

Grundaussagen der Elektrostatik

- (1) Es gibt zwei Arten von elektrischen Ladungen (bezeichnet als „positiv“ und „negativ“, da sie einander neutralisieren können)
- (2) Gleichnamige Ladungen stoßen einander ab, ungleichnamige ziehen einander an.
- (3) Ladung bleibt im abgeschlossenen System erhalten.
- (4) Ladung ist gequantelt. Das heißt sie existiert (in der direkt beobachtbaren Natur) nur als ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung

$$e = 1.602\,176\,462(63) \cdot 10^{-19} \text{ C (Coulomb)}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{SI-System:} & 1 \text{ Coulomb} & = 1 \text{ Ampere} \cdot 1 \text{ Sekunde} \\ & [\text{Ladung}] & = [\text{Strom}] \cdot [\text{Zeit}] \end{array}$$

Grundaussagen der Elektrostatik

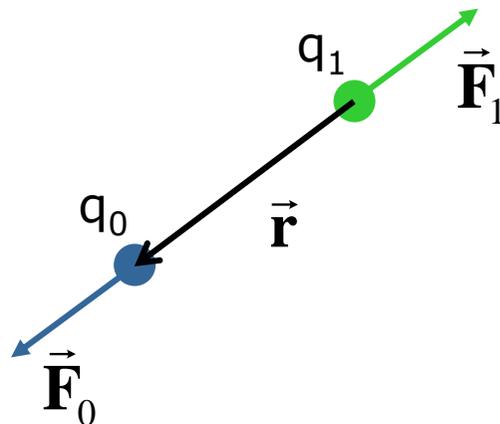
(5) Die Kraft zwischen zwei Punktladungen q_0 und q_1 mit Abstand r

(5a) wirkt entlang ihrer Verbindungslinie.

(5b) ist proportional zum Produkt q_0q_1 der Ladungen.

(5c) ist proportional zu $1/r^2$

→ Coulomb - Gesetz

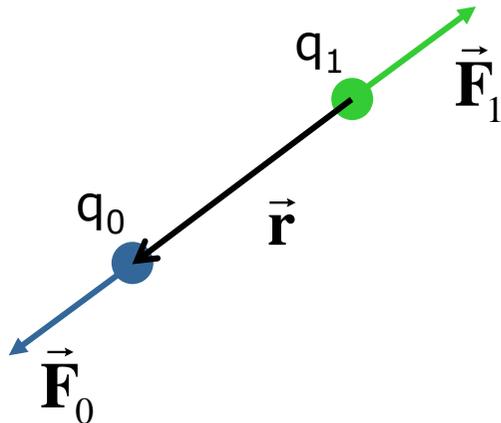


$$\vec{\mathbf{F}}_0 = -\vec{\mathbf{F}}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0q_1}{|r|^2} \hat{\mathbf{r}}$$

$$\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_0 - \vec{\mathbf{r}}_1, \quad \hat{\mathbf{r}} = \frac{\vec{\mathbf{r}}}{|r|}$$

$$r = |r| = \|\vec{\mathbf{r}}\|$$

Coulomb-Gesetz



$$\vec{\mathbf{F}}_0 = -\vec{\mathbf{F}}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_1}{|r|^2} \hat{\mathbf{r}}$$

$$\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_0 - \vec{\mathbf{r}}_1, \quad \hat{\mathbf{r}} = \frac{\vec{\mathbf{r}}}{|r|}, \quad r = |r| = \|\vec{\mathbf{r}}\|$$

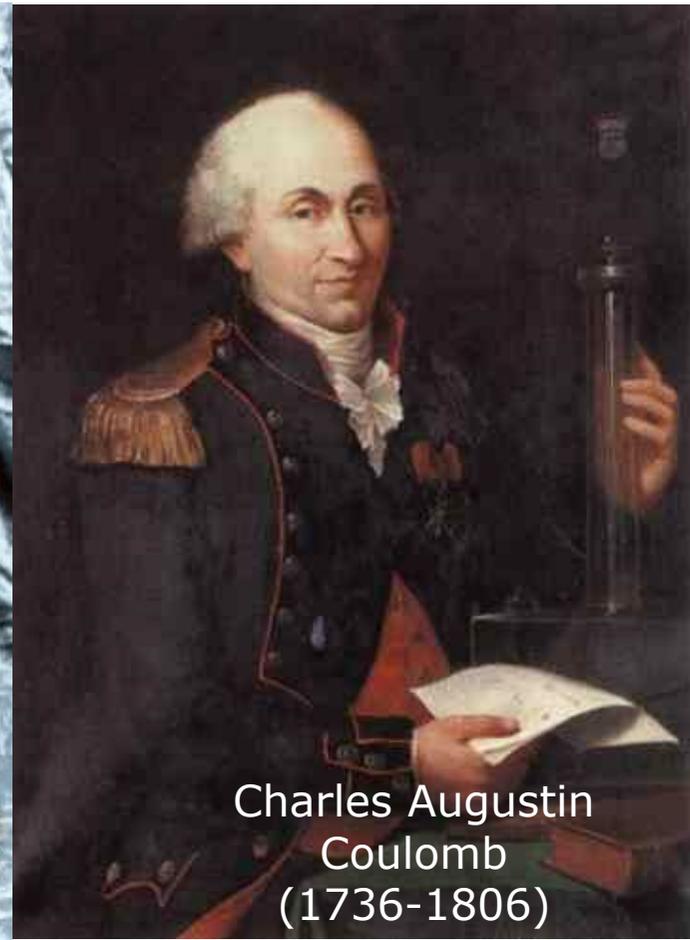
- Die Proportionalitätskonstante im Coulomb-Gesetz hängt dabei vom Einheitensystem (Definition der Einheitsladung ...) ab!
- $\epsilon_0 = 8.8541 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{J}\cdot\text{m}$ „Dielektrizitätskonstante des Vakuums“

$$f^* = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 10^{-7} \cdot c^2 \cdot \frac{\text{N}}{\text{A}^2} = (8.987551787\dots) \cdot 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}$$

Lichtgeschwindigkeit

Coulomb-Waage

- ▶ 1785 von C. Coulomb mit Hilfe der vom ihm entworfenen Coulomb-Waage (1777) angewendet (siehe Gravitationswaage)



Charles Augustin
Coulomb
(1736-1806)

Coulomb-Kraft vs. Gravitationskraft

$$F_C = f^* \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

- ▶ Verhältnis der beiden Kräfte zwischen zwei Protonen

$$\frac{\text{elektrische Kraft}}{\text{Gravitation}} = \frac{f^* \cdot e^2}{G \cdot m_p^2} = \frac{8.98 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot (1.6 \cdot 10^{-19} \text{C})^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot (1.67 \cdot 10^{-27} \text{kg})^2}$$
$$\approx \frac{10^{10} \cdot 10^{-38}}{7 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{-54}} = \frac{1}{7} \cdot 10^{37}$$

... aber die meisten Ladungen heben sich auf, da ein (makroskopischer) Körper nur einen geringen Teil seiner Ladungen (z.B. Elektronen) abgeben kann.

Coulomb-Kraft vs. Gravitationskraft

- ▶ Ladungen von jeweils 1 Coulomb in Berlin und Potsdam ($r \sim 30 \text{ km}$) erzeugen eine Kraft von 10 Newton (entspricht der Gewichtskraft einer Masse von 1 kg)
- ▶ Ein Atom wird durch elektrische Anziehungskräfte zusammengehalten. Es gilt dabei für den Grundzustand des Wasserstoffs

$$r_{atom} = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{e^2 m_e} \approx 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

- ▶ Würde das Atom lediglich durch die Gravitationsanziehung zwischen Proton und Elektron zusammengehalten, dann wäre

$$\tilde{r}_{atom} = \frac{\hbar^2}{G(m_e m_p) m_e} \approx 1.2 \cdot 10^{29} \text{ m} \approx 1.27 \cdot 10^{13} \text{ Lichtjahre}$$

Grundaussagen der Elektrostatik

(6) Die elektrische Kraft zwischen Elementarteilchen ist um viele Größenordnungen stärker als die Gravitationskraft. Der Faktor beträgt dabei für die Paarungen

(6a) Proton – Proton: $1.2 \cdot 10^{36}$

(6b) Proton – Elektron: $2.3 \cdot 10^{39}$

(6b) Elektron – Elektron: $4.2 \cdot 10^{42}$

Grundaussagen der Elektrostatik

(7) Für Kräfte zwischen Ladungen gilt das Superpositionsprinzip.

