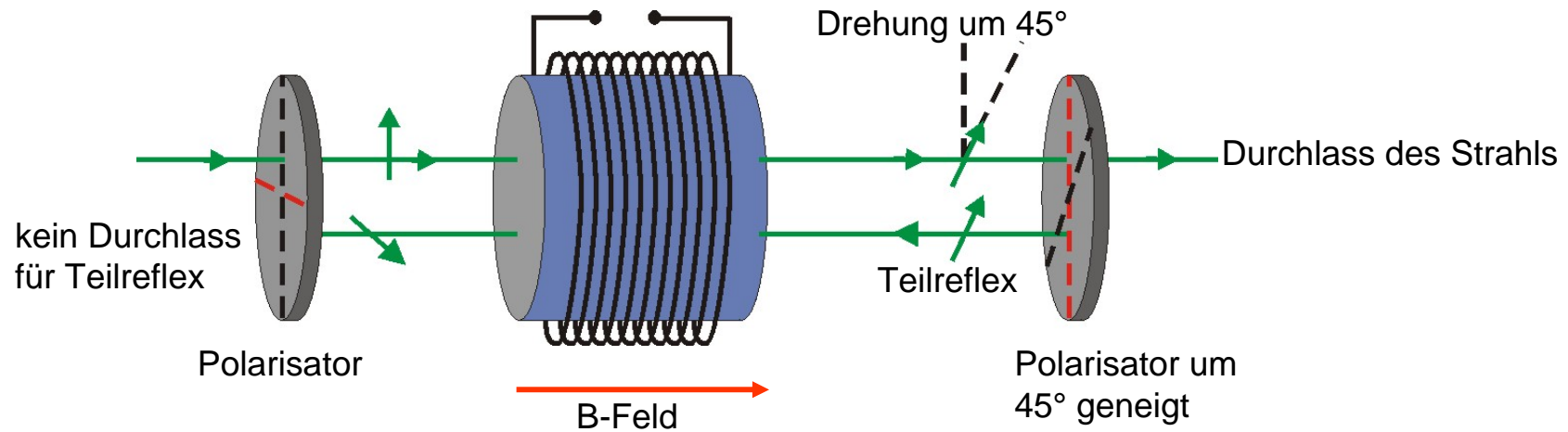
Optische Aktivität

immer links-(bzw. rechts-)drehend, unabhängig vom Wellenvektor k .



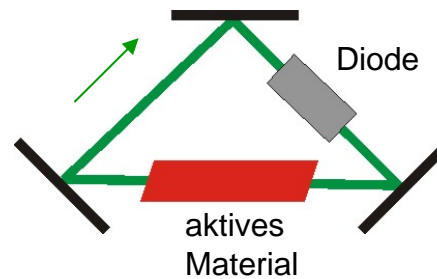
Nach einer Reflexion an einem Spiegel wird bei erneutem Durchgang durch das Material die Rotation rückgängig gemacht.

Mit Hilfe des Faraday-Effekts lässt sich eine **optische Diode** konstruieren:



Wichtige Anwendungen der Unterdrückung von Rückreflexen:

- Selektion nur einer umlaufenden Mode in Ringlasern



- Unterdrückung von Rückreflexen zu Diodenlasern

Kerr- und Pockels-Effekt

Das Anlegen einer Spannung kann in einem Kristall oder in einer Flüssigkeit eine Anisotropie erzeugen, die zur Doppelbrechung führt. Die optische Achse liegt dann z.B. in Richtung des angelegten Feldes.



Der Unterschied im Brechungsindex für den ordentlichen und außerordentlichen Strahl ist:

$$\Delta n = \lambda K E^2$$

Quadratischer elektrooptischer oder Kerr-Effekt

Kerr-Koeffizient Elektrisches Feld

$$[K] = \text{m/V}^2$$

Eine Flüssigkeit mit einem besonders großen Kerr-Koeffizient ist Nitrobenzol

$$K_{\text{Nitrobenzol}} = 220 \frac{10^{-7} \text{ cm}}{300 \text{ V}^2}$$

Der **Pockels-Effekt** tritt nur in Kristallen auf, die keine Inversionssymmetrie besitzen, wie Lithiumniobat, KD*P (Kaliumdideuteriumphosphat) oder Galliumarsenid.

