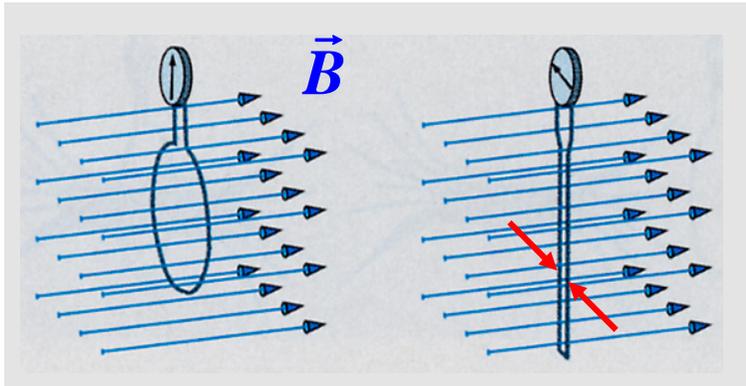
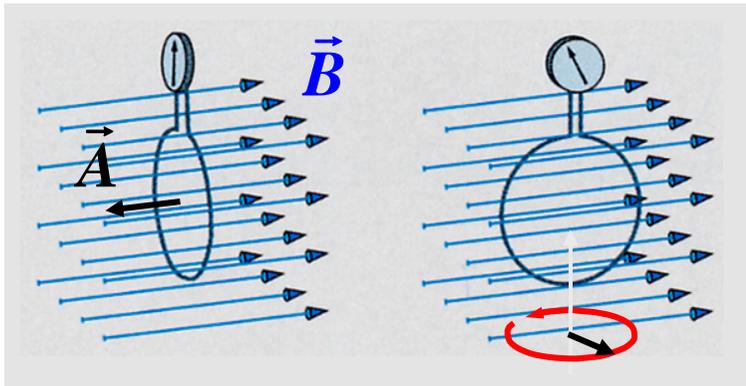


Wechselstrom

Rotierende Leiterschleife



- Veränderung der Form einer Leiterschleife in einem magnetischen Feld induziert eine Spannung

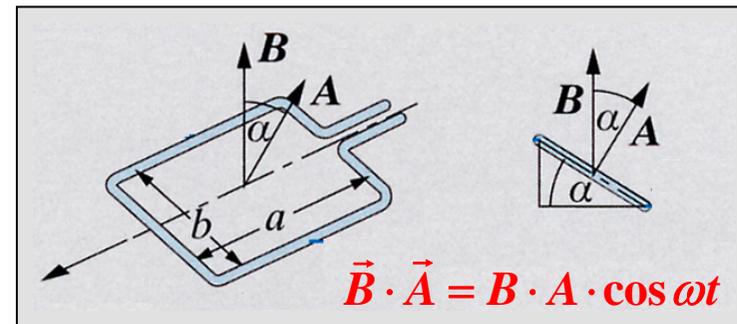


- zur kontinuierlichen Induktion von Spannung: periodische Bewegung, z.B.

Rotation einer Leiterschleife

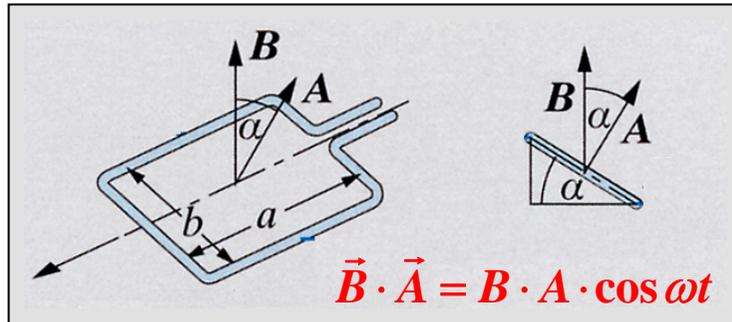
$$U_{\text{IND}} = -\dot{\Phi}_B$$

$$= -\frac{d}{dt}(\vec{B} \cdot \vec{A})$$



Rotierende Leiterschleife

$$U_{\text{IND}} = -\dot{\Phi}_B$$



⇒ gleichmäßige Rotation der Leiterschleife induziert sinus-förmige Spannung zwischen Enden der Leiterschleife:

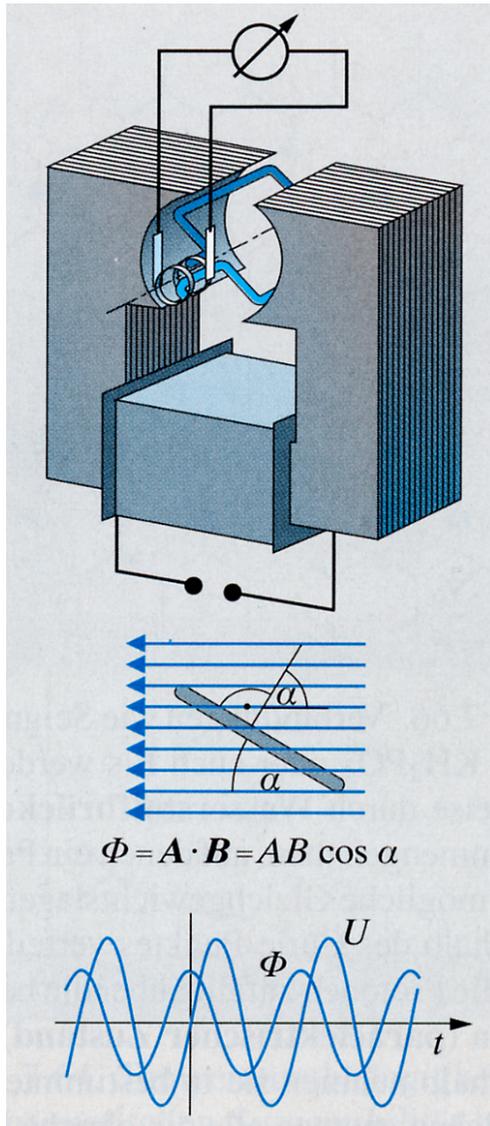
- Amplitude der Spannung ist proportional
 - zur magnetischen Flussdichte B

$$U_{\text{IND}} = -\frac{d}{dt}(B \cdot A \cdot \cos \omega t)$$

$$U_{\text{IND}} = B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin \omega t$$

- zur Größe A der rotierenden Fläche
- zur Kreisfrequenz ω der Rotation

Drehspulgenerator



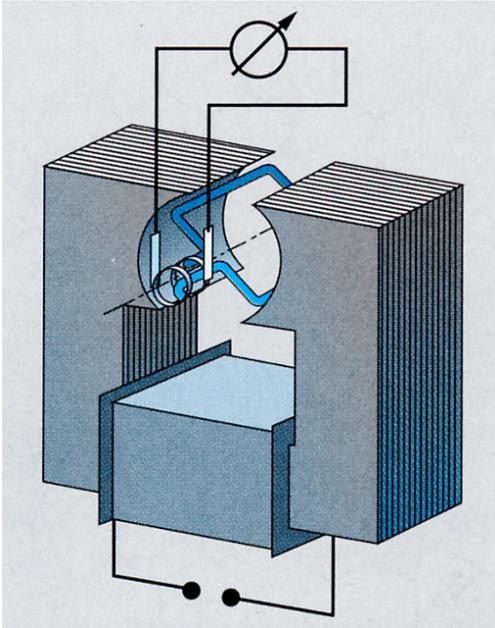
⇒ gleichmäßige Rotation der Leiterschleife induziert sinusförmige Spannung zwischen Enden der Leiterschleife:

$$U_{\text{IND}} = -\dot{\Phi}_B$$

$$U_{\text{IND}} = -\frac{d}{dt}(B \cdot A \cdot \cos \omega t)$$

$$U_{\text{IND}} = B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin \omega t$$

