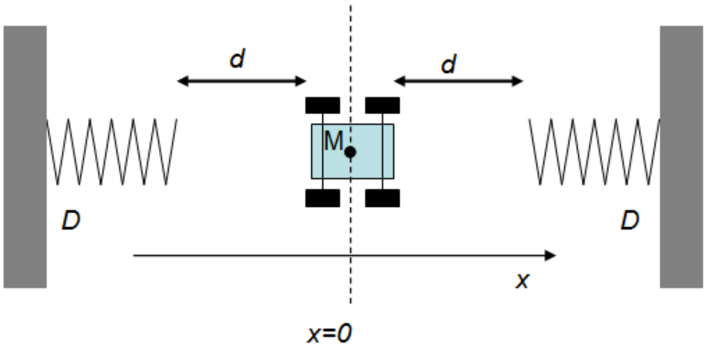
15. Übungsblatt zur VL
Einführung in die Klassische Mechanik und Wärmelehre
Modul P1a, 1. FS BPh
2. Februar 2010

Aufgabe 15.1: Wagen zwischen zwei Pufferfedern



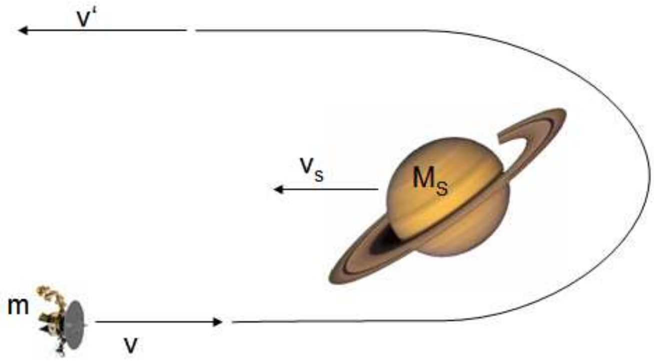
Ein Wagen bewege sich reibungsfrei auf Gleisen zwischen zwei Pufferfedern hin und her. Beide Federn haben eine Federkonstante D = 73 N/m. M sei der Schwerpunkt des Wagens. Zum Zeitpunkt $t = 0$ durchlaufe M die Position $x = 0$ nach rechts mit der Geschwindigkeit v_0 = 1,3 km/h und treffe nach der Strecke d = 18 cm auf die rechte Feder. Die Masse m des Wagens betrage 2 kg. Die Massen der Federn werde vernachlässigbar.

a) Wie lange berührt der Wagen die rechte Feder?
b) Um welche Strecke s wird die Feder zusammengedrückt?
c) An welchen Stellen x hat die Beschleunigung den größten Betrag? Geben Sie diesen Wert an.

Aufgabe 15.2: Chuck Norris

Bei der Verfolgung eines Verbrechers muss der Texas Ranger Walker einen schmalen Spalt zwischen zwei Hauswänden emporklettern. Der Haftreibungskoeffizient zwischen seinen Schuhen und der Hauswand sei 1,2, der zwischen Rücken und Wand 0,8. Er hat den Druck auf die Wand verringert, so dass sein Rücken und seine Schuhe kurz davor sind, nach unten zu rutschen.
a) Zeichnen Sie ein Kräftediagramm des Körpers.
b) Wie groß ist die Kraft mit der er gegen die Mauern drückt?
c) Welcher Anteil seiner Masse wird von der Reibungskraft gehalten, die auf seine Schuhe wirkt?

Aufgabe 15.3: Swing-by-Manöver

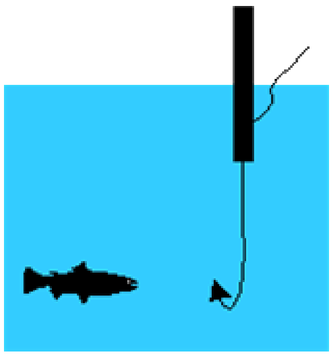


In einem Swing-by-Manöver, wird der Energietransfer in einer elastischen Kollision ausgenutzt, um eine Raumsonde zu beschleunigen. Das Bild zeigt eine Raumsonde, die sich mit v = 12 km/s dem Planeten Saturn nähert. Der Planet bewegt sich mit v_s = -9,6 km/s (beide im Bezugssystem der Sonne). Durch die gravitative Anziehung zwischen Saturn und Sonde, schwingt die Sonde um den Planeten herum und entfernt sich wieder in entgegengesetzter Richtung mit der Geschwindigkeit v'.

a) Nehmen Sie an, die Kollision wäre eindimensional und elastisch und die Saturnmasse wäre sehr viel größer als die der Sonde. Wie groß ist dann die Endgeschwindigkeit v'?

b) Um welchen Faktor erhöht sich die kinetische Energie bei diesem Manöver? Woher kommt diese Energie?

