**3. Übungsblatt zur VL**
**Einführung in die Klassische Mechanik und Wärmelehre**
**Modul P1a, 1. FS BPh**
27. Oktober 2009

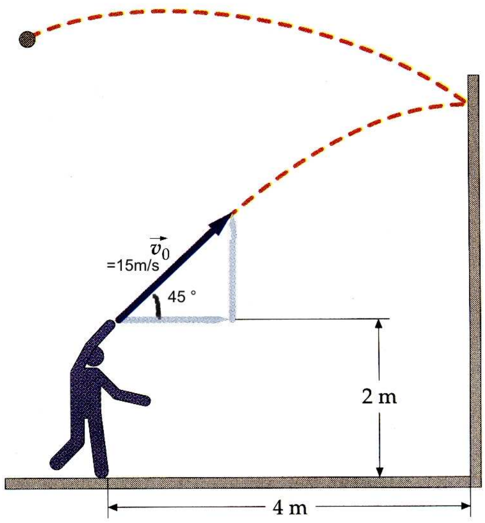
## Aufgabe 3.1: Relativgeschwindigkeit

Ein Schwimmer durchschwimmt einen Fluss mit 1,6 m/s relativ zum Wasser. Er kommt 40 m stromabwärts auf dem gegenüberliegenden Ufer an. Der Fluss ist 80 m breit.

a) Wie schnell fließt das Wasser?
b) Wie hoch ist die Geschwindigkeit des Schwimmers relativ zum Flussufer?
c) In welche Richtung müsste der Schwimmer schwimmen, um auf derselben Flusshöhe am gegenüberliegenden Ufer anzukommen?

## Aufgabe 3.2: Ballspiel

Ein Kind wirft einen Ball gegen eine senkrechte Mauer, 4 m von ihm entfernt. Der Ball startet 2 m über der Grund, als er seine Hand verlässt, hat eine Anfangsgeschwindigkeit von 15 m/s und einen Wurfwinkel von 45° zur Horizontalen. Wenn der Ball auf die Wand auftrifft, kehrt sich seine horizontale Geschwindigkeit um, die vertikale Geschwindigkeit bleibt dieselbe.
Wo landet der Ball auf dem Boden?

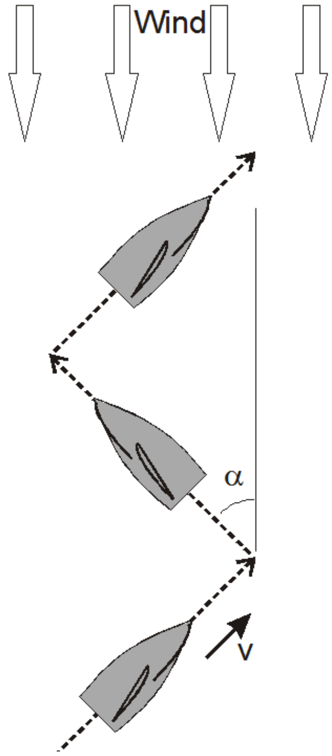



## Aufgabe 3.3: Teilchen auf Kreisbahn

Ein Teilchen *P* bewegt sich mit konstantem Geschwindigkeitsbetrag auf einem Kreis mit Radius $r$ = 3,00 m. Es durchläuft den Kreis einmal in 20,0 s. Zum Zeitpunkt $t$ = 0 kommt das Teilchen am Ursprung *O* der Koordinatensystems vorbei.
Drücken Sie die folgenden Vektoren in der Betrag—Winkel-Schreibweise aus (der Winkel soll relativ zur positiven Richtung der $x$-Achse angegeben werden): Ort, Geschwindigkeit, Beschleunigung. Bestimmen Sie den Ortsvektor des Teilchens relativ zu *O* zu den jeweiligen Zeitpunkten $t$ = (a) 5,00 s; (b) 7,50 s; (c) 10,0 s.

(d) Bestimmen Sie die Verschiebung des Teilchens während des 5,00 s langen Zeitintervalls vom Ende der fünften Sekunde bis zum Ende der zehnten Sekunde.
(e) Ermitteln Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit während dieses Zeitintervalls. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit und die Beschleunigung am Anfang und am Ende dieses Intervalls.