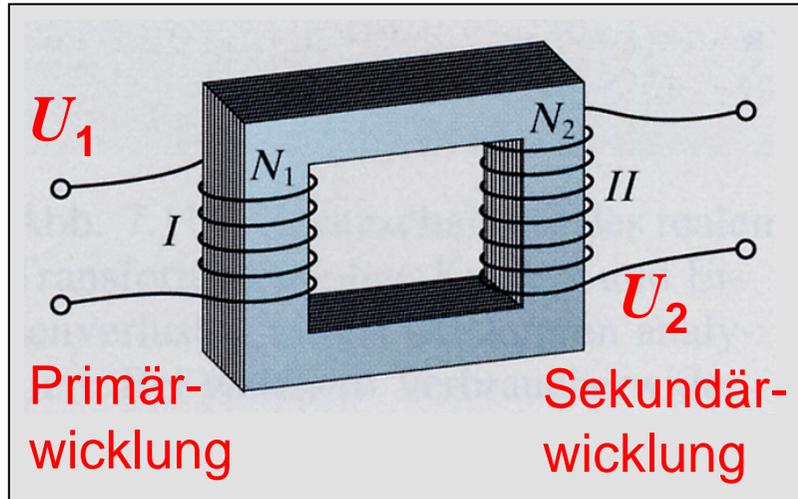
Wechselstrommotor



Drehspulgenerator als **Wechselstrommotor**

- Funktionsweise des Drehspulgenerators kann umgedreht werden:
 - in Leiterschleife wird Wechselstrom injiziert
 - stromdurchflossene Leiter erfahren Lorentzkraft im Magnetfeld
 - Drehmoment wird erzeugt
 - nach halber Umdrehung muss Stromrichtung gewechselt werden (daher Wechselstrom notwendig)
- Gleichstrommotoren sind technisch aufwendiger.

Transformator [1]



- bei idealem Transformator (keine ohmschen Widerstände, keine Wirbelströme) ist auf Primärseite

$$U_1 = -U_{IND,1} = N_1 \cdot \dot{\Phi}_1$$

- Induktionsspannung über der Sekundärwicklung:

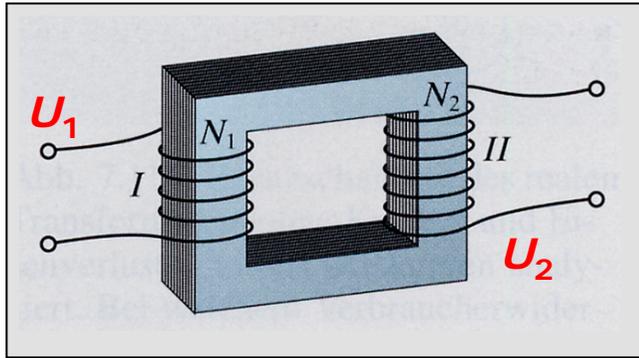
$$U_2 = U_{IND,2} = -N_2 \cdot \dot{\Phi}_2$$

- da Eisenkern geschlossen, ist

$$\Phi_1 = \Phi_2 \Rightarrow \dot{\Phi}_1 = \dot{\Phi}_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{U_2}{U_1} = -\frac{N_2}{N_1}}$$

Transformator [2]