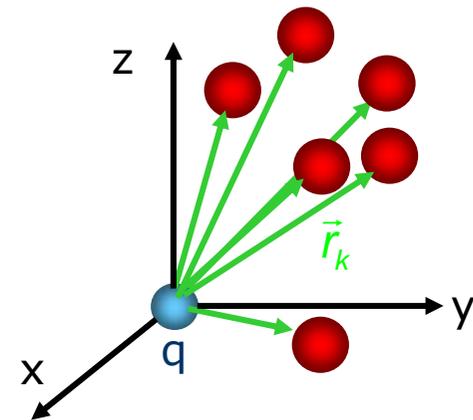
► Welche Kraft wirkt auf eine Probeladung q_0 , falls mehrere Punktladungen q_k $\{k=1\dots n\}$ vorhanden sind?

► Die Abstandsvektoren zwischen q_0 und den Ladungen q_k sind gegeben durch

$$\vec{r}_k = \vec{r}_0 - \vec{r}_k,$$

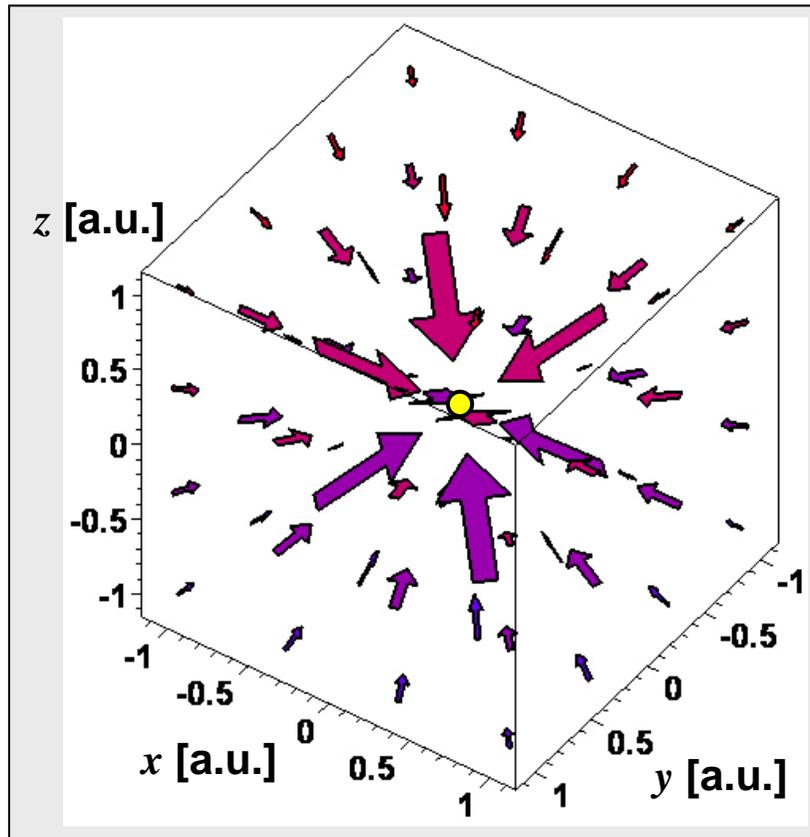
► Die resultierende Kraft auf q_0 ergibt als Summe über alle Kräfte zwischen q_0 und den q_k (Superpositionsprinzip):

$$\vec{F}_0 = q_0 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{r_k^2} \hat{r}_k$$



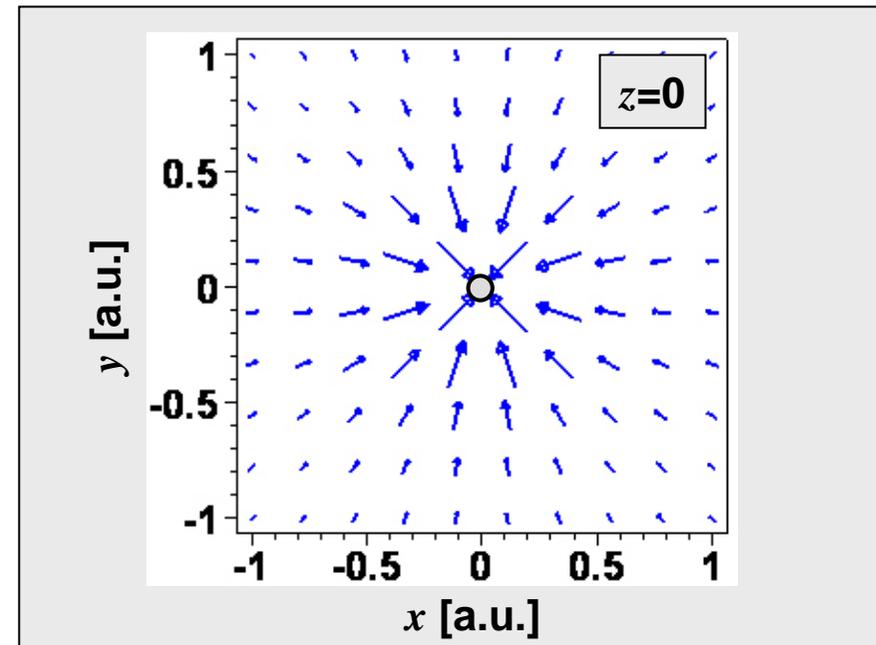
Elektrisches Feld

Elektrisches Feld (Vektorfeld !) einer negativen Punktladung:



\vec{E} zeigt von positiven zu negativen Ladungen.

Die Länge der Pfeile gibt die lokale Stärke, die Richtung der Pfeile die lokale Richtung der Kraft an, die auf Probekörper wirkt.



Elektrisches Feld

- ▶ Die Formel für die Kraft auf ein Probesteilchen

$$\vec{\mathbf{F}}_0 = q_0 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{r_k^2} \hat{\mathbf{r}}_k$$

legt es nahe, diese Formel zu zerlegen und eine neue Größe einzuführen:

- ▶ Das **elektrische Feld** ist definiert durch die Kraftwirkung auf eine (infinitesimal) kleine Punktladung

$$\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{r_k^2} \hat{\mathbf{r}}_k$$

$$\vec{\mathbf{F}}_0 = q_0 \cdot \vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}_0) \quad \vec{\mathbf{r}}_k = \vec{\mathbf{r}}_0 - \vec{\mathbf{r}}_k,$$

- ▶ SI-Einheit: [E-Feld] = [Kraft] / [Ladung] = Newton / Coulomb
[E-Feld] = [Spannung] / [Länge] = Volt / Meter

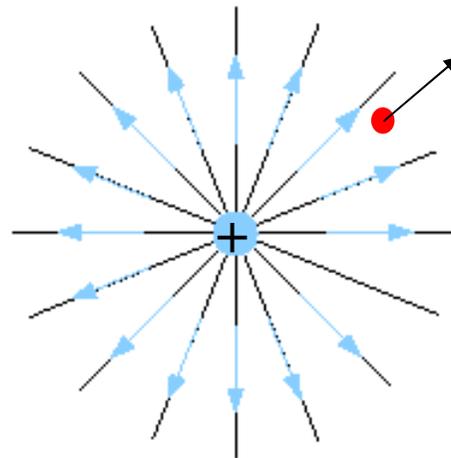
Später ...

Elektrisches Feld einer Punktladung

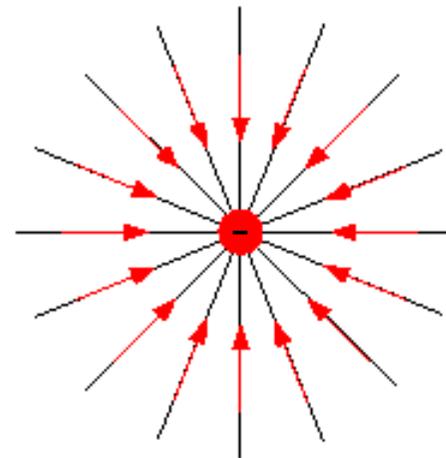
- ▶ Probeladung soll sehr klein sein, um Feld nicht zu verändern
- ▶ Feld für einzelne Punktladung mit Ladung q

$$\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

- ▶ Für einzelne Punktladungen verlaufen „Feldlinien“ radial
- ▶ Feldlinien beginnen an positiven Ladungen und enden an negativen Ladungen
 - ▷ positive Testladung bewegt sich in in Richtung der Feldlinien
- ▶ Feldlinien kreuzen sich nicht



