

Induktion

Einleitung

Thema: Induktion

- Fragen:**
- was ist Induktion?
 - was besagt das **Induktionsgesetz?**
 - was besagt die **Lenzsche Regel?**
 - ...

Frage: was, wenn sich zeitlich ändernde ***E***- und ***B***-Felder sich gegenseitig erzeugen ("induzieren")?

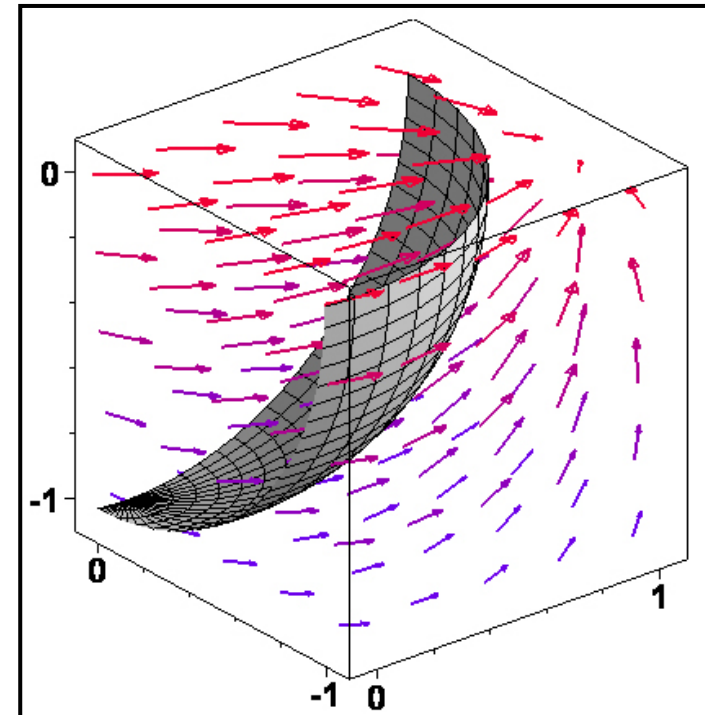
Wiederholung zur Elektrostatik

- Elektr. Ladungen sind Quellen bzw. Senken des elektrischen Feldes

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

- Insbesondere ist das Feld im ladungsfreien Raum divergenzfrei!
- Der elektrische Fluss durch eine geschlossene Oberfläche ist proportional zur eingeschlossenen Ladung:

$$\psi = \oint_{\text{Oberfläche}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



Wiederholung zur Elektrostatik

Das statische elektrische Feld ist rotationsfrei.