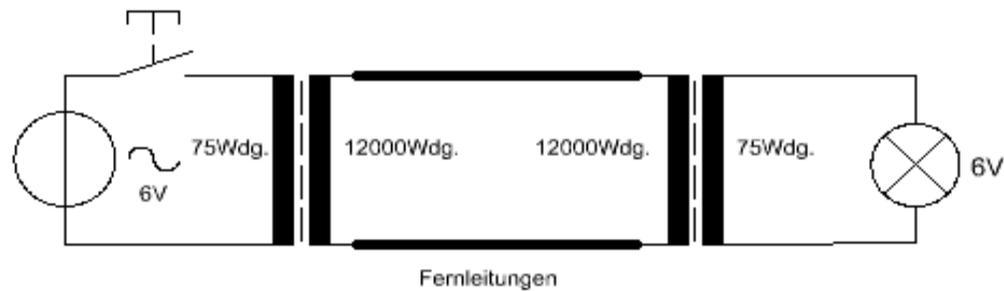
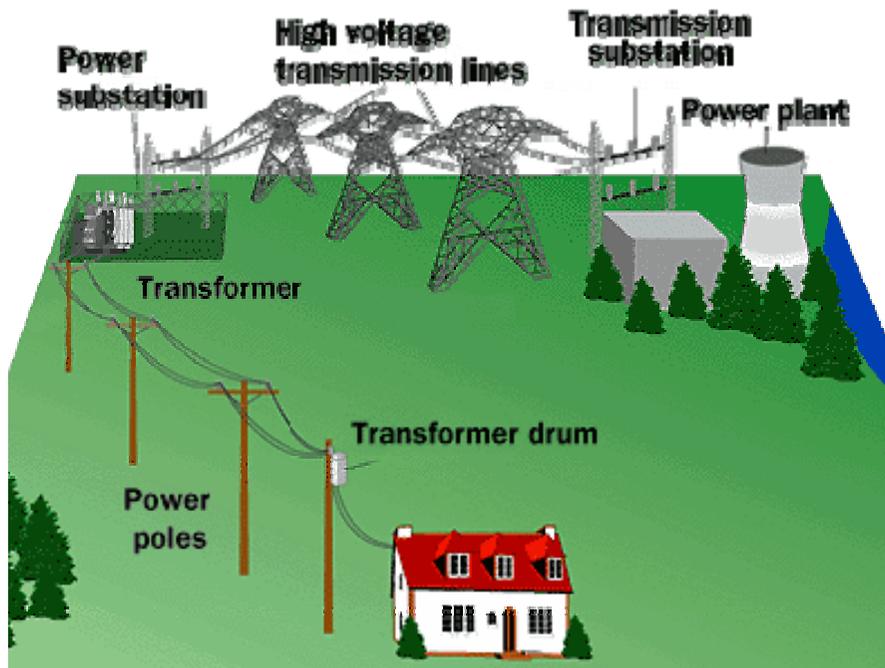


- Transformatoren vergrößern oder verkleinern die Amplitude einer periodischen Eingangsspannung.
- Die Frequenz der periodischen Eingangsspannung wird nicht verändert.

$$U_2/U_1 = -N_2/N_1$$

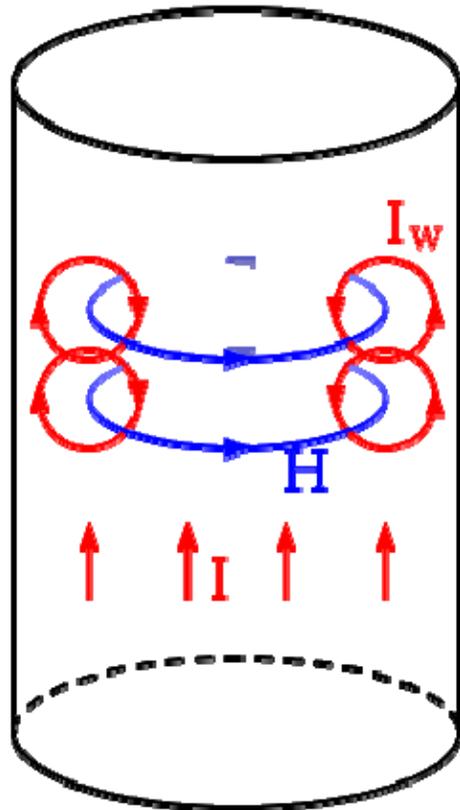
- Die primärseitige und sekundärseitige Spannung sind stets um 180° phasenverschoben.

Hochspannungs-Stromnetz



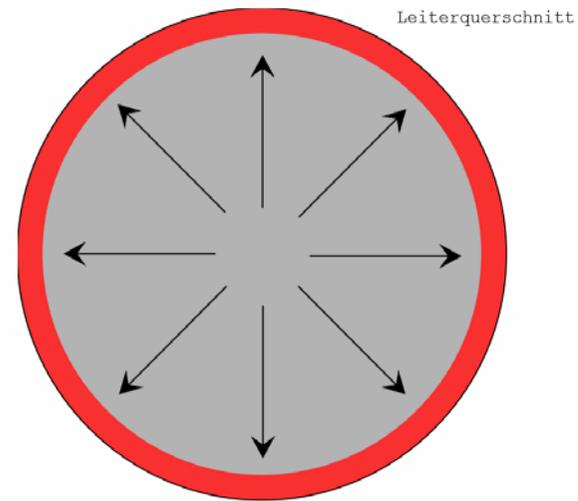
Skin-Effekt

[wikipedia]



