1. Übungsblatt zur VL
Einführung in die Klassische Mechanik und Wärmelehre
Modul P1a, 1. FS BPh
15. Oktober 2009

Aufgabe 1.1: Einheiten in den USA

a) Rechnen Sie die amerikanische Einheit psi (pounds per square inch) in Pascal (1 Pa = N/m²) um: Ein Autoreifen benötigt 2000 hPa Überdruck, auf wie viele psi Überdruck müssen Sie ihn in den USA füllen?
Hinweis: 1 pound entspricht 4,45 N, 1 inch entspricht 2,54 cm

b) In den USA wird der Benzinverbrauch eines PKW als Laufleistung in miles/gallon angegeben. Wie viele miles/gallon erhalten Sie für ein Auto, das 8 Liter auf 100 km verbraucht?
Hinweis: 1 km entspricht 0,621 miles, 1 gallon entspricht 3,79 Liter

Aufgabe 1.2: Planck-Größen

Die Physik benötigt nur sehr wenige grundlegende Konstanten. Die drei wichtigsten sind die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit c, die Gravitationskonstante G, und das Plancksche Wirkungsquantum h. Diese drei Konstanten haben jeweils eine physikalische Einheit (siehe unten, z.B. Lichtgeschwindigkeit: m/s).

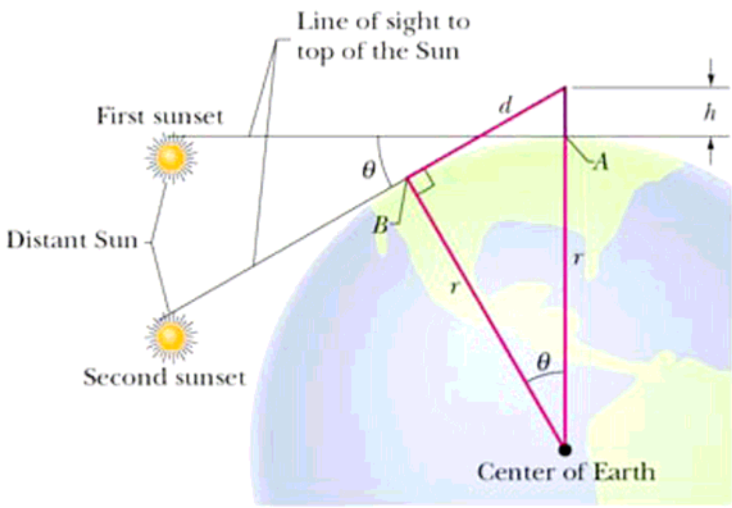
$c = 2{,}99810 \cdot 10^{8}$ m / s;
$G = 6{,}67428 \cdot 10^{-11}$ m³ / (kg · s²)
$\hbar = 1{,}054571628 \cdot 10^{-34}$ J · s

Kombinieren Sie Potenzen dieser drei Naturkonstanten so, dass die resultierende Größe die Einheit einer Länge, einer Zeit oder einer Masse besitzt (*Tipp:* Wurzel ziehen ist auch erlaubt.)
Die so erhaltenen Größen heißen Planck-Länge, Planck-Zeit und Planck-Masse. Theoretische Physiker messen den Planck-Größen fundamentale Bedeutung bei.

Aufgabe 1.3: Bestimmung des Erddurchmessers mit Armbanduhr und Metermaß

Stellen Sie sich vor, Sie liegen am Strand und beobachten, wie die Sonne über dem Ozean untergeht. Sie starten eine Stoppuhr genau in dem Moment, in dem der obere Rand der Sonne verschwindet. Dann stehen Sie auf und erhöhen damit die Position Ihrer Augen um h = 1,70 m. Danach halten Sie die Stoppuhr in dem Moment an, in dem der obere Rand der Sonne ein zweites Mal verschwindet.

Wie groß ist der Radius der Erde, wenn gemäß der Stoppuhr eine Zeit von t = 11,1 s vergangen ist?



Aufgabe 1.4: Einheiten

a) Im Folgenden sind wird die Strecke *x* in Meter, die Zeit *t* in Sekunden und die Geschwindigkeit *v* in Meter pro Sekunde angegeben. Wie lauten die Einheiten der Konstanten C_1 und C_2?

1. $x = C_1 + C_2\, t$
2. $x = ½\, C_1\, t^2$
3. $v^2 = 2\, C_1\, x$
4. $x = C_1 \cos(C_2\, t)$
5. $v = C_1 \exp(-C_2\, t)$

Rechnen Sie diese Einheiten in das Einheitensystem Seemeilen, Stunden und Knoten um. *Hinweis: 1 sm = 1852,216 m; 1 kn = 1 sm/h*

b) Ein Zylinder hat einen Durchmesser von 6,8 in und eine Höhe von 2 ft. Wie groß ist das Volumen des Zylinders in (1) Kubikfuß, (2) Kubikmeter und in (3) Liter?