Der Phasenunterschied zwischen zwei Komponenten unterschiedlicher Polarisation ist beim Pockels-Effekt:

$$\Delta\phi = 2\pi n_0^3 P U / \lambda$$

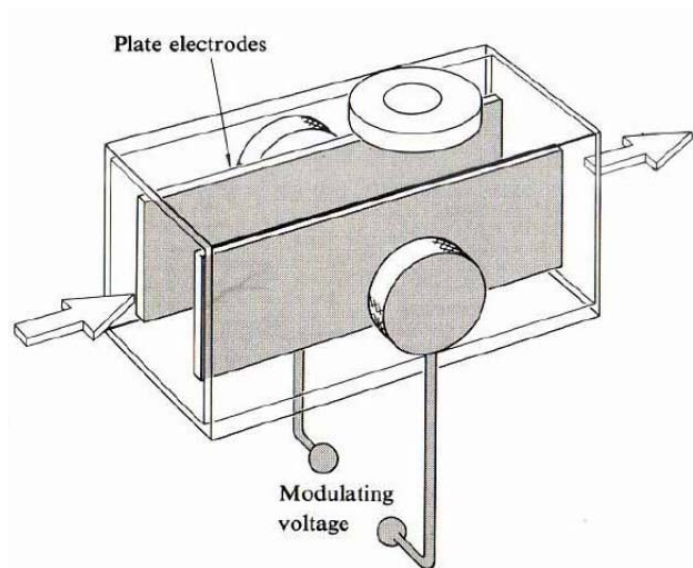
linearer elektrooptischer oder Pockels-Effekt

Pockels-Koeffizient Spannung

$$[P]=\text{m/V}$$

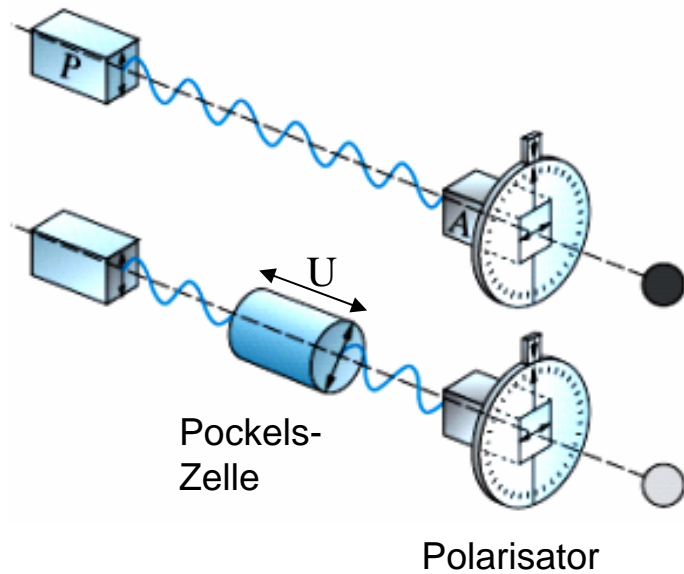
Typische Grössenordnung des Pockels-Koeffizienten: $P_{\text{KDP}} = 20 \times 10^{-12} \text{ m/V}$

Eine **Pockels-Zelle** ist ein elektrisch schnell schaltbarer, doppelbrechender Kristall. Er kann zur Modulation von Licht oder als schneller elektrooptischer Schalter verwendet werden.



Schematische Darstellung einer transversalen Pockels-Zelle [Hecht, „Optik“].

Es existieren auch longitudinale Zellen mit elektrischen Kontakten am Lichteintritt und -austritt (oft in Form von Blenden)



Eine Pockels-Zelle in Kombination mit einem Polarisator kann als schneller optischer Schalter dienen.

Ohne angelegte Spannung wird kein Licht durch den Polarisator transmittiert.

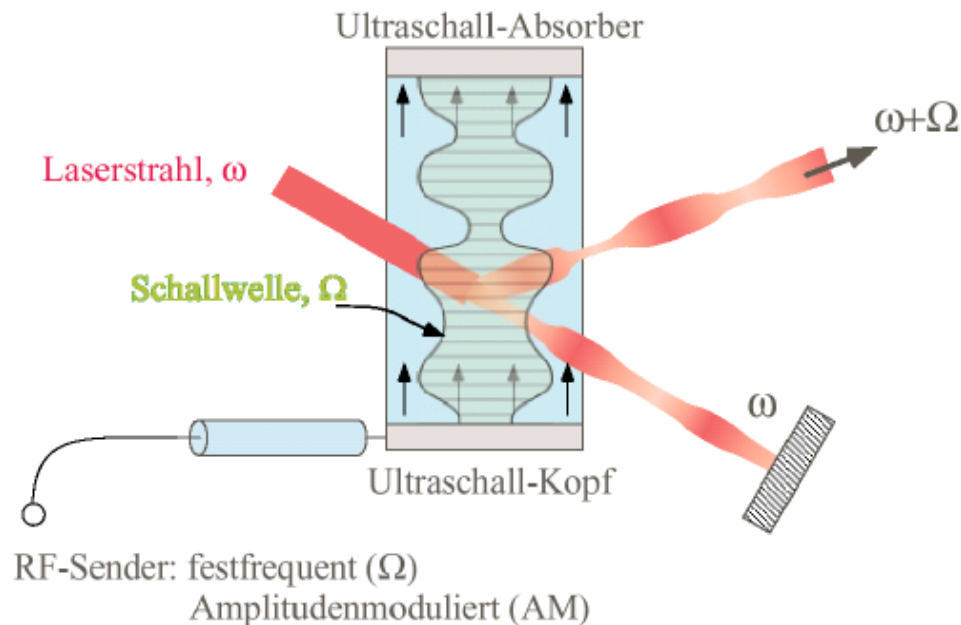
Eine angelegte Spannung dreht die Polarisationsrichtung.