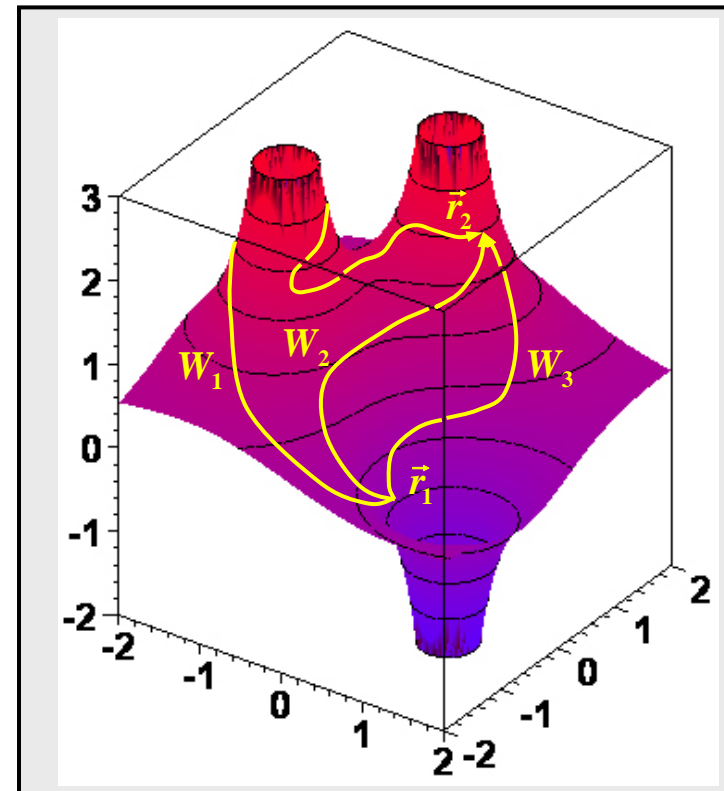
$$\text{rot } \vec{E} = 0$$

Damit gilt für jede geschlossene Kurve:

$$W = \int_{\text{Kurve}} \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

Deshalb kann man ein Potential angeben, so dass:

$$\vec{E} = \text{grad } \phi$$



$$\Phi(x, y, 0)$$

Potentialdifferenzen heißen Spannungen und sind ein Maß für die im elektrischen Feld gespeicherte Arbeit pro Einheitsladung.

Erweiterte Feldgleichung

nun: Magnetfeld und magnetischer Fluss sollen sich zeitlich ändern können

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}}$$

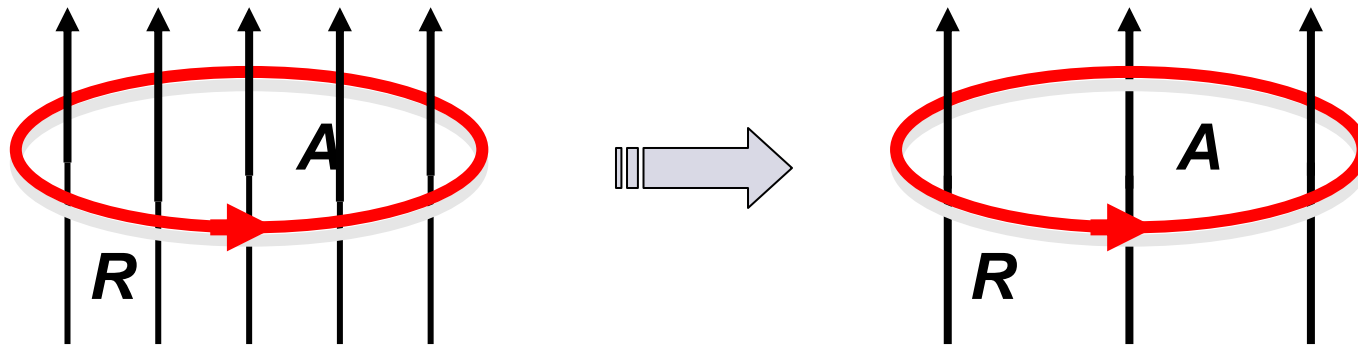
d.h. ein sich zeitlich änderndes Magnetfeld erzeugt ein elektrisches Wirbelfeld (***Induktion***)

- induzierte elektrische Feldlinien sind geschlossen, da sie nicht von Ladungen erzeugt werden.
- beachte: Feldlinien (d.h. ***E***-Feld) sind vorhanden, obwohl keine Ladungen vorhanden sind.

Induktionsgesetz

Frage: wie "funktioniert" Induktion?

→ ändere \mathbf{B} -Feld und damit magn. Fluss Φ_B
durch Fläche \mathbf{A} mit Rand \mathbf{R}



$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\dot{\vec{B}} \\ \int_A \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{A} &= -\int_A \dot{\vec{B}} \cdot d\vec{A} \\ \int_R \vec{E} \cdot d\vec{r} &= -\dot{\Phi}_B\end{aligned}$$