Im Leiter überlagern
sich Wechselstrom und
Wirbelströme

Skineffekt - Stromverdrängung



Stromdurchflossene „Haut“ (=Skin)

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \mu_r \sigma}}$$

mit

ω - Kreisfrequenz

σ - elektrische Leitfähigkeit des Materials

f - Frequenz

μ - Permeabilität

μ_0 - Permeabilitätskonstante des Vakuums

μ_r - relative Permeabilitätszahl des Materials

**Frequenzabhängige
Skin-Tiefe δ einer
Kupferleitung**

Frequenz	δ
50 Hz	9,38 mm
60 Hz	8,57 mm
1 kHz	2,10 mm
5 kHz	0,94 mm
10 kHz	0,66 mm
50 kHz	0,30 mm
100 kHz	0,21 mm
500 kHz	0,094 mm = 94 μ m
1 MHz	0,066 mm = 66 μ m
10 MHz	0,021 mm = 21 μ m
100 MHz	6,6 μ m
1 GHz	2,1 μ m
10 GHz	0,7 μ m
100 GHz	0,2 μ m

Induktivität [1]

- **Induktivität:**

Strom (Stromstärke I) fließt durch Leiterschleife

→ Magnetfeld \mathbf{B} wird erzeugt

→ magnetischer Fluss Φ_B durch Fläche der Leiterschleife wird erzeugt, der proportional zum Strom ist:

Proportionalitätsfaktor L heißt **Induktivität** der Leiterschleife:

$$\Phi_B = L \cdot I$$

- Induktivität einer Leiterschleife hängt nur ab von geometrischer Form der Schleife und von magnetischer Permeabilität μ_r der Umgebung der Schleife

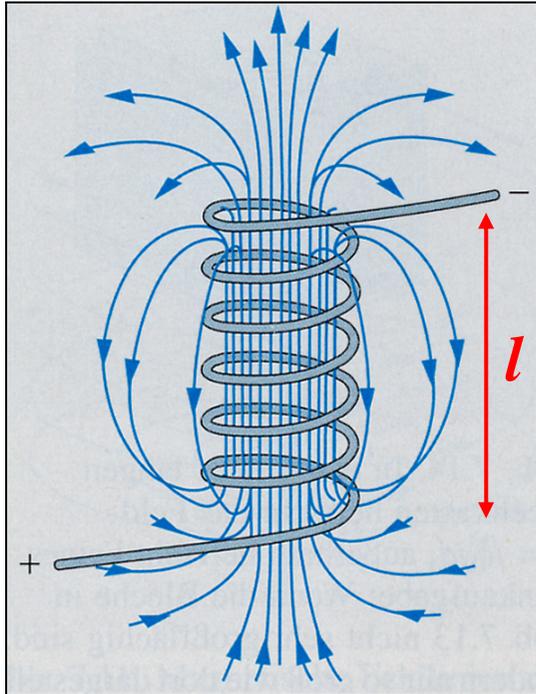
Induktivität [2]

- **SI-Einheit** der Induktivität ist das ***Henry H***:

$$1 H = 1 \frac{V}{A \cdot s} = 1 \Omega \cdot s = 1 \frac{J}{A^2}$$

- (magnetische) Induktivität einer Leiterschleife ist Analogon zu (elektrischer) Kapazität eines Kondensators

Induktivität einer Spule



- Magnetfeld einer Spule, die mit Material der Permeabilität μ_r gefüllt ist und Länge l mit N Wicklungen besitzt