Akustooptischer Modulator

Im **akustooptischen Modulator** werden Schallwellen zur Modulation des Brechungsindex in einem transparenten Kristall eingesetzt. Dadurch lässt sich einfallendes Licht in Amplitude und Frequenz modulieren.

Die durch ein Piezoelement erzeugte Ultraschallwelle (10-1000 MHz) erscheint dem Licht im Medium als stationäres Gitter, an dem es gebeugt wird.

Somit lässt sich ein schneller Schalter für Licht realisieren.



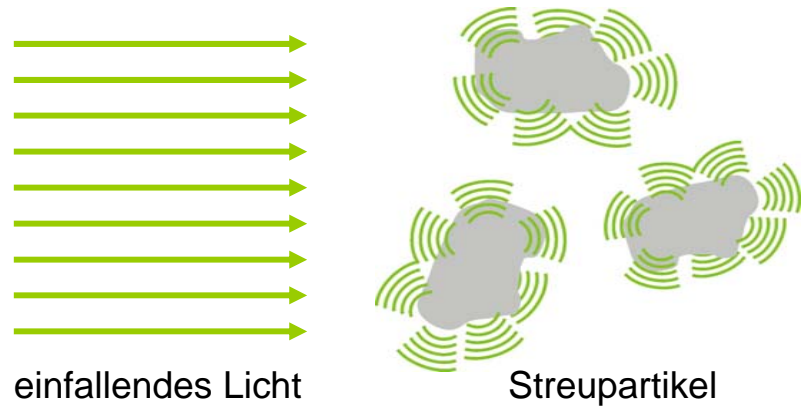
Schema eines akustooptischen Modulators [Pospiech & Friebe]

3.6. Lichtstreuung

Man unterscheidet bei der Lichtstreuung i.A. zwei Fälle:

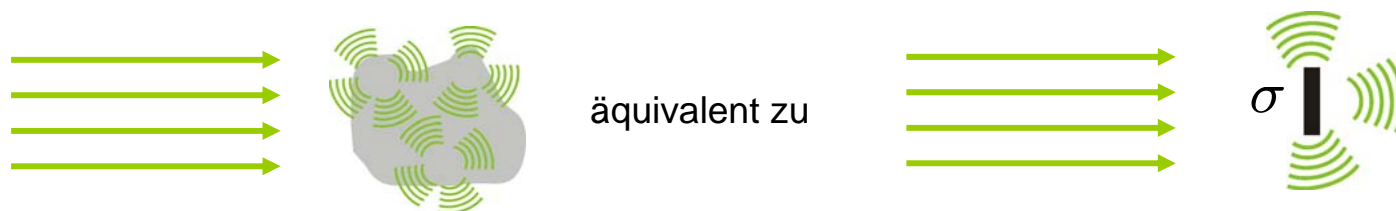
1) $\lambda \ll$ Partikelgröße \longrightarrow **Mie-Streuung**

2) $\lambda \gg$ Partikelgröße \longrightarrow **Rayleigh-Streuung**



Allgemeines Prinzip der Streuung:
Eine einfallende Lichtwelle erzeugt in den Streupartikeln Huygensche Elementarwellen.

Eine wichtige Größe bei einem Streuvorgang ist der **Wirkungsquerschnitt** eines Streuers. Er beschreibt die Größe einer Fläche mit derselben Streu- oder Absorptionsleistung wie der Streuer. $[\sigma]=\text{m}^2$



Mie-Streuung

Im Falle der Mie-Streuung erfolgt eine Anregung vieler kohärenter Elementarwellen im Streupartikel. Es treten insbesondere Resonanzen in Abhängigkeit von der Partikelgröße im Vergleich zur Wellenlänge des gestreuten Lichts auf.