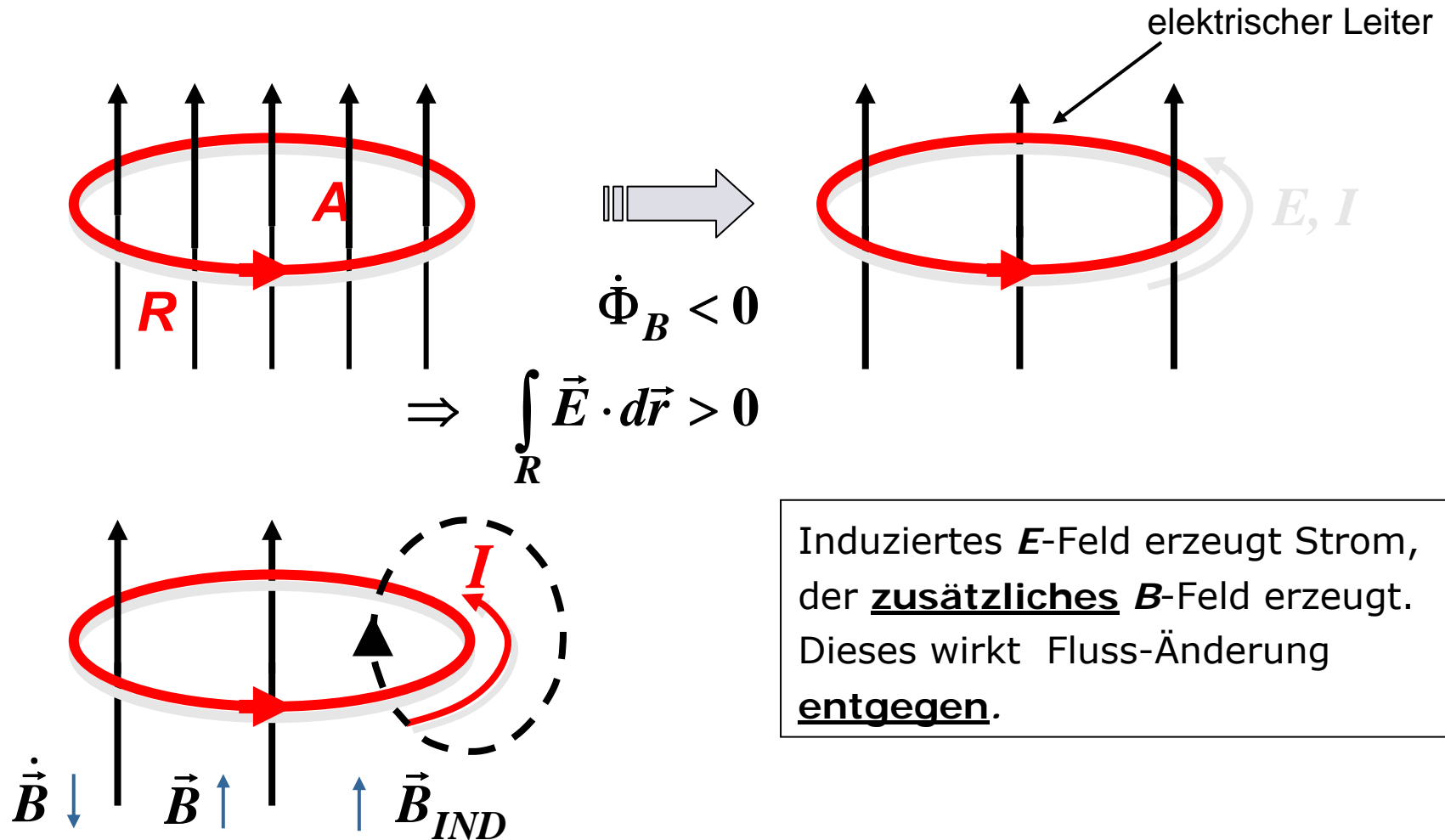
Induktionsgesetz

Änderung des magnetischen Flusses erzeugt (*induziert*) elektrisches Feld entlang Kurvenrand