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I$$

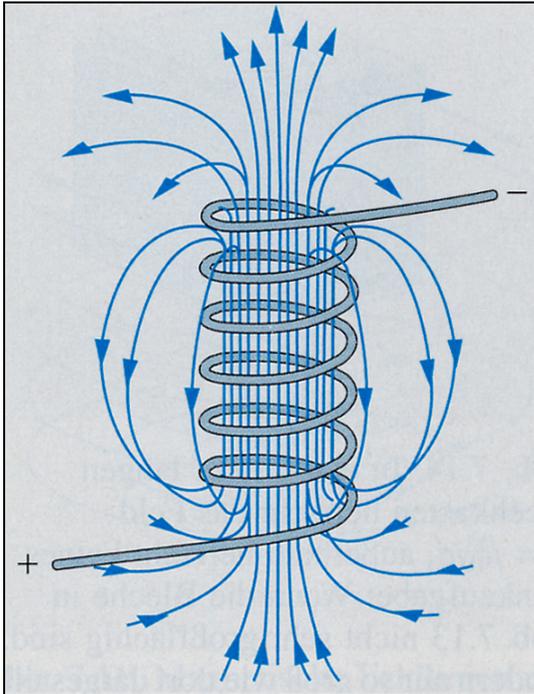
- Gesamtfluss durch Spule:

$$\begin{aligned}\Phi_B &= B \cdot A \cdot N \\ &= \mu_r \cdot \mu_0 \cdot N^2 \frac{A}{l} \cdot I\end{aligned}$$

$$L = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot N^2 \frac{A}{l}$$

Induktivität einer Spule

Induktivität einer Spule



- **Ein/Ausschalten von Spulen**

Induktion wirkt auch auf den Erzeuger des sich ändernden Magnetfeldes:

- Strom durch Spule wird ausgeschaltet

→ magnetischer Fluss durch Leiterschleifen verringert sich

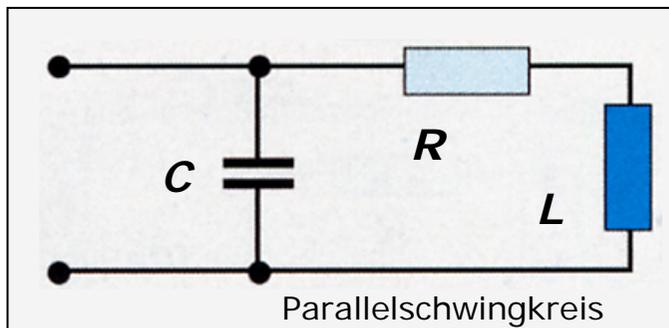
→ in Leiterschleifen wird Strom **induziert**, der Abbau des Magnetfeldes entgegenwirkt:

Daher: L = „Induktivität“

$$U_{IND} = -\dot{\Phi}_B = -L \cdot \dot{I}$$

Parallelschwingkreis [1]

- Kondensator aufladen, dann Spannungsquelle abklemmen
 - Kondensator entlädt sich über Spule und Widerstand
 - Energie wird (teilweise) in **B**-Feld der Spule gespeichert



- wenn Strom „erlahmt“: Spule induziert Spannung die Stromfluß aufrecht erhält; Energie wieder von **B**-Feld → **E**-Feld

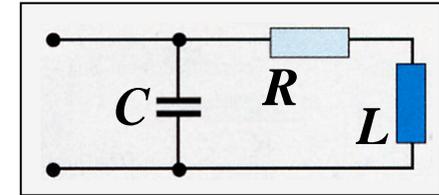
- Maschenregel: $\dot{U}_C = I/C$ (Definition der Kapazität)
 $U_C + U_R + U_L = 0$ $U_R = R \cdot I$ (Ohmsches Gesetz)
 $\dot{U}_C + \dot{U}_R + \dot{U}_L = 0$ $U_L = L \cdot \dot{I}$ (Induktionsgesetz)

$$\frac{I}{C} + R \cdot \dot{I} + L \cdot \ddot{I} = 0$$

**Bewegungsgleichung
des Parallel-
Schwingkreises**

Parallelschwingkreis [2]

- vgl. gedämpfter harmonischer Oszillator



$$\ddot{I} + \frac{R}{L} \cdot \dot{I} + \frac{1}{LC} \cdot I = 0$$

$$\ddot{z} + \frac{\kappa}{m} \cdot \dot{z} + \frac{D}{m} \cdot z = 0$$

Kreisfrequenz der Schwingung
(schwacher Dämpfung)