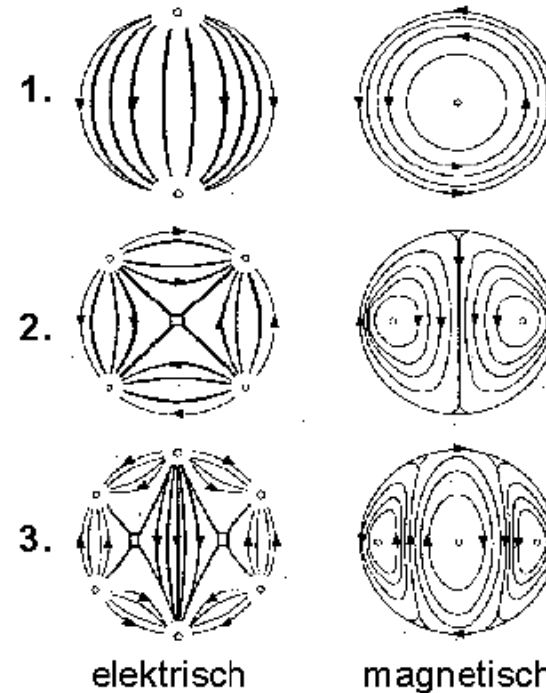
Cartoon-Darstellung von Mie-Streuung

Streuleistung bei Mie-Streuung:

$$P_{\text{Streu}}^{(\text{Gesamt})} = N^2 P_{\text{Streu}}^{(\text{Partikel})}$$

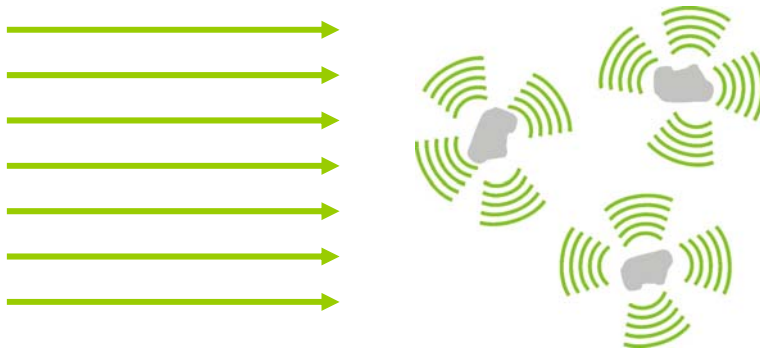
↙ ↘ ↙ ↘ ↙ ↘
 gesamte Streuleistung Anzahl der Streuer Streuleistung eines Partikels

Partialschwingungen in dielektrischen Kugeln



Einige resonante Moden des elektromagnetischen Feldes (Mie-Resonanzen) in kleinen Kugeln

Rayleigh-Streuung



Im Rayleigh-Regime erzeugt jeder Partikel eine einzelne Elementarwelle.

Die Elementarwellen überlagern sich inkohärent.

Die Streuleistung ist proportional zur Anzahl der Streuer.

Rayleigh führte 1871 eine einfache heuristische Analyse der Streuung durch:

Das Verhältnis von einfallender Amplitude zur Streuamplitude κ an einem Raumpunkt r ist zum einen durch eine einfache trigonometrische Funktion (sin oder cos) gegeben.

Zum anderen hängt sie vom Volumen V des Streupartikels, dem Abstand $|r|$, der Wellenlänge λ und der Lichtgeschwindigkeit c ab.

Aus Dimensionsgründen ergibt sich nur eine einfache Kombination dieser Größen:

$$\kappa \propto \frac{V}{|r|} \frac{1}{\lambda^2}$$

Somit ist die gestreute Intensität proportional zu $\kappa^2 \propto \frac{1}{\lambda^4} \propto \omega^4$

Für den Streuquerschnitt bei der Rayleigh-Streuung gilt:

$$\sigma_{Rayleigh} \propto \omega^4$$

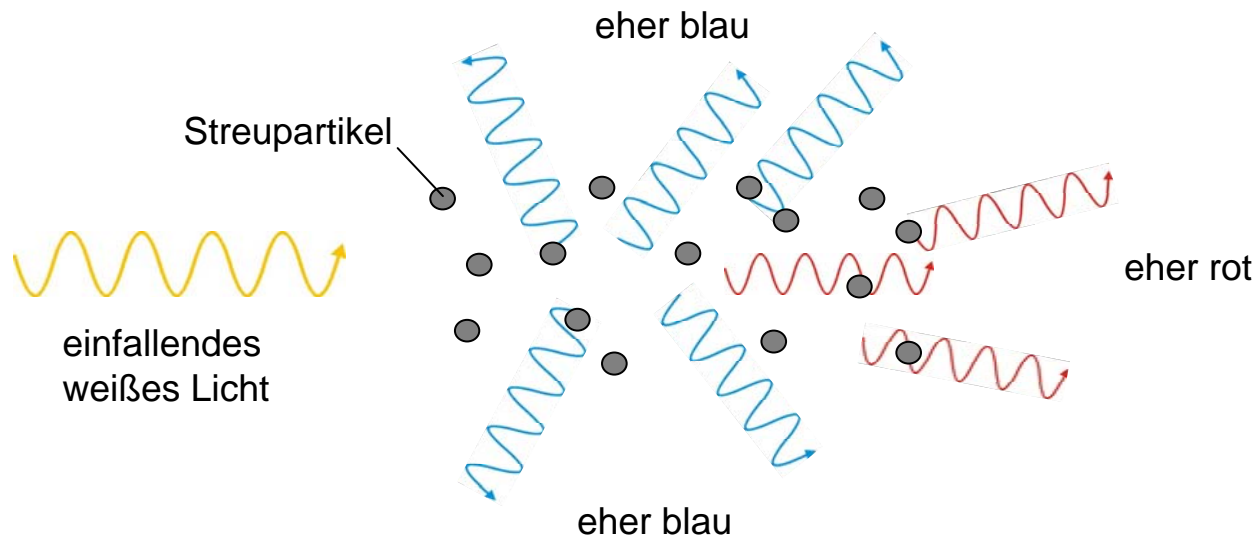
Diese Abhängigkeit kann natürlich auch streng aus der Elektrodynamik abgeleitet werden.

Aus der Rayleigh-Streuung folgt: Kurzwelliges Licht wird stärker gestreut als langwelliges.

Mit Hilfe der Rayleighstreuung kann das Abendrot und die blaue Himmelfarbe erklärt werden:

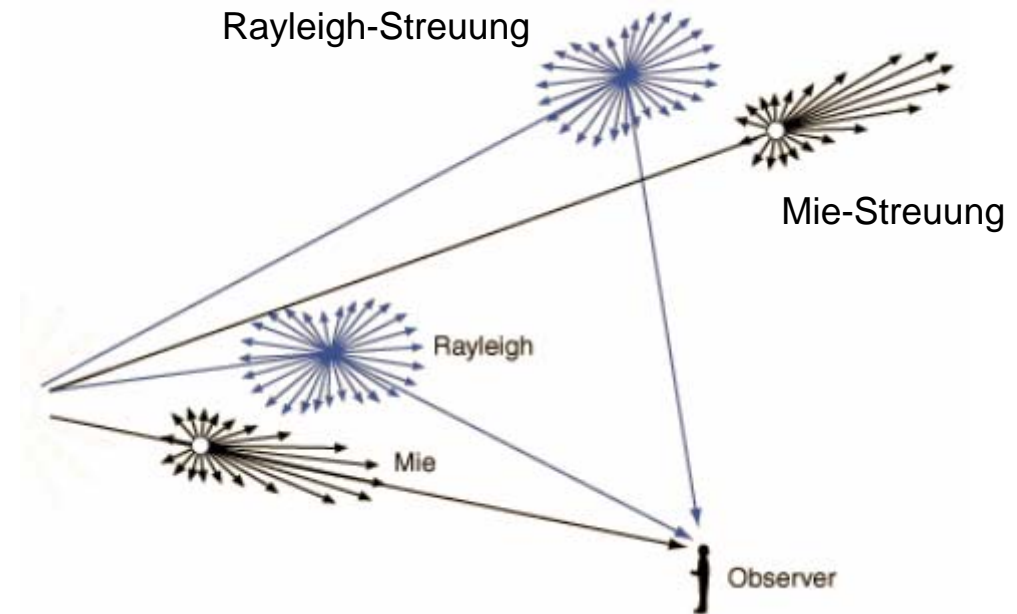


Rayleigh-Streuung



Ein Beobachter sieht von oben her eher die Rayleigh-Streuung, da die Mie-Streuung stärker in die Vorwärtsrichtung erfolgt.

Die Mie Streuung ist (bis auf spezielle Resonanzen) weitestgehend wellenlängen-unabhängig. Deshalb erscheinen Wolken (relativ große Wassertropfchen) weiß und nicht blau wie der Himmel.



Ein blauer Himmel (Rayleigh-Streuung) und weiße Wolken (Mie-Streuung)
[<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/atmos/blusky.html>]