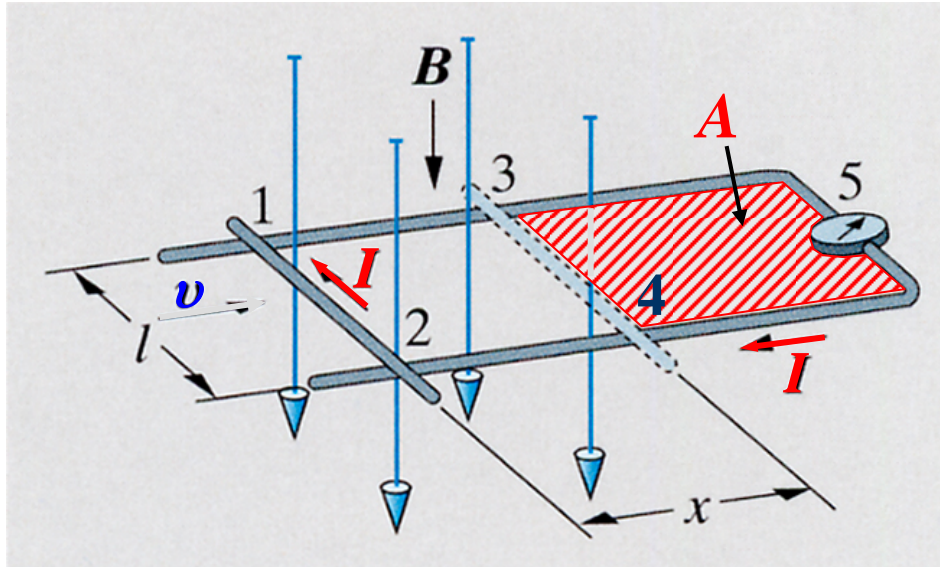
$$\dot{\Phi}_B = -\int_R \vec{E} \cdot d\vec{r} = -U_{IND}$$

Induktionsgesetz

ändere \mathbf{B} -Feld und damit magnetischen Φ_B Fluss durch Fläche \mathbf{A} mit Rand \mathbf{R}



Bewegte Leiterschleifen



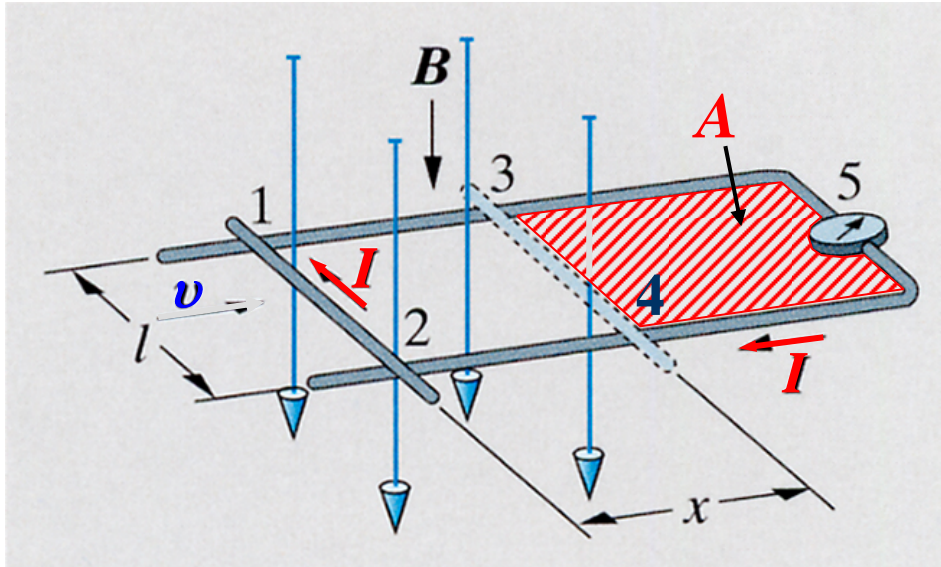
- B-Feld stationär (=zeitlich konstant)
- Fluss Φ_B ändert sich, da *Leiterschleife* deformiert wird (hier: Fläche reduziert)

- Maxwellgl. liefert keine Induktionsspannung, da $B = \text{const.}$

$$\int_{R(A)} \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_A \dot{\vec{B}} \cdot d\vec{A} = 0$$

→ keine Induktionsspannung? / kein Induktionsstrom ?