Aufgabe 15.4: Schwimmer an der Angel



Der Schwimmer an einer Angel schwebt im Wasser (Gewichts- und Auftriebskraft heben sich auf). Die Masse des Schwimmers beträgt m = 4 g, seine Querschnittsfläche A = 0,80 cm^2 und seine Länge l = 10 cm, von der 5,0 cm eingetaucht sind. Die Dichte von Wasser ist ρ_w = 1000 kg/m³. Ein Fisch zieht am Angelhaken den Schwimmer 3,0 cm senkrecht nach unten und lässt dann aber wieder los.

a) Zeigen Sie, dass der Schwimmer nach dem Loslassen (bei Vernachlässigung der Reibung) harmonisch schwingt.

b) Berechnen Sie die Schwingungsdauer der Schwingung.

c) Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich der Schwimmer durch die Gleichgewichtslage?

d) Ändert sich die Schwingungsdauer, wenn der Schwimmer nur 1,0 cm nach unten gezogen wird? Begründung!

e) Wäre die Schwingung auch noch harmonisch, wenn der Fisch den Schwimmer 15 cm nach unten gezogen hätte? Begründung!

Aufgabe 15.5:

1. Zeigen Sie, dass δQ kein totales Differential ist. Benutzt werden darf der Erste Hauptsatz und die Tatsache, dass dU dagegen ein solches totales Differential darstellt.
2. Suchen Sie am Beispiel des idealen Gases einen integrierenden Faktor $\mu(T,V)$, der aus δQ ein totales Differential $dy = \mu(T,V)\delta Q$ macht und nur von T $\left(\mu = \mu(T)\right)$ abhängt.

Aufgabe 15.6:

Die Volumenänderung eines idealen Gases erfolge gemäß

$$\frac{dp}{p} = a\frac{dV}{V}$$

Dabei ist a eine vorgegebene Konstante. Bestimmen Sie $p = p(V), V = V(T)$ und die Wärmekapazität $c_a = \left(\frac{\partial Q}{dT}\right)_a$. Wie muss a gewählt werden, damit die Zustandsänderung isobar, isochor, isotherm bzw. adiabatisch verläuft?

Aufgabe 15.7:

In Aufgabe 15.5 wird gezeigt, dass δQ kein totales Differential ist, wohl aber

$$dS = \frac{1}{T}\delta Q$$

S ist dabei die später noch einzuführende Entropie $S = S(T,V)$ $\quad (\delta Q = TdS)$.

a) Beweisen Sie für die innere Energie $U = U(T,V)$:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_V - p$$

b) Leiten Sie die allgemeine Form der thermischen Zustandsgleichung für ein System ab, das die Beziehung $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$ erfüllt.

c) Ein Gas mit konstanter Teilchenzahl erfülle die Beziehungen

$$p = \frac{1}{V}f(T) \quad ; \quad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = bp \quad (b = const)$$

Bestimmen Sie die Funktion $f\left(T\right)$!

Aufgabe 15.8:
Die thermische Zustandsgleichung eines realen Gases sei gegeben durch

$$p = nRT\left(V - nb\right)^{-1} e^{-\frac{na}{RTV}}.$$

$n = N / N_A$ sei die Zahl der Mole, *R* die allgemeine Gaskonstante, und *a, b* seien Materialkonstanten (Dieterici-Gas).

1. Bestimmen Sie aus der Virialentwicklung nach der Teilchendichte $\rho = N / V$,

$$p = k_B T \rho \left(1 + \sum_{\nu=1}^{\infty} B_\nu \rho^\nu\right),$$

   den ersten Koeffizienten B_1. Drücken Sie die Boyle-Temperatur T_B, für die $B_1 = 0$ gilt, durch die Konstanten *a* und *b* aus.
2. Vergleichen Sie den Ausdruck für B_1 mit dem entsprechenden Virialkoeffizienten der van der Waals-Gleichung. Welche Bedeutung haben die Größen *a* und *b*?
3. Wie hängt die Größe $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T$ mit der isothermen Kompressibilität κ_T zusammen? Welches Vorzeichen muss aufgrund physikalischer Argumente für $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T$ erwartet werden?
4. Berechnen Sie $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T$ für das Dieterici-Gas und bestimmen Sie die Temperatur $T_0\left(\rho\right)$, für die dieser Differentialquotient Null wird. Skizzieren Sie $T_0\left(\rho\right)$. Ermitteln Sie die kritische Temperatur T_c als Maximum von $T_0\left(\rho\right)$. Drücken Sie die Größen *a* und *b* durch T_c und die kritische Dichte ρ_c aus. Welcher Zusammenhang besteht zwischen T_c und T_B?
5. Zeichnen Sie qualitativ die durch die Dieterici-Gleichung bestimmten Isothermen im p-ρ-Diagramm. In welchem Bereich sind die Kurven unphysikalisch? Für welche Temperaturen kann das Gas durch Druckerhöhung verflüssigt werden?