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

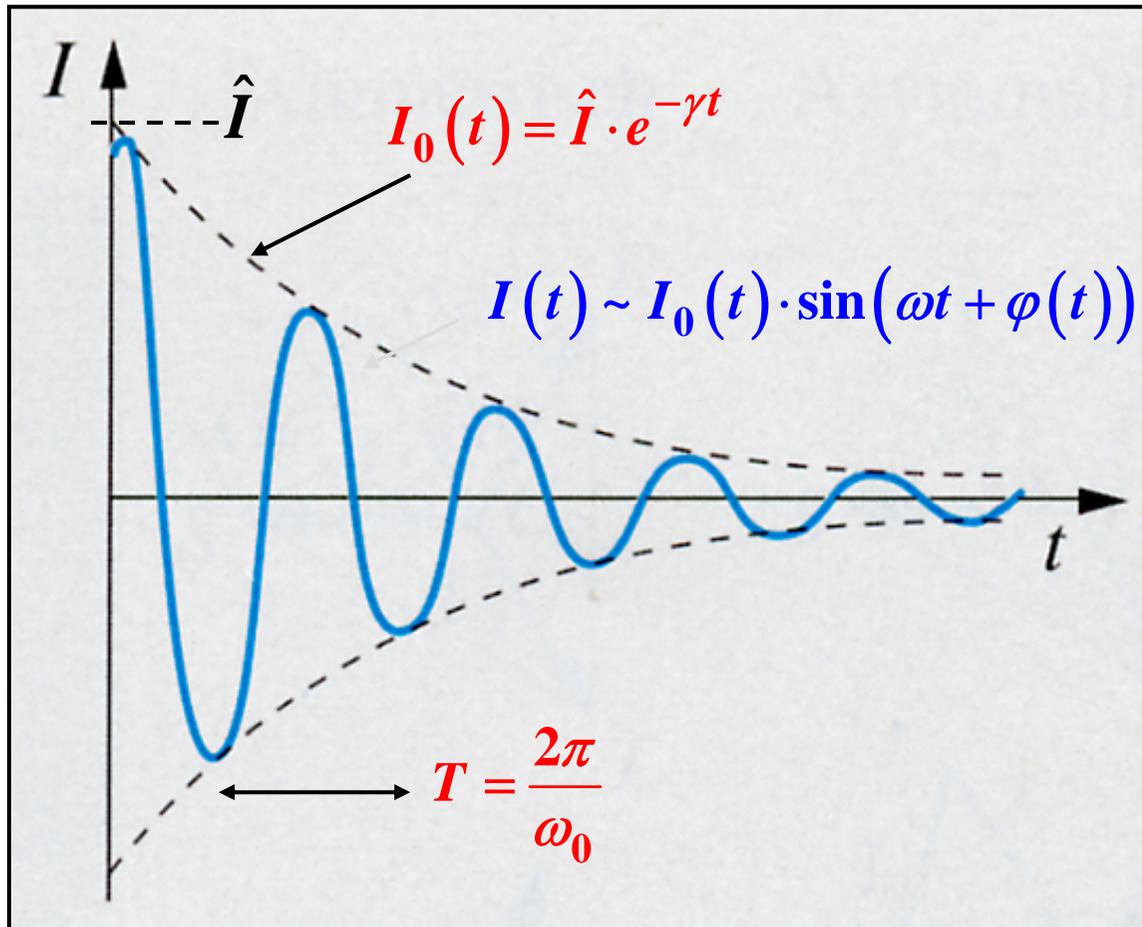
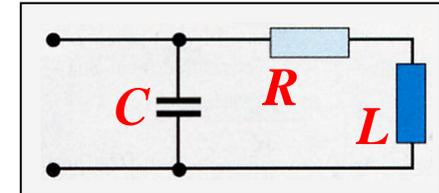
Zerfallskonstante

