10. Übungsblatt zur VL
Einführung in die Klassische Mechanik und Wärmelehre
Modul P1a, 1. FS BPh
15. Dezember 2009

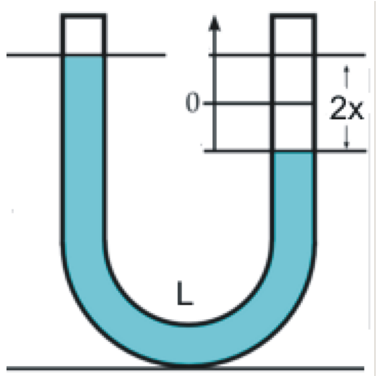
Aufgabe 10.1: Getriebener und gedämpfter harmonischer Oszillator

Eine Masse m = 1,5 kg hängt an einer Feder mit Federkonstanten D = 600 N/m. Nach jedem Umlauf verliert sie 3 % ihrer Energie. Das System wird außerdem durch eine sinusförmige Kraft mit Amplitude F_0 = 0,5 N angetrieben.

a) Wie groß ist der Gütefaktor Q dieses Systems?
b) Wo liegt die Resonanzfrequenz ω_0 dieses Systems?
c) Nun wird die Frequenz der sinusförmigen Antriebskraft um ω_0 herum variiert. Welche Halbwertsbreite $\Delta\omega$ der Resonanz ergibt sich daraus?
d) Wie hoch ist die Amplitude des Systems, wenn sich die sinusförmigen Antriebskraft in Resonanz mit dem System befindet?
e) Welche Amplitude erhält man bei ω = 19 /s?

Aufgabe 10.2: Schwingende Flüssigkeitssäule

Berechnen Sie die Schwingung $x(t)$ einer Quecksilbersäule in einem U-Rohr unter Vernachlässigung der Reibungskraft. Anfangsbedingungen: $t = 0$, $x = 0$, $v = v_0$
Die Länge der Hg-Fadens sei L.



Aufgabe 10.3: Schlittschuhläufer

Zwei 30 kg schwere Kinder schlittern mit einer Geschwindigkeit von jeweils 4,0 m/s über eine Eisfläche aufeinander zu. Sie stoßen zusammen und rutschen gemeinsam weiter, weil sich die Klettverschlüsse ihrer Jacken ineinander verhaken. So stoßen sie mit einem 80 kg schweren Mann zusammen, der sich mit einer Geschwindigkeit von 2,0 m/s bewegte. Nach diesem Stoß kommen die drei gemeinsam zum Stehen. Geben Sie den Winkel zwischen den ursprünglichen Bewegungsrichtungen der beiden Kinder an.

Aufgabe 10.4:
Für ein konservatives Zentralkraftfeld

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = f(r)\mathbf{e}_r$$

sei die Bahnkurve $r = r(\varphi)$ gegeben. Über diese lässt sich auf $f(r)$ schließen.

a) Verifizieren Sie den Zusammenhang

$$f(r) = \frac{L^2}{mr^4}\left(r'' - \frac{2}{r}(r')^2 - r\right)$$

L: Drehimpulsbetrag; $r' = \frac{d}{d\varphi} r(\varphi)$

b) Die Bahnkurve sei eine Ellipse mit dem Kraftzentrum in einem ihrer Brennpunkte. Zeigen Sie, dass

$$f(r) \sim -\frac{1}{r^2}$$

sein muss.

c) Die Bahnkurve sei durch

$$r = r_0 e^{-\varphi}$$

gegeben. Was folgt für $f(r)$?

Aufgabe 10.5:
Man bezeichnet den Vektor

$$\mathbf{A} = (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{L}) + V(r)\,\mathbf{r} \qquad (\mathbf{L}\text{: Drehimpuls})$$

als zum Zentralpotential $V(r)$ gehörigen Lenz-Vektor.

1) Zeigen Sie, dass für das Potential

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r}$$

der Lenz-Vektor eine Erhaltungsgröße ist.

2) Berechnen Sie den Betrag von **A**.
3) Stellen Sie mit Hilfe des Lenz-Vektors die Bahngleichung in der Form

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + \varepsilon \cos\varphi}{k} \qquad \left(\varphi = \sphericalangle\left(\mathbf{A}, \mathbf{r}\right)\right)$$

auf und drücken Sie die Parameter k und ε durch die Masse m, die Konstante α, die Gesamtenergie E und den Drehimpuls L aus. Hinweis: Diskutieren Sie den Skalar $\mathbf{A} \cdot \mathbf{r}$.