Aufgabe 1.5: Pulsare

Zeitnormale werden heutzutage anhand von Atomuhren festgelegt. Ein viel versprechendes zweites Normal beruht auf Pulsaren, d. h. rotierenden Neutronensternen (äußerst kompakte Sterne, die nur aus Neutronen bestehen). Einige rotieren mit sehr stabiler Geschwindigkeit und senden dabei einen Strahl von Radiowellen aus, der die Erde – wie der Lichtstrahl eines Leuchtturms – bei jeder Umdrehung einmal überstreicht.

Ein Beispiel ist der Pulsar *PSR 1937+21*. Er dreht sich in 1,557 806 448 872 75±3 ms einmal um sich selbst, wobei der Zusatz ± 3 die Unsicherheit der letzten Dezimalstelle angibt (und nicht etwa ± 3 ms bedeutet).

a) Wie oft dreht sich *PSR 1937+21* in 7,00 Tagen um sich selbst?

b) Wie viel Zeit benötigt der Pulsar für $1{,}0 \cdot 10^6$ Umdrehungen?
c) Wie hoch ist dabei die Unsicherheit?

Aufgabe 1.6: Klimaerwärmung
Auf Grönland liegen gewaltige Wassermengen – zu Eis gefroren. Würde Grönlands Eis infolge der Klimaerwärmung vollständig abschmelzen und das Wasser in die Meere fließen, stiege der Meeresspiegel um sieben Meter an. Schätzen Sie die Masse des (noch) auf Grönland vorhandenen Eises ab.
Auf welchen Wert würde dann der Salzgehalt des Atlantiks von derzeit 3,54% sinken, wenn das Grönlandeis ausschließlich aus Süßwasser besteht?

Aufgabe 1.7: Zusammensetzung der Sonne
Die Sonne hat eine Masse von $1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg und besteht zu 73,5% aus Wasserstoff und zu 25% aus Helium (Massenprozent). Das Wasserstoffatom hat eine Masse von 1,007 u, das Heliumatom 4,002 u. Schätzen Sie die Anzahl der Wasserstoff- und Heliumatome in der Sonne ab.
($1\ \mathrm{u} = 1{,}661 \cdot 10^{-27}$ kg)

Aufgabe 1.8:
a und **b** seien Ortsvektoren des euklidischen Raums, α eine reelle Zahl.
Beweisen Sie für $\alpha < 0$ die Distributivität

$$\alpha(\mathbf{a}+\mathbf{b}) = \alpha\mathbf{a} + \alpha\mathbf{b}$$

Aufgabe 1.9:
a, b seien Elemente eines unitären Vektorraums. Beweisen Sie mit Hilfe der allgemeinen Eigenschaften des Skalarprodukts die "Schwarzsche Ungleichung"

$$|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}||\mathbf{b}|.$$

Aufgabe 1.10:
a und **b** seien Ortsvektoren.
Zerlegen Sie den Vektor **a** in einen zu **b** parallelen $(\mathbf{a}_{\parallel})$und einen zu **b** orthogonalen Vektor $(\mathbf{a}_{\perp})$,

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{\parallel} + \mathbf{a}_{\perp}$$

Verifizieren Sie

$$\mathbf{a}_{\parallel} = \frac{1}{b^2}(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b})\mathbf{b}$$
$$\mathbf{a}_{\perp} = \frac{1}{b^2}\mathbf{b}\times(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$$

Aufgabe 1.11:

1. Gegeben seien zwei Vektoren **a** und **b** mit $a = 5cm, b = 7cm$, die die folgenden Winkel einschließen: $\alpha = \sphericalangle(\mathbf{a,b}) = 0°, 60°, 90°, 150°, 180°$.
   Bestimmen Sie die Länge des Summenvektors **a** + **b** und den Winkel β

$$\beta = \sphericalangle(\mathbf{a}+\mathbf{b},\mathbf{a}).$$

2. Gegeben seien zwei Vektoren **a** und **b**

$$\begin{aligned} a &= 5cm; \quad \sphericalangle(\mathbf{a},\mathbf{e}_1) = 42°, \\ b &= 8cm; \quad \sphericalangle(\mathbf{b},\mathbf{e}_1) = 120°. \end{aligned}$$

   Bestimmen Sie die Längen von Summe und Differenz der beiden Vektoren und die Winkel, die sie mit der $\mathbf{e}_1$-Achse einschließen.

Aufgabe 1.12:

a und **b** seien zwei nicht-kollineare Vektoren. Hat die Gleichung

$$\mathbf{a}\times\mathbf{y} = \mathbf{b}$$

eine Lösung für **y**?