Bewegte Leiterschleifen



- Induktionsspannung
→ Induktionsstrom

→ Induktion des Magnetfeldes B_{IND}
- induziertes B -Feld wirkt Flussänderung Φ_M entgegen

- freie Ladungsträger im Stab erfahren Lorentz-kraft im B -Feld, Spannung baut sich

$$\vec{v} \times \vec{B} = -\vec{E}$$

$$\begin{aligned} U_{IND} &= -B \cdot v \cdot l \\ &= -B \cdot l \cdot \frac{d}{dt}(x) \\ &= -\frac{d}{dt}(A \cdot B) \end{aligned}$$

$$U_{IND} = -\dot{\Phi}_B$$

Bewegte Leiterschleifen

offensichtlich gilt:

zwischen den Enden einer Leiterschleife wird eine Spannung induziert, wenn magnetischer Fluss durch Fläche sich ändert, und zwar unabhängig davon, ob

1. die Flussänderung durch eine Änderung des magnetischen Feldes erzeugt wird:

$$\dot{\Phi}_B = -\frac{d}{dt}(A \cdot B(t)) = A \cdot \dot{B}(t)$$

2. die Flussänderung durch eine Änderung der durch die Leiterschleife effektiv umschlossenen Fläche erzeugt wird:

$$\dot{\Phi}_B = -\frac{d}{dt}(A(t) \cdot B) = \dot{A}(t) \cdot B$$

stets gilt daher das Induktionsgesetz:

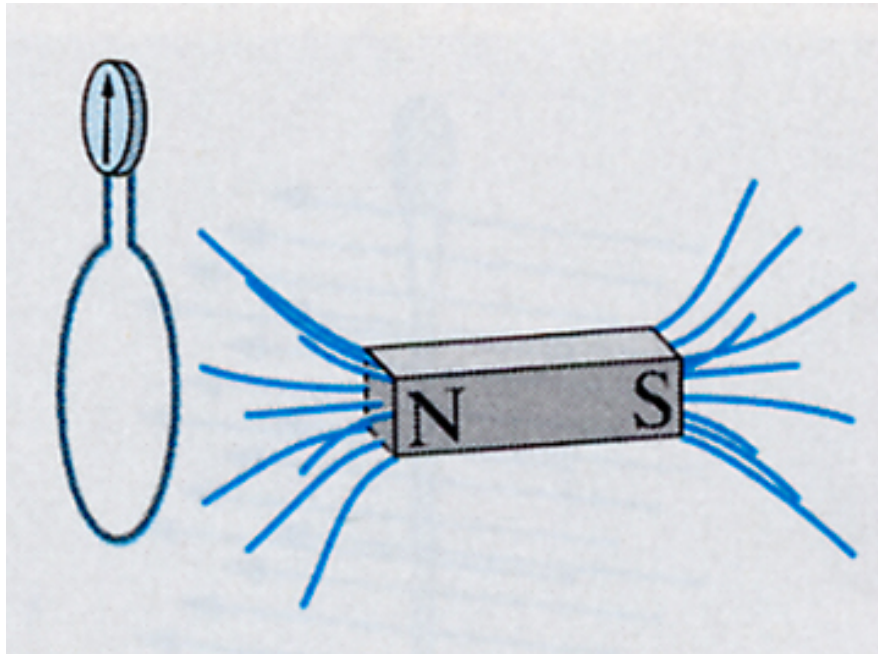
$$U_{IND} = -\dot{\Phi}_B$$

Lenzsche Regel

- Beispiele zeigen: bei den Induktionsphänomenen gilt die **Lenzsche Regel**:

Der induzierte Strom ist immer so gerichtet, dass sein Magnetfeld der Induktionsursache entgegenwirkt.

