

**12. Übungsblatt zur VL**  
**Einführung in die Klassische Mechanik und Wärmelehre**  
**Modul P1a, 1. FS BPh**  
 12. Januar 2010

**Aufgabe 12.1: Holzzylinder**

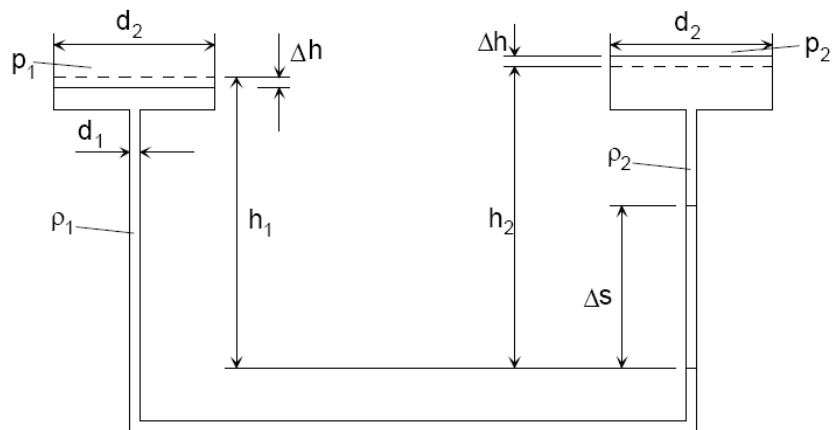
Ein Holzzylinder schwimmt im Wasser mit seiner Symmetrieachse senkrecht zur Wasseroberfläche. Er ist zu  $2/3$  eingetaucht. Welche Arbeit ist aufzuwenden, um den Zylinder, der einen Durchmesser von 0,2 m und eine Höhe von 0,6 m hat, aus dem Wasser zu ziehen? Welchen Zuwachs an potentieller Energie hat der Zylinder dann erhalten?

**Aufgabe 12.2: Fetttröpfchen**

Ein Fetttröpfchen schwimmt (teilweise eingetaucht) auf einer Flüssigkeitsoberfläche, die gegen Luft die Oberflächenspannung  $\sigma_{12}$  besitzt. Die Oberflächenspannung des Fettes beträgt zur Luft hin  $\sigma_{13}$  und zur Flüssigkeit hin  $\sigma_{23}$ . Die Grenzflächen des Tröpfchens seien kugelig gekrümmt. Welche maximale Dicke hat das Fetttröpfchen, wenn es auf der Flüssigkeit einen Kreis vom Radius  $r$  bildet?

**Aufgabe 12.3: Druckmessung**

Die skizzierte Anordnung wird zur Messung kleiner Druckdifferenzen benutzt. Welcher Proportionalitätsfaktor stellt sich für die gegebenen Geometrie- und Stoffdaten zwischen der Anzeige  $\Delta s$  und der Druckdifferenz  $\Delta p = p_1 - p_2$  dar?

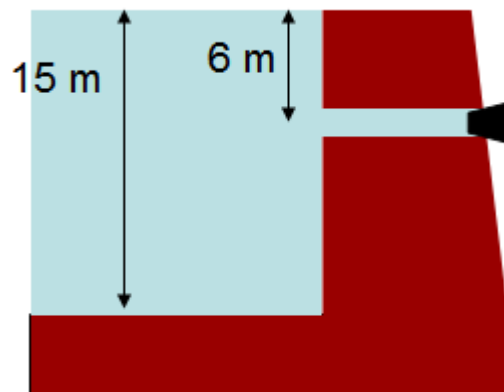


Anmerkung:  
 Die grau skizziert gezeichneten Linien stellen den Gleichgewichtszustand für  $p_1 = p_2$  dar.

$d_1 = 5 \text{ mm}; d_2 = 200 \text{ mm}; \rho_1 = 0,8 \text{ kg/l}; \rho_2 = 0,9 \text{ kg/l}$

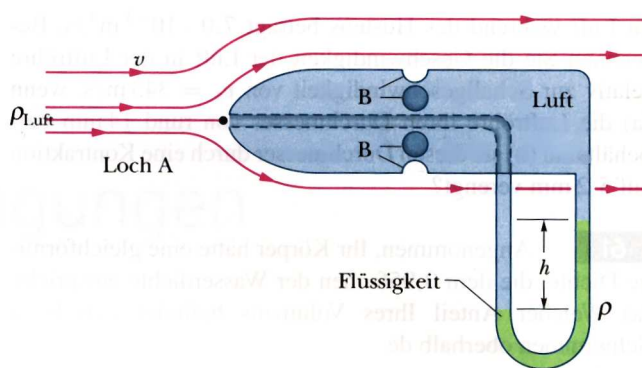
### Aufgabe 12.4: Wasserrohr

Das Süßwasser hinter einem Wasserdamm habe eine Tiefe von 15,0 m, 6,0 m unterhalb der Wasseroberfläche verlaufe ein horizontales Rohr mit einem Durchmesser von 4,0 cm durch den Damm. Die Öffnung dieses Rohrs sei durch einen Stöpsel verschlossen.



- (a) Bestimmen Sie den Betrag der Reibungskraft zwischen Stöpsel und Rohrwand.
- (b) Welche Wassermenge fließt innerhalb von 3 h aus dem Reservoir, nachdem der Stöpsel entfernt wurde?