**Aufgabe 3.4: Kreuzen**




Da ein Segelboot nicht gegen den Wind fahren kann, muss es kreuzen, um ein Ziel in Windrichtung zu erreichen. Dabei fährt es einen "Zickzackkurs" unter einem Winkel $\alpha$ gegen den Wind (s. Bild).
Bei einer Regatta wählen nun zwei Segler auf einem Kreuzkurs verschiedene Strategien. Segler *A* fährt in einem möglichst steilen Winkel von $\alpha = 40°$ gegen den Wind und hat dabei eine Geschwindigkeit von $v_A$ = 4 m/s. Segler *B* wählt einen flacheren Winkel von 50°, bei dem er aber eine etwas höhere Geschwindigkeit von $v_B$ = 5 m/s erreicht. Welche Strategie ist die schnellere, wenn der Zieldurchlauf genau in Windrichtung liegt?

**Aufgabe 3.5: Safari**

Ein Kameramann sitzt in einem Jeep, der mit 20 km/h nach Westen fährt. Er filmt einen Geparden, der sich 30 km/h schneller als der Jeep ebenfalls nach Westen bewegt. Auf einmal hält der Gepard an, dreht um und läuft mit 45 km/h nach Osten, wie ein plötzlich nervös gewordenes Mitglied der Kameracrew am Wegesrand gerade noch messen konnte. Der Gepard braucht 2,0 s, um seine Geschwindigkeit zu verändern. Wie groß ist die Beschleunigung des Geparden aus der Sicht (a) des Kameramanns und (b) des Crewmitglieds am Wegesrand?

**Aufgabe 3.6 TGV**

Der französische Schnellzug TGV (*Train à Grande Vitesse*) besitzt eine geplante Durchschnittsgeschwindigkeit von 216 km/h.

a) Wenn der Zug mit diesem Geschwindigkeitsbetrag um eine Kurve fährt und der Betrag der Beschleunigung, dem die Passagiere unterliegen dürfen, auf 0,050 $g$ begrenzt ist, welcher minimale Kurvenradius ist dann gerade noch erlaubt?
b) Mit welchem Geschwindigkeitsbetrag muss der Zug eine Kurve von 1,00 km Radius durchfahren, um die vorgegebene Beschleunigungsgrenze zu erreichen?

**Aufgabe 3.7:**
Gegeben sei die Bahnkurve

$$r(t) = \left(4\sin\frac{t}{t_0},\ 3\frac{t}{t_0},\ 4\cos\frac{t}{t_0}\right) \quad ; \quad t_0 = const.$$

Berechnen Sie:

a) die Bogenlänge $s(t)$, wobei $s(t=0)=0$ angenommen werden soll,

b) den Tangenteneinheitsvektor $\hat{\mathbf{t}}$,

c) die Krümmung $\kappa$ und den Krümmungsradius $\rho$ der Kurve,

d) den Normaleneinheitsvektor $\hat{\mathbf{n}}$,

e) das begleitende Dreibein $(\hat{\mathbf{t}},\ \hat{\mathbf{n}},\ \hat{\mathbf{b}})$ für $t = \pi t_0$

f) die Torsion der Raumkurve.

**Aufgabe 3.8:**

a) Berechnen Sie die Krümmung, Torsion und begleitendes Dreibein der Raumkurve

$$\mathbf{r}(\varphi) = R(\varphi + \sin\varphi, 1 + \cos\varphi, 0).$$

b) Bestimmen Sie die Krümmung der ebenen Raumkurve

$$\mathbf{r}(\varphi) = (\varphi, f(\varphi), 0).$$

**Aufgabe 3.9:**
Man zeige, dass für die Torsion einer Raumkurve

$$\tau = \rho^2 \left(\frac{d}{ds}\mathbf{r}(s)\right) \cdot \left[\left(\frac{d^2}{ds^2}\mathbf{r}(s)\right) \times \left(\frac{d^3}{ds^3}\mathbf{r}(s)\right)\right]$$

gilt.

**Aufgabe 3.10:**
Zeigen Sie, dass die Krümmung κ einer Raumkurve die Beziehung

$$\kappa = \frac{1}{|\dot{\mathbf{r}}|^3} |\dot{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{r}}|$$

erfüllt.

**Aufgabe 3.11:**
Welche

a) Kugelkoordinaten $(r, \vartheta, \varphi)$
b) Zylinderkoordinaten $(\rho, \varphi, z)$

haben die Punkte $P_i = (x_i, y_i, z_i)$:

$$P_1 = (1,0,1) \quad ; \quad P_2 = (0,1,-1) \quad ; \quad P_3 = (0,-3,0)?$$