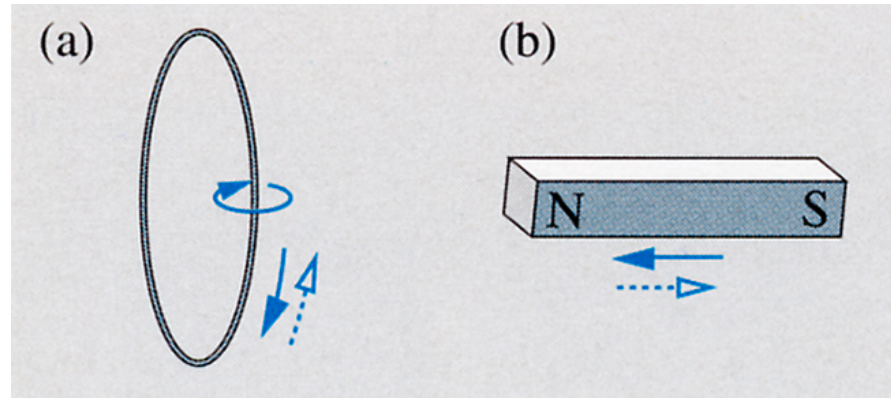
Elihu-Thomson



- Wird der Stabmagnet von der Leiterschleife entfernt, ziehen sich Stabmagnet und Leiterschleife an.

- Stabmagnet wird Leiterschleife genähert
 - B -Fluss-Änderung in Leiterschleife
 - Induktionsstrom in Leiterschleife
 - magnetische Dipole stoßen sich ab

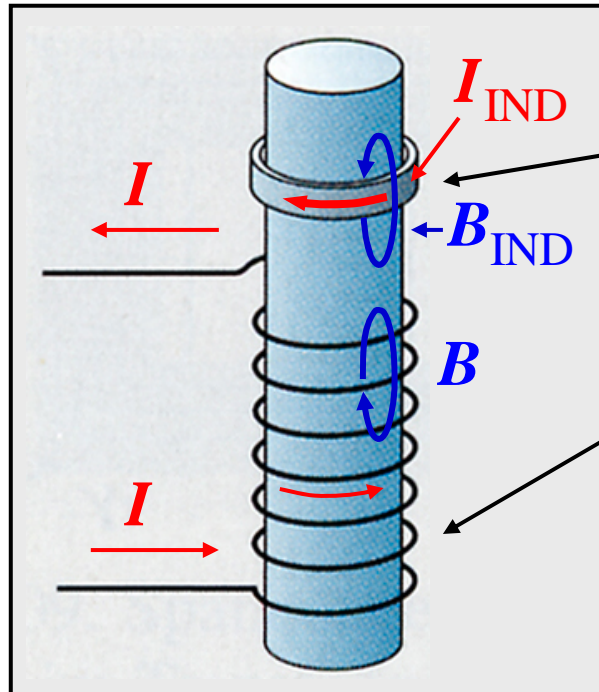
Elihu-Thomson



Richtung des induzierten Stromes in einem Ring; (a) beim Heranführen eines Stabmagneten mit dem Nordpol voran (\leftarrow); (b) beim Entfernen des Magneten (\dashrightarrow)