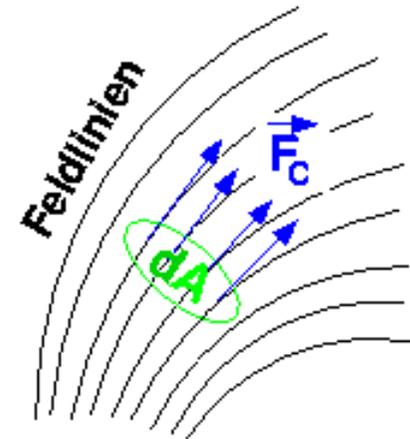
positive Punktladung



negative Punktladung

Regeln für Feldlinien

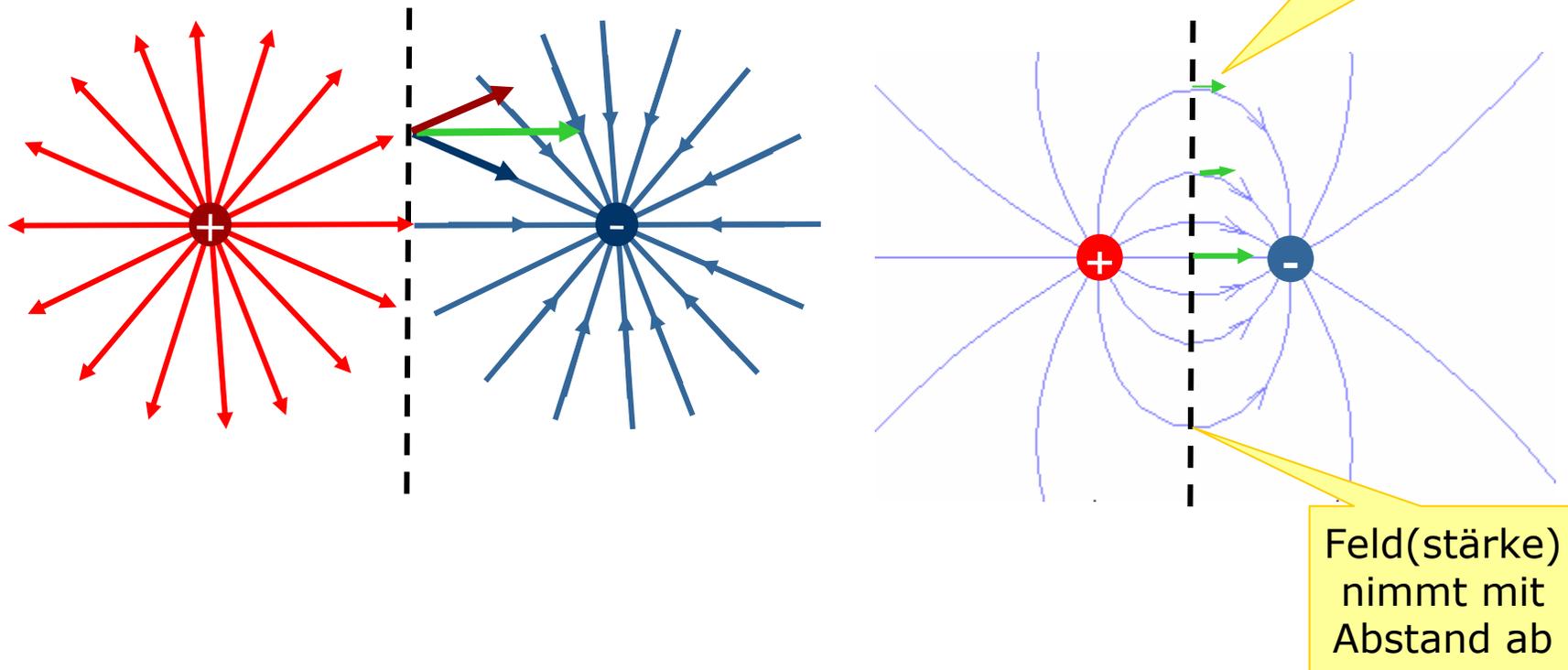
- ▶ Feldlinien sollen ein intuitives Bild der Stärke und Richtung eines Feldes im zwei bzw. dreidimensionalen Raum geben.
 - ▶ Die Richtung der Tangente an die elektrische Feldlinie in einem Punkt ist identisch zu der Richtung der Kraft, die in diesem Punkt durch das Feld auf eine **positive** Punktladung ausgeübt wird.
 - ▶ Die Intensität der Feldlinien (= Anzahl der Feldlinien pro Fläche $d\mathbf{A}$ senkrecht zum Feld) ist proportional zur Stärke der Kraft, die durch das elektrische Feld auf eine Punktladung ausgeübt wird.
 - ▶ Im Falle von statischen Ladungen: Elektrische Feldlinien beginnen immer an den positiven Ladungen und enden an den negativen Ladungen.
 - ▶ Elektrische Feldlinien kreuzen sich nicht, d.h. das elektrische Feld ist in jedem Punkt des Raums eindeutig, denn gäbe es einen Kreuzungspunkt, so erhielte man zwei unterschiedliche Feldstärken.



Überlagerung zweier Felder

- ▶ Feldstärken addieren sich vektoriell

$$\vec{E}_{ges} = \frac{\vec{F}_{ges}}{q} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{q} = \frac{\vec{F}_1}{q} + \frac{\vec{F}_2}{q} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$



Überlagerung zweier Felder

- ▶ Feldstärken addieren sich vektoriell

$$\vec{E}_{ges} = \frac{\vec{F}_{ges}}{q} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{q} = \frac{\vec{F}_1}{q} + \frac{\vec{F}_2}{q} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

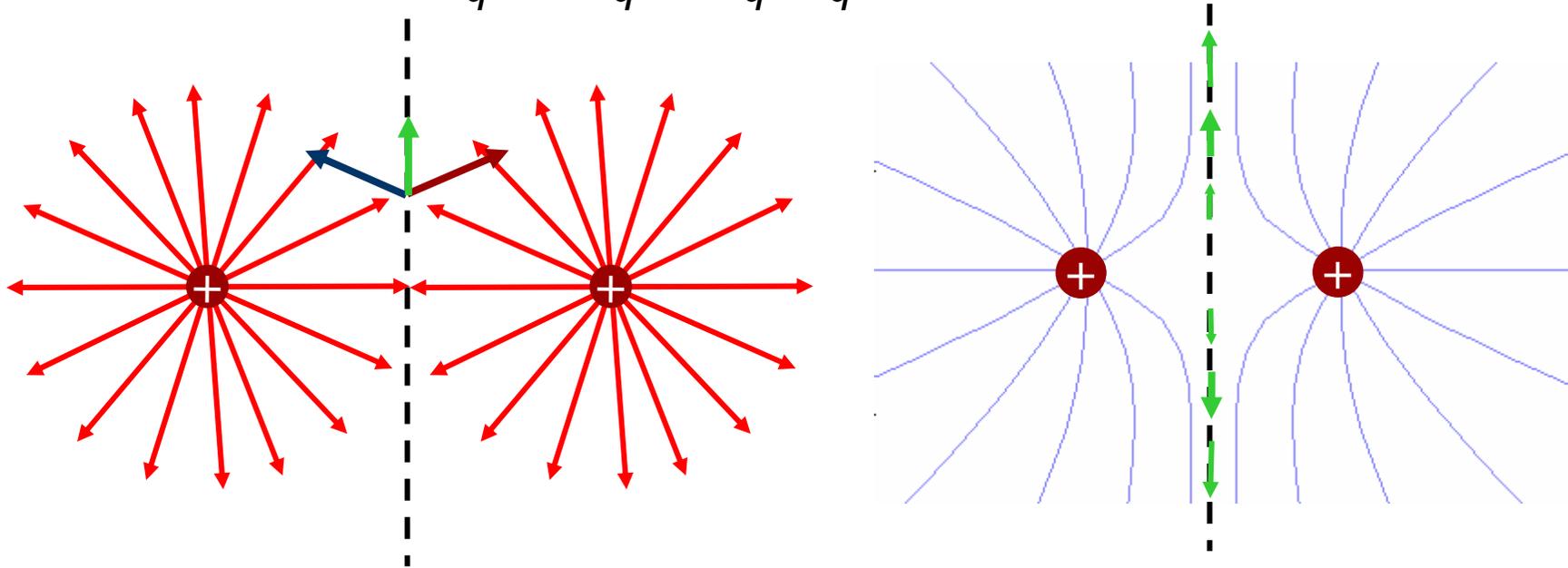


Illustration der Feldlinien

► Grieskörner...

