2. Übungsblatt zur VL
Einführung in die Klassische Mechanik und Wärmelehre
Modul P1a, 1. FS BPh
20. Oktober 2009

Aufgabe 2.1: Wintersport

Ein Rennschlitten hat vom Start an die gleich bleibende Beschleunigung 2 m/s²

a) Wie schnell fährt der Bob 5 s nach dem Start?
b) Welchen Weg hat er bis dahin zurückgelegt?
c) Wie groß ist bis zu dieser Zeit seine Durchschnittsgeschwindigkeit?
d) Wie weit ist er gefahren wenn seine Geschwindigkeit auf 20 m/s angewachsen ist?

Aufgabe 2.2: Bremsweg

a) Welche Beschleunigung ergibt sich aus der bekannten Regel „Der Bremsweg in Meter erhält man, wenn man die Geschwindigkeit in km/h durch 10 teilt und das Ergebnis quadriert“?
b) Reicht die bekannte Regel für den Sicherheitsabstand „Tachometerabstand“ = Abstand in Meter wie die Geschwindigkeit in km/h, wenn zwei Autos mit der polizeilich verlangten Bremsbeschleunigung von 2,5 m/s² bremsen können, und der Fahrer des zweiten Wagens eine Reaktionszeit von 1 s besitzt?

Aufgabe 2.3: Künstliche Schwerkraft

Ein Raumschiff bewegt sich mit konstanter Beschleunigung von 9,8 m/s², die den Insassen während des Flugs das Gefühl normaler Schwerkraftbedingungen vermittelt.

a) Wie lange braucht das Raumschiff, um von null auf eine Geschwindigkeit zu kommen, die einem Zehntel der Lichtgeschwindigkeit entspricht (nichtrelativistische Näherung)?
b) Welche Entfernung legt es dabei zurück?

Aufgabe 2.4: Fischkutter

Vor der Küste sichtet ein Flugzeug einen Thunfischschwarm der mit 5 km/h in Richtung Nordwest schwimmt. Der Pilot informiert einen Fischkutter, der sich zu diesem Zeitpunkt 100 km südlich des Fischschwarms befindet. Der Kutter fährt mit Volldampf mit idealem Kurs auf den Schwarm zu und erreicht diesen nach 4 h. Wie schnell war der Fischkutter?

Aufgabe 2.5: Ball und Treppe

Ein Ball rollt mit der Anfangsgeschwindigkeit 3 m/s über den Absatz einer Treppe (Stufenhöhe 18 cm, Stufenbreite 30 cm). Auf welcher Stufe landet der Ball erstmals?

Aufgabe 2.6: Brunnen

Sie werfen einen Stein in einen Brunnen und hören ihn nach 1,5 s auf dem Grund aufschlagen.

a) Wie tief ist der Brunnen?
b) Nach welcher Zeit hat der Stein die Hälfte seines Fallwegs zurückgelegt?
c) Welche Zeit braucht der Stein zum Durchfallen der letzten 5 m?
d) Welche Zeit würde man messen, wenn man dasselbe Experiment auf dem Mond (Fallbeschleunigung an der Oberfläche 1,62 m/s^2) durchführen würde?

Aufgabe 2.7:

a) Welche der beiden Vektoren **a** und **b** sind orthogonal zueinander?

1. **a** = (0, -1, 1)
   b = (5, 0, 0)
2. **a** = (1, 1, 1)
   b = (-1, 0, 1)
3. **a** = (1, 2, -1)
   b = (-1, -2, +1)
4. **a** = (4, 2, 2)
   b = (1, -4, 2)

b) Welche Winkel werden von **a** und **b** eingeschlossen?

1. **a** = (1, -1, 1) ; **b** = (-1, 1, -1)
2. **a** = (0, 1, 0) ; **b** = (0, $\sqrt{3}$, 3)

c) Berechnen Sie das Vektorprodukt

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$$

für

1. **a** = (2, 3, 1) ; **b** = (-1, 2, 4)
2. **a** = (-2, 1, 0) ; **b** = (1, 4, 3)

Aufgabe 2.8:

Beweisen Sie:

1. $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})^2 = a^2 b^2 - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2$,

2. $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{d}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{d})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$,

3. $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot [(\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \times (\mathbf{c} \times \mathbf{a})] = [\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})]^2$.

Aufgabe 2.9:

a) Demonstrieren Sie mit Hilfe des Entwicklungssatzes die Nicht-Assoziativität des Vektorproduktes.

b) Unter welchen Umständen kann

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$$

sein?

c) Überlegen Sie sich, welche Richtung der Vektor

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times (\mathbf{c} \times \mathbf{d})$$

aufweist!

Aufgabe2.10:

$\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3$ seien orthogonale Einheitsvektoren in x-, y-, z-Richtung

a) Bestimmen Sie die reelle Zahl α so, dass

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3$$
$$\mathbf{b} = 3\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 - \alpha e_3$$

orthogonal zueinander sind.

b) Zerlegen Sie den Vektor **a** in einen Vektor $\mathbf{a}_\perp$ senkrecht und einen Vektor $\mathbf{a}_\parallel$ parallel zum Vektor **c**,

$$\mathbf{c} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$$

Überprüfen Sie:

$$\mathbf{a}_\parallel \cdot \mathbf{a}_\perp = 0$$

c) Bestimmen Sie den Winkel zwischen den Vektoren

$$\mathbf{d} = \left(2 + \sqrt{3}\right)\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$$
$$\mathbf{f} = \mathbf{e}_1 + \left(2 + \sqrt{3}\right)\mathbf{e}_2$$

Berechnen Sie die Länge der Projektion von **d** auf **f** !

d) Berechnen Sie mit **a** aus (a) und **c** aus (b):

$$\mathbf{a} \times \mathbf{c}, \quad (\mathbf{a}+\mathbf{c}) \times (\mathbf{a} - \mathbf{c}), \quad \mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{c})$$

e) Bestimmen Sie die Fläche des von **a** und **c** aufgespannten Parallelogramms und bestimmen Sie einen Einheitsvektor, der auf dieser Ebene senkrecht steht.

Aufgabe 2.11:

1. Ein Massenpunkt werde vom Koordinatenursprung 0 = (0, 0, 0) nach $P = (1,1,1)$ auf drei verschiedenen Wegen verschoben:

   W_1: geradlinige Verbindung von 0 nach P

   W_2: drei geradlinige Teilwege, jeweils parallel zu den kartesischen Koordinatenachsen

W_3: so gekrümmt, dass die Projektionen von W_3 auf die x-y- und y-z-Ebenen jeweils eine gewöhnliche Parabel, die auf die x-z-Ebene eine Parabel 4. Ordnung $\left(z = x^4\right)$ darstellen.

Finden Sie passende Parametrisierungen der Raumkurven.

2. Finden Sie eine Parameter-Darstellung der Zykloide. Eine solche ergibt sich als Bahn eines festen Punktes auf einem Kreis, wenn dieser auf einer Geraden abrollt.