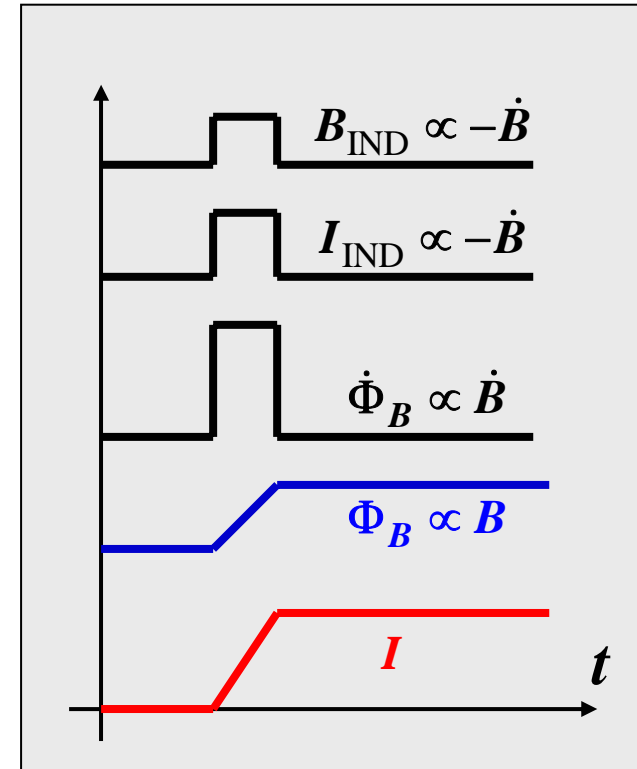
Das induzierte Magnetfeld ist so orientiert, dass es der Änderung des magnetischen Flusses durch die Leiterschleife entgegenwirkt.

Elihu-Thomson



Aluminium-Ring

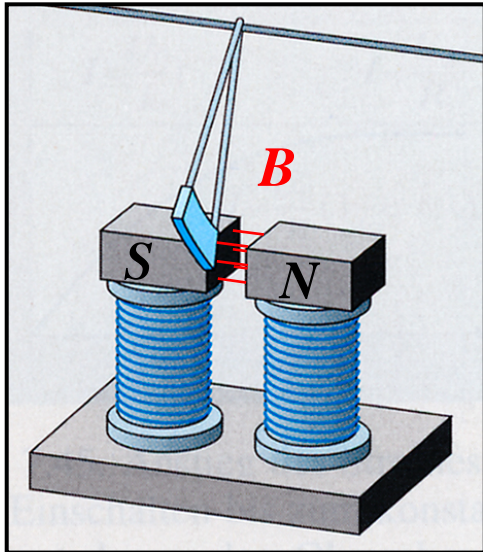
Eisenkern, nicht
prinzipiell
notwendig



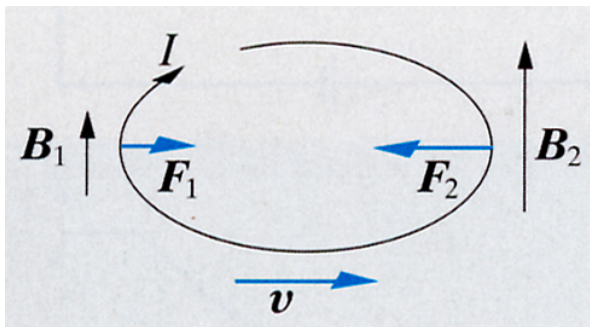
Änderung von Φ_B bei Stromänderung ΔI in Spule

- Induktion von Wirbelstrom I_{IND} ,
- induziertes Magnetfeld B_{IND} , wirkt $\dot{\Phi}_B$ entgegen!
- magnetische Dipole stoßen sich ab

Wirbelstrombremse



- zeitliche Änderung des magnetischen Flusses durch Metallstück induziert Wirbelströme
- auf Wirbelströme wirken Lorentzkräfte, die der Bewegung entgegengerichtet sind.
Begründung entweder:
 - Lenzsche Regeloder



- wegen Inhomogenität des \mathbf{B} -Feldes ist „bremsende“ Kraft \mathbf{F}_2 an Frontseite stärker als beschleunigender Teil \mathbf{F}_1