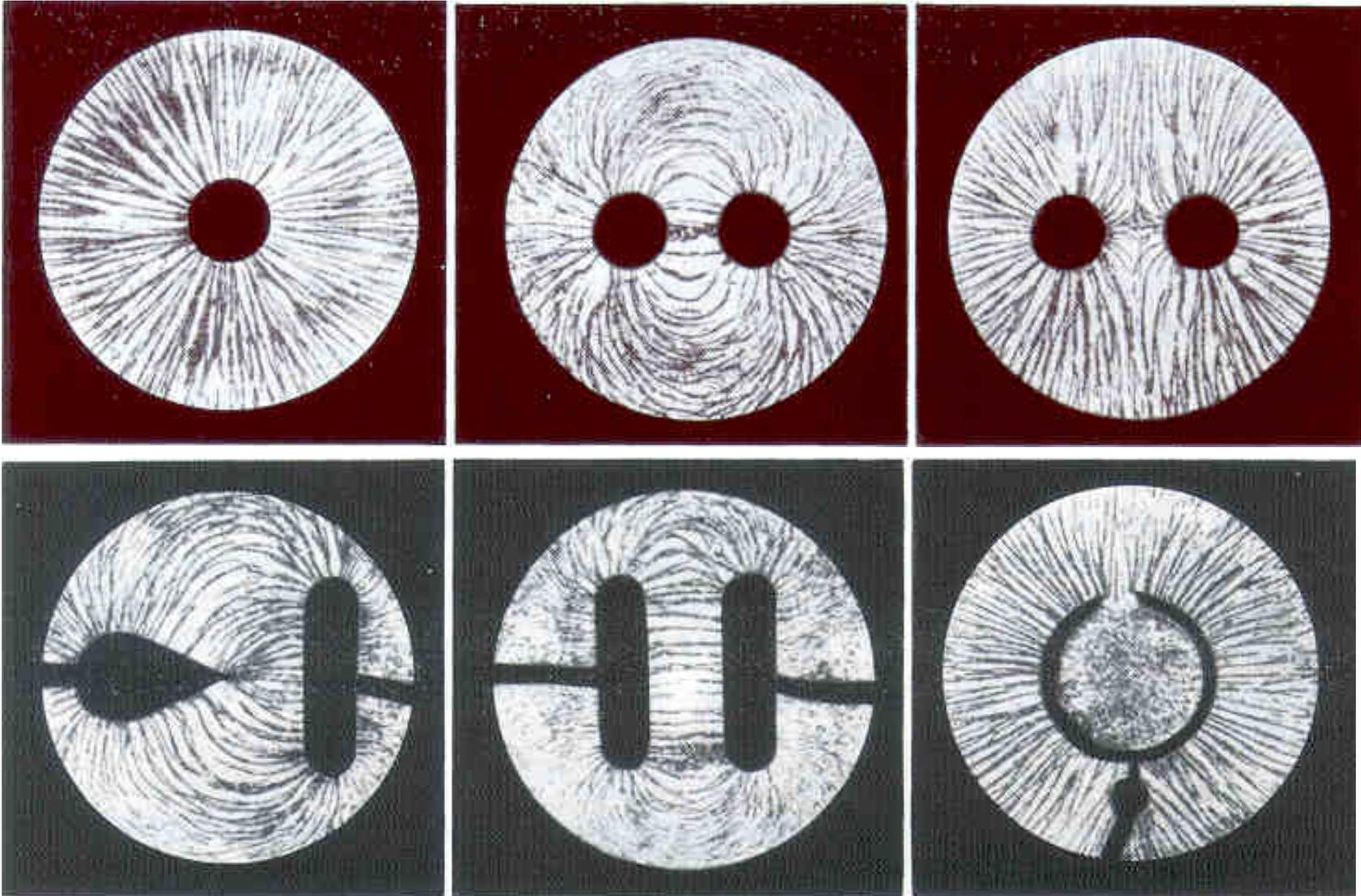


Illustration der Feldlinien

► Grieskörner...



Größenordnung von E-Feldern

Tabelle 18.1 In der Natur und in unserer technischen Umgebung vorkommende elektrische Felder

	$E/N \cdot C^{-1}$
Stromleitungen von Wohnhäusern	10^{-2}
Radiowellen	10^{-1}
In der Atmosphäre	10^2
Sonnenlicht	10^3
Unter einer Gewitterwolke	10^4
In einem Blitz	10^4
In einer Röntgenröhre	10^6
Am Ort des Elektrons eines Wasserstoffatoms	$6 \cdot 10^{11}$
Auf der Oberfläche eines Urankernes	$2 \cdot 10^{21}$

Wirkung von E-Feldern

a) einzelne Ladung $\rightarrow \vec{F} = Q \cdot \vec{E}$

\rightarrow je nach Art der Ladung Kraftwirkung entlang der Feldlinien

b) Dipol (zwei gleich große entgegengesetzte Ladungen $+q$ und $-q$ im Abstand l)

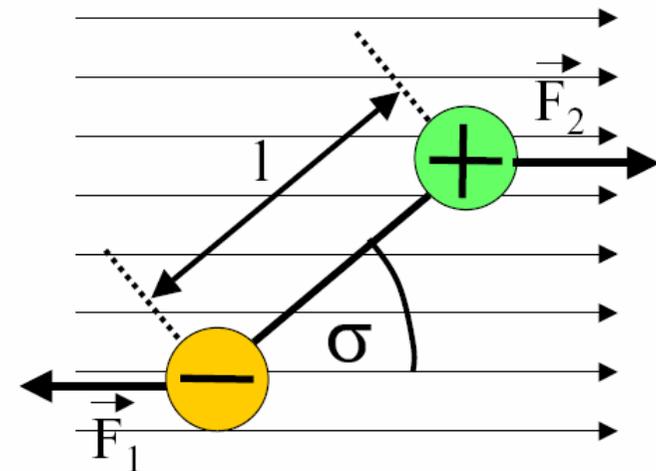
\rightarrow Kraftwirkungen

$$\vec{F}_1 = -q \cdot \vec{E}_1 \quad \text{und} \quad \vec{F}_2 = +q \cdot \vec{E}_2$$

(allgemein $\vec{E} = \vec{E}(r)$ ortsabhängig)

\rightarrow im homogenen Feld

Drehmoment:

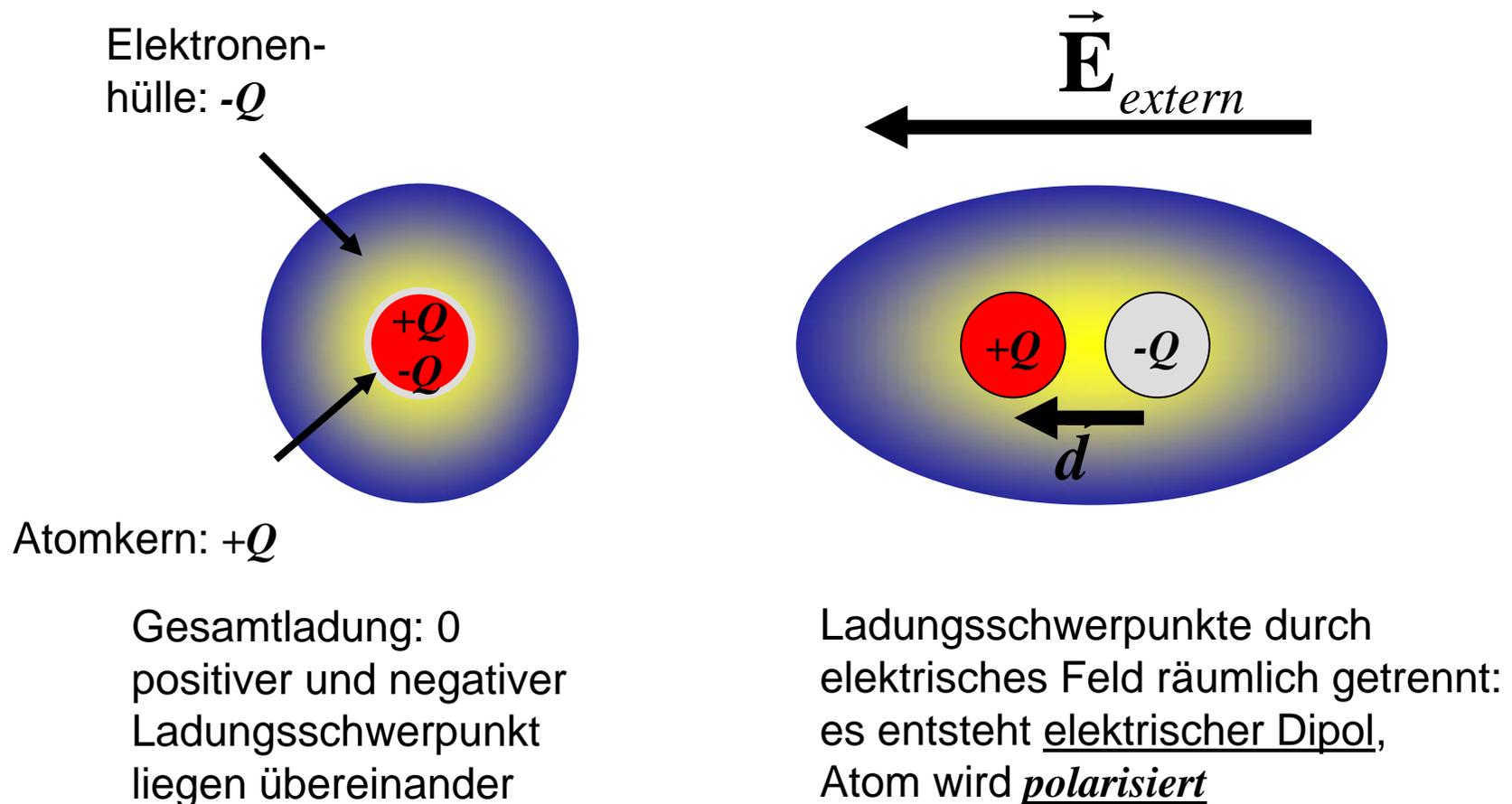


\rightarrow im inhomogenen Feld ($E_2 = E_1 + \Delta E$) zusätzliche Kraft:

(zieht den Dipol nach Ausrichtung
immer ins Feld hinein)

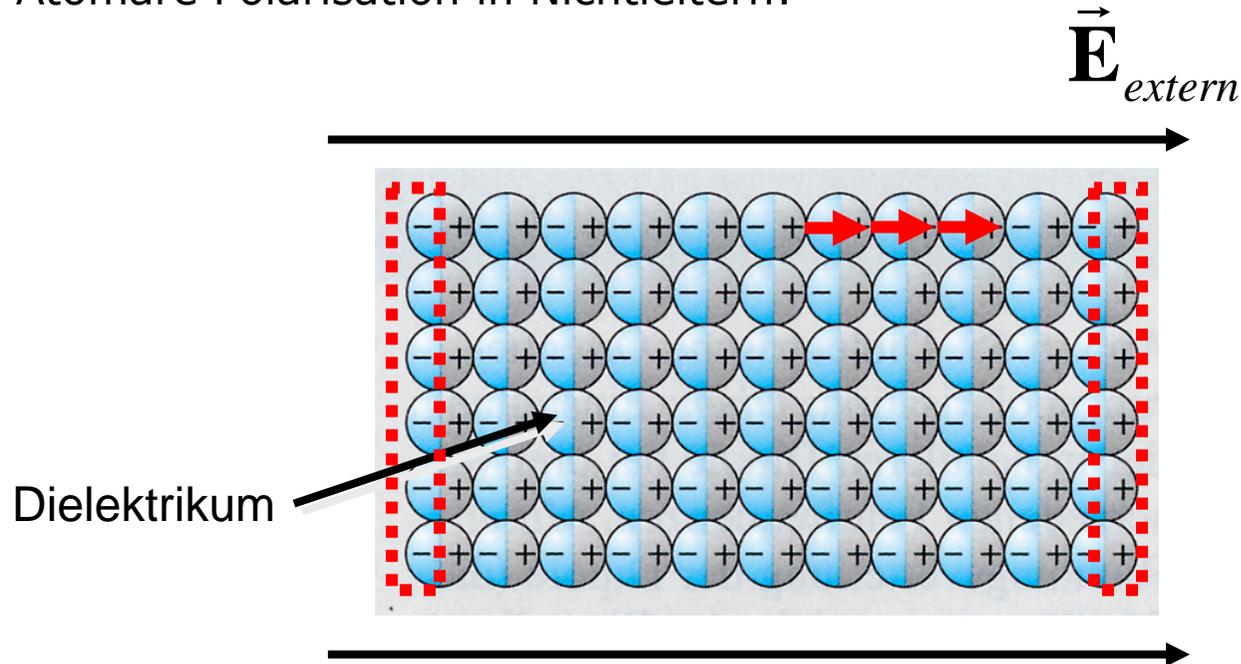
Wirkung von E-Feldern / Influenz

- Für „polarisierbare“ Nichtleiter:
Ladungsträgerverteilung kann sich lokal trotzdem ändern!



Wirkung von E-Feldern / Influenz

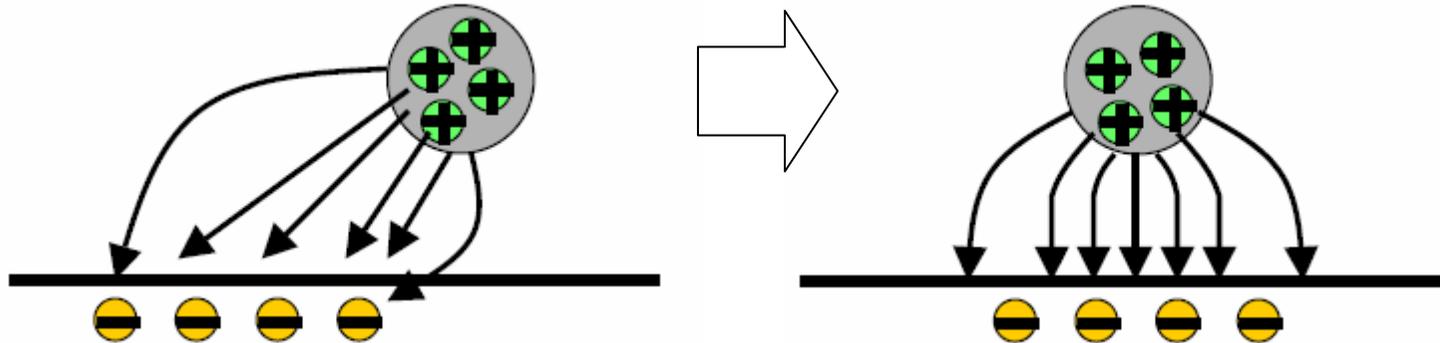
- ▶ Atomare Polarisation in Nichtleitern:



- ▶ Das externe elektrische Feld
 - ▶ erzeugt atomares Dipolmoment und Oberflächenladung
 - ▶ schwächt Feld im *Inneren* des „Dielektrikums“.
 - ▶ Geht die Polarisation aus Verschiebung der positiven relativ zu negativen atomaren Ladungen hervor, so spricht man von „Verschiebungspolarisation“

Wirkung von E-Feldern / Influenz

- ▶ Für Leiter (z.B. Metalle) gilt:
Ladungsträger (Leitungselektronen in Metallen) sind leicht verschiebbar



- Influenz-Effekte, Abschirmung elektrischer Felder, Ausgleich von Spannungs- und Potentialdifferenzen (später ...)

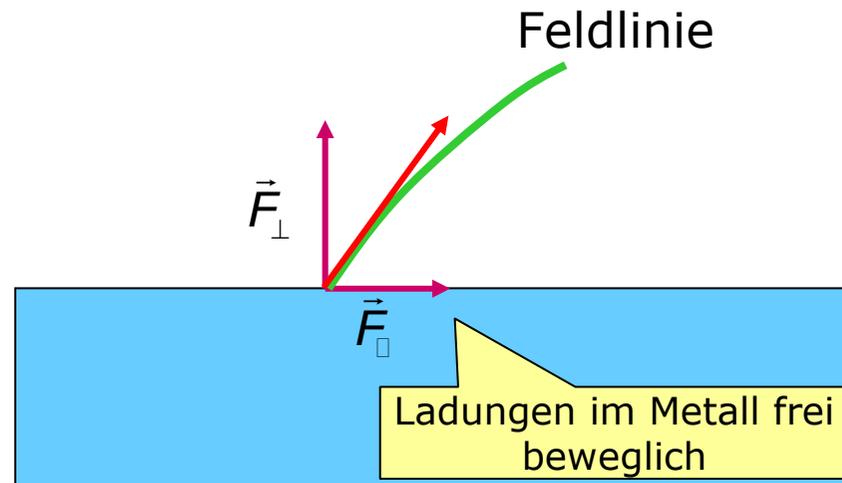
Wirkung von E-Feldern / Influenz

- ▶ In der Elektrostatik stehen Feldlinien (=Richtung des Feldes) immer senkrecht auf einem Leiter

Was würde geschehen, falls dies nicht so wäre?