### Aufgabe 12.5: Pitot-Rohr



Das Pitot-Rohr wird zur Messung der Luftgeschwindigkeit in Flugzeugen verwendet. Es besteht aus einem äußeren Rohr mit einer Anzahl kleinerer Löcher (hier 4) durch die die Luft in das Rohr eindringen kann. Dieses Rohr ist mit dem einen Ende eines U-Rohrs verbunden. Das andere Ende des U-Rohrs befindet sich in der Öffnung A am vorderen Ende des Geräts und zeigt direkt in Flugrichtung. Bei A stagniert die Luft, so dass  $v_A = 0$ .

Bei B ist die Luftgeschwindigkeit nahezu gleich der Geschwindigkeit des Flugzeugs relativ zur Umgebungsluft.

- (a) Zeigen Sie mithilfe der Bernoulli-Gleichung, dass

$$v = \sqrt{\frac{2\rho_F g h}{\rho_{Luft}}}$$

Hierbei ist  $\rho_F$  und  $\rho_{Luft}$  die Dichte der Flüssigkeit im U-Rohr bzw. der Luft und  $h$  der Höhenunterschied der Flüssigkeitsspiegel.

- (b) Angenommen, das U-Rohr enthält Alkohol und der angezeigte Höhenunterschied sei  $h = 26,0$  cm. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich das Flugzeug relativ zur Luft? Die Dichte der Luft beträgt  $1,03$  kg/m<sup>3</sup>, die des Alkohols  $810$  kg/m<sup>3</sup>.

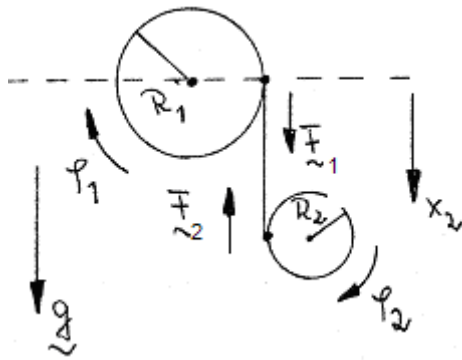
### Aufgabe 12.6:

Berechnen Sie das Trägheitsmoment  $J$

- eines homogenen Zylinders (Masse  $M$ , Länge  $L$ , Radius  $R$ ,  $z$ -Achse = Symmetrieachse) bzgl. der  $x$ -Achse als Drehachse. Die Massendichte  $\rho(\mathbf{r})$  nehme von der Achse nach außen, bei Null beginnend, quadratisch mit dem Achsenabstand zu. In  $z$ -Richtung sei die Massenverteilung homogen.
- einer homogenen Kugelschale (Außenradius  $R$ , Dicke  $d$ , Masse  $M$ ) bzgl. einer Drehachse durch den Nullpunkt,
- eines homogenen Würfels (Dichte  $\rho_0$ , Kantenlänge  $a$ ) bzgl. einer Drehachse durch eine der Ecken und den Würfelmittelpunkt.

### Aufgabe 12.7:

Zwei homogene Zylinder mit Massen  $M_1, M_2$ , Radien  $R_1, R_2$  sind mit einem Faden umwickelt und dadurch miteinander verbunden. Die Achse des ersten



Zylinders ist fest horizontal gelagert. Er lässt sich aber reibungsfrei drehen. Der zweite Zylinder fällt im Schwerfeld in  $x$ -Richtung wobei sich auf beiden Zylindern der Faden abwickelt. Stellen Sie mit Hilfe des Drehimpulssatzes die Bewegungsgleichung auf und bestimmen Sie insbesondere die Fadenspannungen  $F_1$  und  $F_2$ !

### Aufgabe 12.8:

Auf einen starren Körper wirke ein Drehmoment  $\mathbf{M}_{ex}$ , das stets senkrecht zu  $\mathbf{L}$  und senkrecht zu einer vorgegebenen, festen Achse  $\mathbf{n}$  gerichtet ist:

$$\mathbf{M}_{ex} = M(\mathbf{n} \times \mathbf{l}) \quad ; \quad \mathbf{l} = \mathbf{L} / L$$

- Zeigen Sie, dass gilt:

$$|\mathbf{L}| = const \quad ; \quad \mathbf{L} \cdot \mathbf{n} = const$$

- Beschreiben Sie die zeitliche Bewegung des Drehimpulsvektors  $\mathbf{L}$ . Untersuchen Sie dazu  $d\mathbf{L} / dt$ !

**Aufgabe 12.9:**

Ein dünnwandiger Hohlzylinder (Radius  $R$ , Länge  $L$ , Masse  $M$ ) rollt eine schiefe Ebene hinab. Er beginnt zur Zeit  $t = 0$  zu rollen, wobei  $\nu(t)$  die Geschwindigkeit eines Punktes seiner Achse ist.

- a) Formulieren Sie die Massendichte  $\rho(\hat{\mathbf{r}})$  des Hohlzylinders und berechnen Sie damit den Schwerpunkt  $\mathbf{R}$  und das Trägheitsmoment  $J$  bzgl. der Rotation um die Zylinderachse.
- b) Formulieren Sie den Energiesatz und drücken Sie die gesamte kinetische Energie durch  $\nu(t)$  aus.
- c) Berechnen Sie  $\nu(t)$ .