$$\gamma = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{L}$$

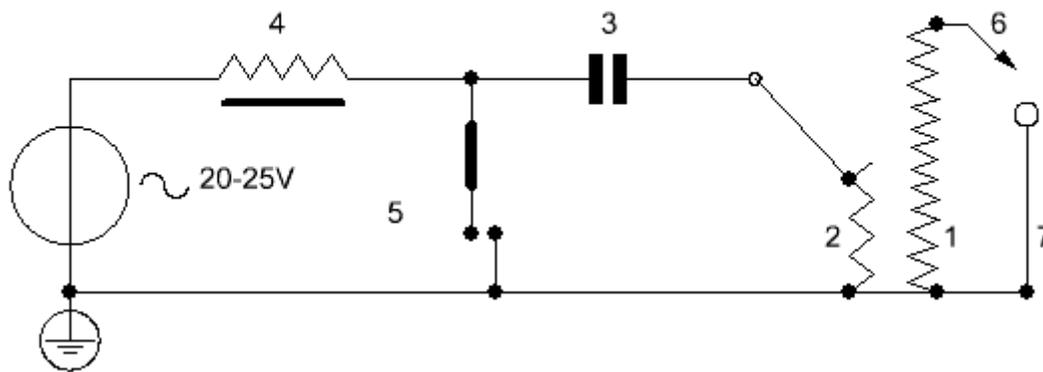
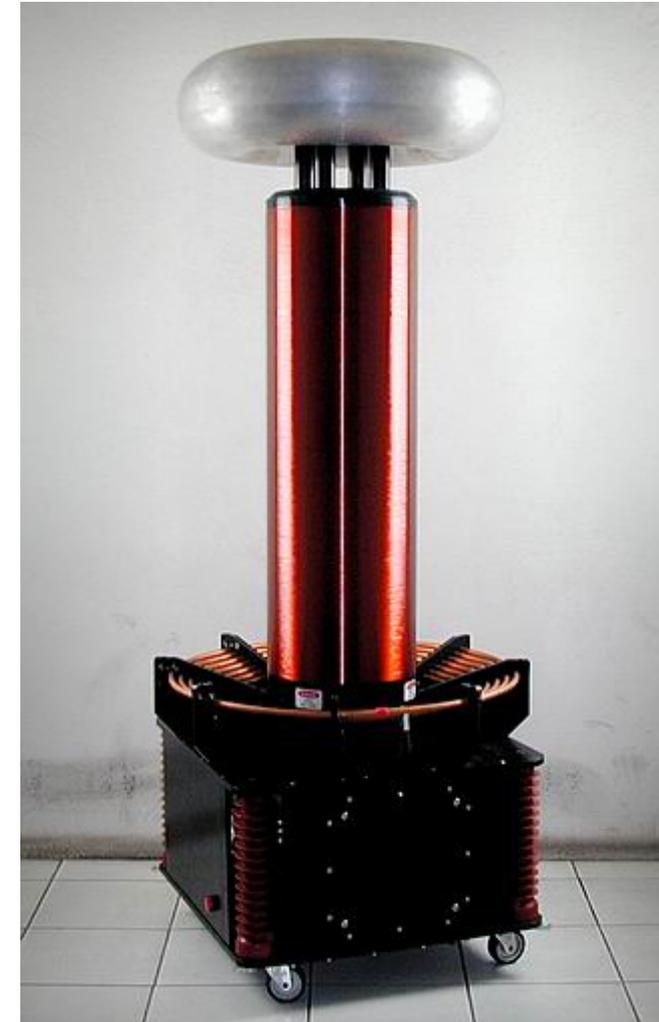
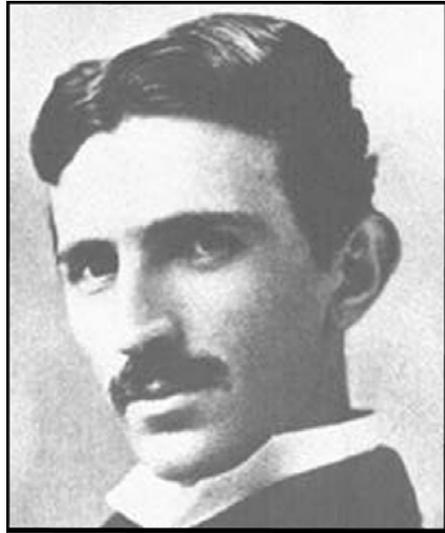
$$\gamma = \frac{1}{2} \cdot \frac{\kappa}{m}$$

Parallelschwingkreis [3]

- Schwingung des Schwingkreises



Tesla-Transformator



Tesla-Transformator