- ▶ Zerlege elektrisches Feld in Komponente transversal und parallel zur Oberfläche
- ▶ parallele Komponente wirkt auf Ladungen im Metall
- ▶ Da Ladungen im Metall frei beweglich, fließt ein Strom bis Ladung auf Metall so verteilt ist, dass Feldlinien auf Oberfläche senkrecht enden

⇒ Influenzladungen



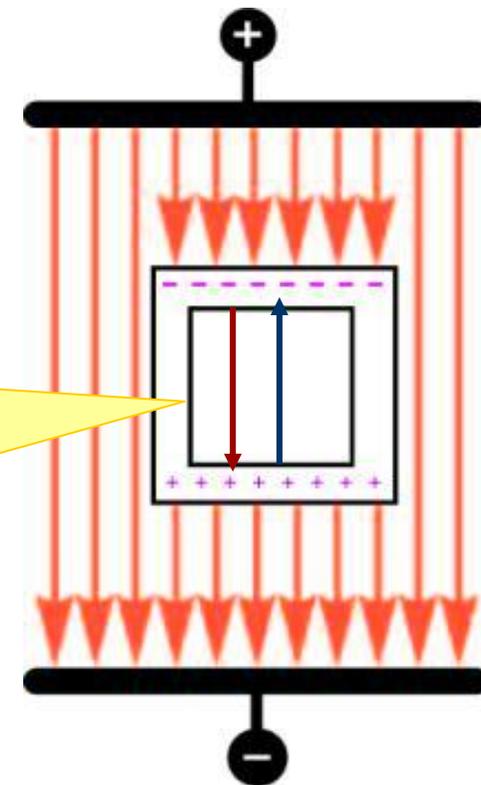
Faradayscher Käfig

- ▶ „Wie sieht das Feld innerhalb einer **geschlossenen** Metallfläche, in der **keine Ladung** existiert, im **statischen Fall** aus?“

„Im Innern eines geschlossenen Leiters herrscht kein Feld.“

- ▶ Falls Feld ungleich 0
⇒ Ströme bis Gleichgewicht herrscht

Ladungen werden so verschoben, dass sich äußeres Feld und das durch die Influenzladung erzeugte Feld im Innern aufheben



- ▶ Faradayscher Käfig:
 - ▶ Beispiel: Auto, Flugzeug...

Elektrostatik

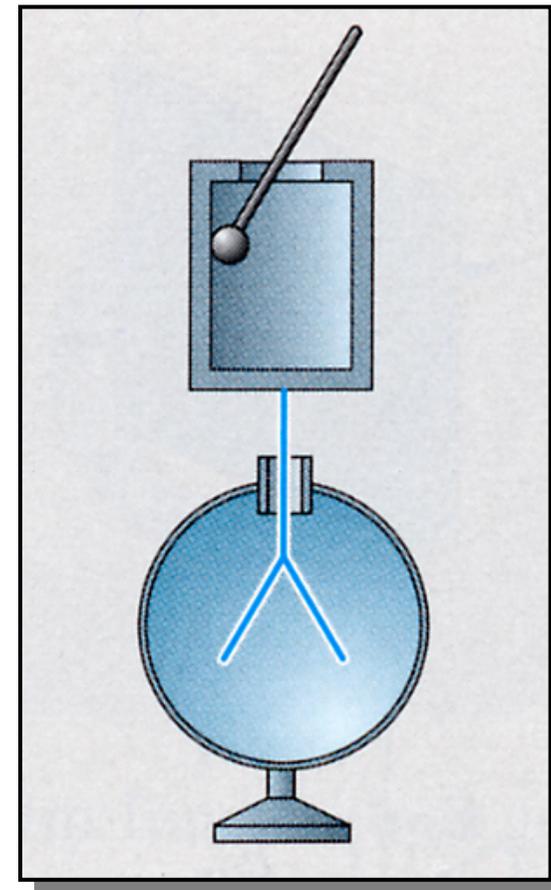
Wichtige technische Anwendungen:



Ein Faradayscher Käfig ist nur möglich, weil sowohl positive als auch negative Ladungen existieren, die sich gegenseitig abschirmen können.

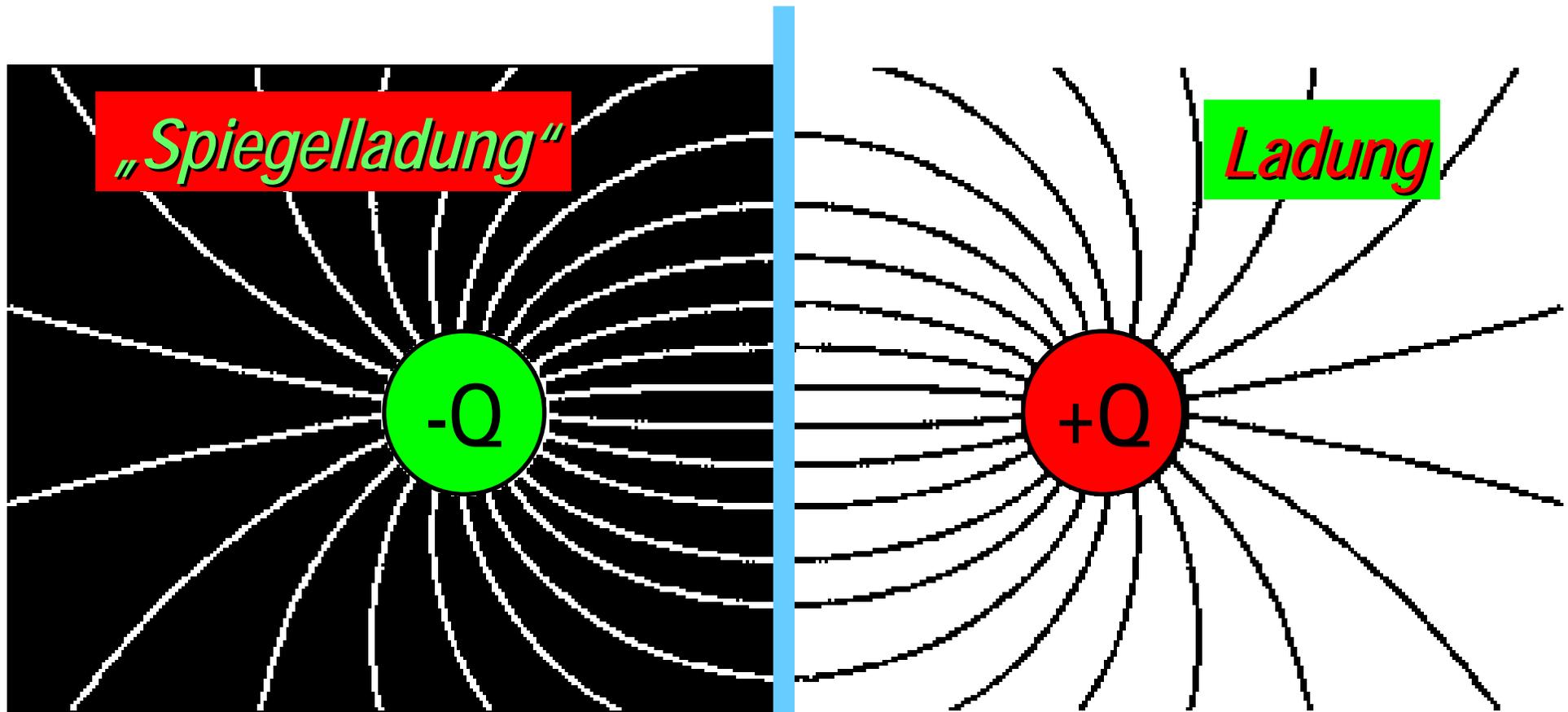
Es existiert kein Äquivalent für das Gravitationsfeld!

Faraday-Becher



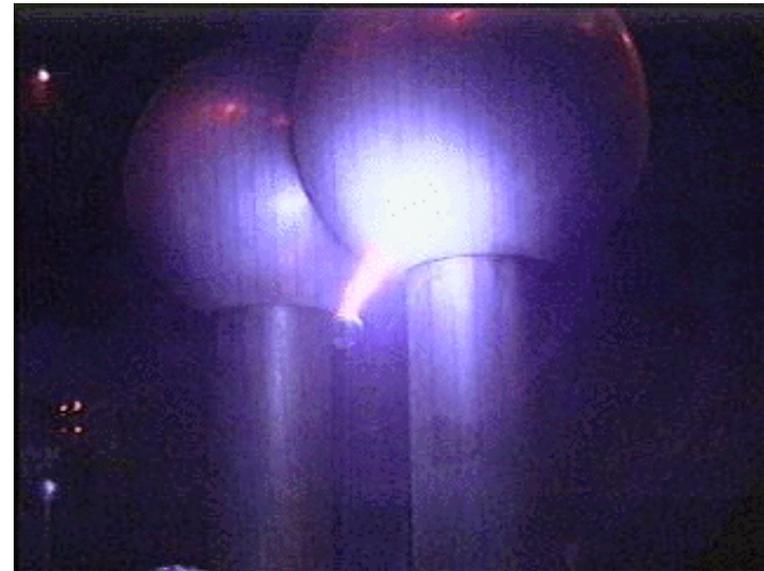
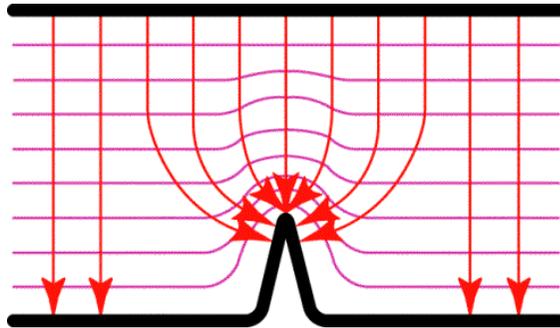
Punktladung vor leitender Wand

- ▶ In der Wand baut sich eine Oberflächenladung auf, die zusammen mit der Ladung $+Q$ ein Feld im Außenraum (rechts) ein Feld erzeugt, das auch die Ladung $+Q$ und die **Spiegelladung** $-Q$ allein (ohne Wand) erzeugen würden.



Spannungspitzen

▶ Entladungen



▶ Elektrostatisches Lackieren

- ▶ Auto wird aufgeladen, damit Farbtröpfchen entlang den Feldlinien auch an unzugängliche Stellen gelangen



Homogenes elektrisches Feld

- ▶ Wichtiger Fall: homogenes elektrisches Feld $\vec{E} = \text{konstant}$
- ▶ Realisation: Plattenkondensator mit positiv und negativ geladenen Platten

- ▶ Kraft auf Testladung q :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = \text{konstant}$$

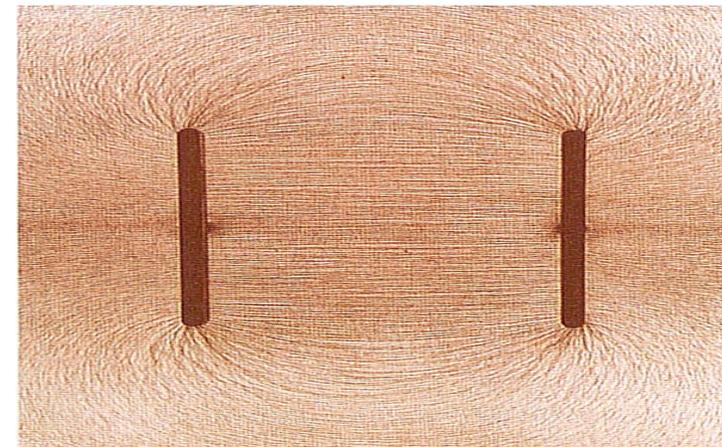
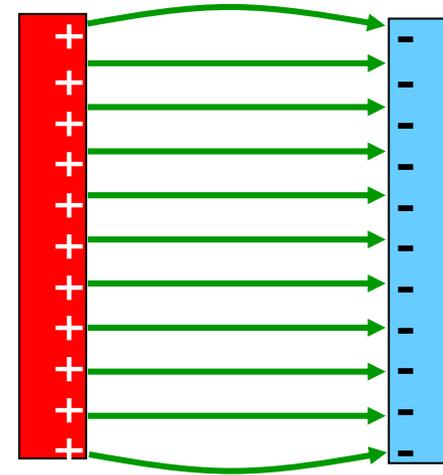
- ▶ Newton:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

- ▶ Gleichsetzen beider Kräfte

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m} = \frac{q}{m} \cdot \vec{E}$$

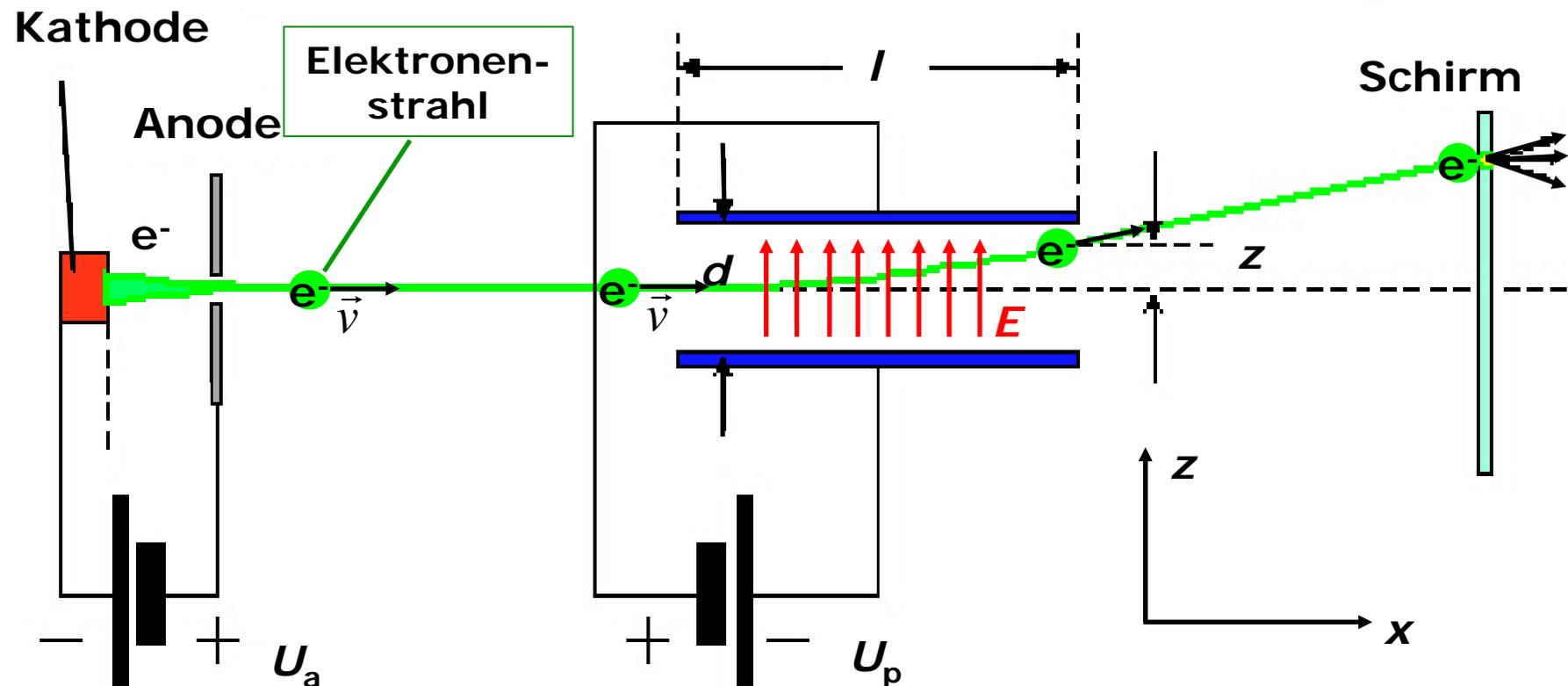
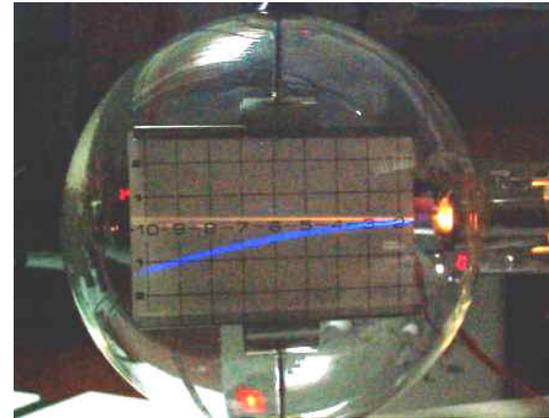
- ▶ analoge Bewegungsgleichungen wie im Schwerfeld (z.B. waagrechtcr Wurf,...)



Elektronenstrahlröhre - Prinzip

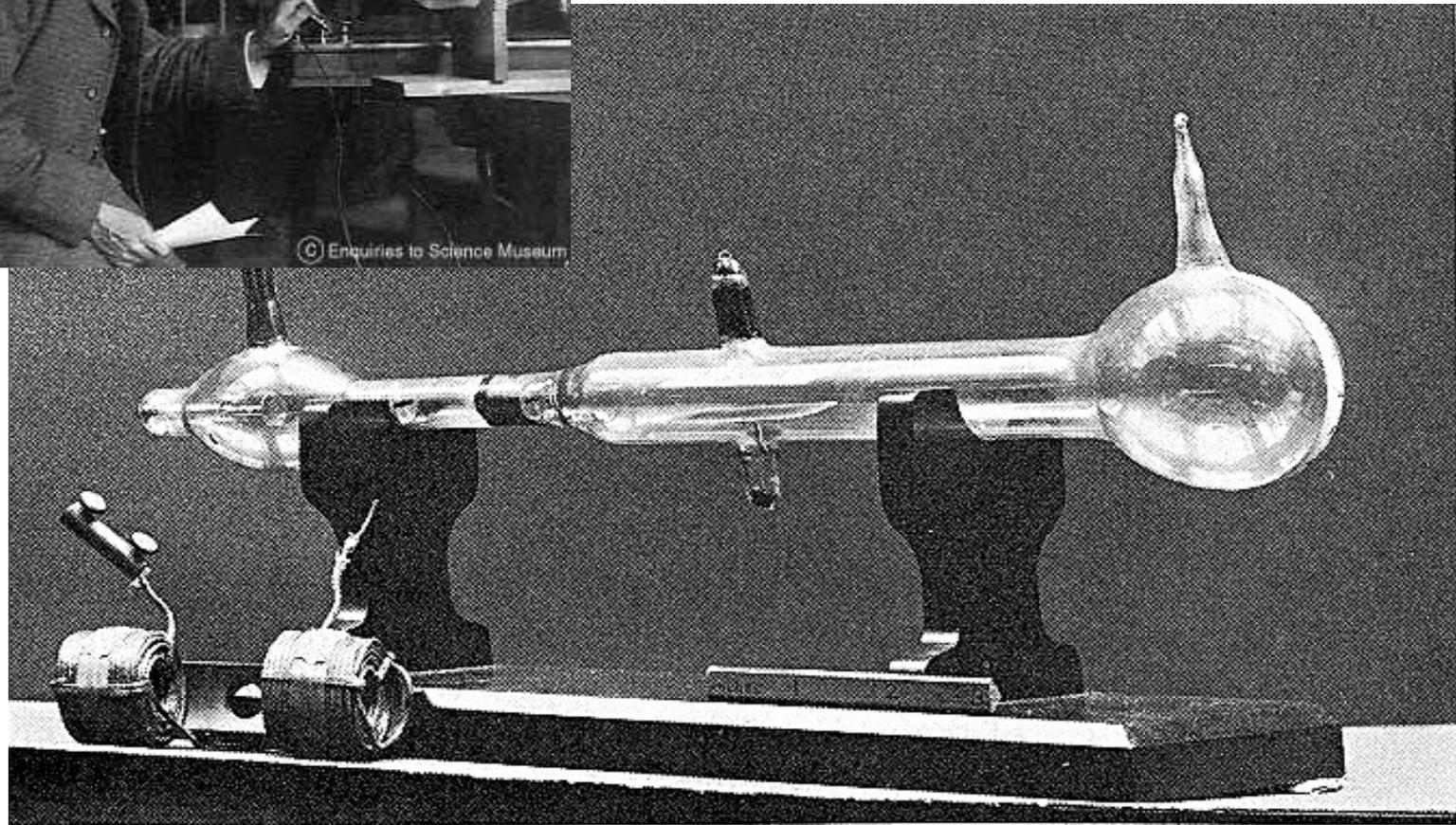
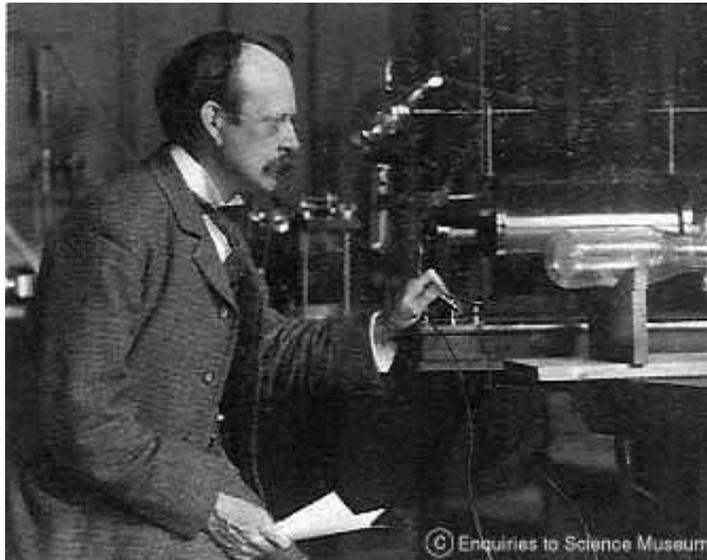
► Komponenten

- Elektronenquelle
- Ablenkung im E-Feld
 - ▷ Parabelbahn
 - ▷ siehe waagrechter Wurf
- Leuchtschirm

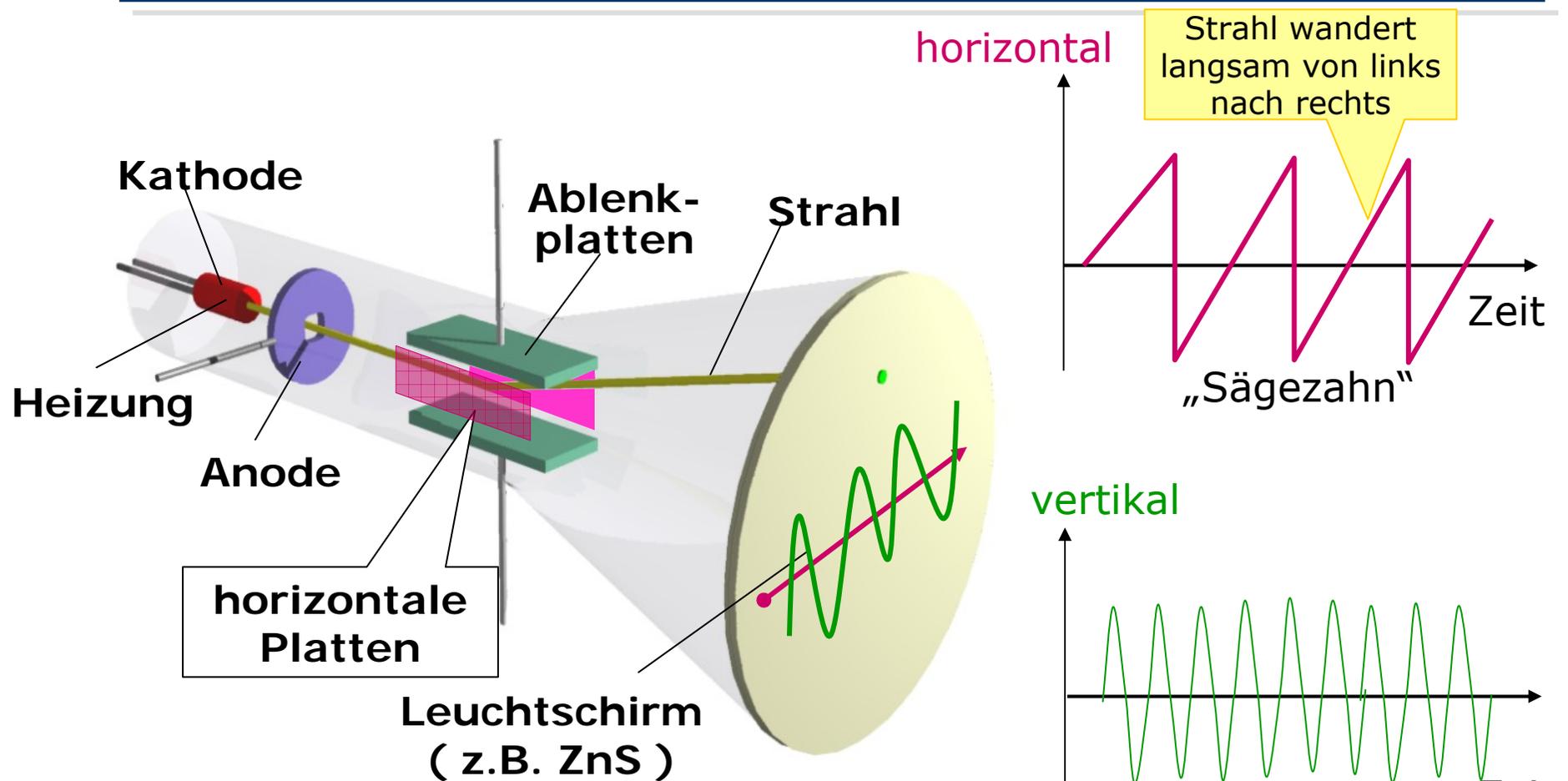


Elektronenstrahlröhre

- ▶ J. J. Thomson (1897)



Elektronenstrahlröhre



- ▶ Anwendungen
 - ▶ Oszilloskop (Praktikum)
 - ▶ Fernseher