

7. Übungsblatt zur VL
Einführung in die Klassische Mechanik und Wärmelehre
Modul P1a, 1. FS BPh
24. November 2009

Aufgabe 7.1: Kugel auf rotierende Scheibe II

Bearbeiten Sie die Aufgabe 6.5 vom letzten Übungsblatt nun unter der Annahme, dass die Kugel eine Reibungskonstante $f = 0,5$ besitzt und eine Masse von 100 g hat.

Aufgabe 7.2: Rotierende Flüssigkeit

Ein zylindrisches Gefäß der Höhe H und dem Radius R (innen gemessen) sei mit einer Flüssigkeit vom Volumen V ($V < V_{\text{Zyl}}$) gefüllt. Das Gefäß rotiere nun mit der Winkelgeschwindigkeit ω . Durch Reibung rotiert die Flüssigkeit, auf die zusätzlich die Schwerkraft der Erde wirkt, nach einer gewissen Zeit ebenfalls mit dieser Geschwindigkeit.

a) Zeigen Sie, dass unter der Annahme, dass die Kräfte senkrecht auf der Flüssigkeitsoberfläche stehen, das Profil der Flüssigkeitsoberfläche der Formel

$$z(r) = \frac{1}{2} \frac{(\omega r)^2}{g} + h_0$$

(r = Radius in Zylinderkoordinaten) genügt. Bestimmen sie h_0 als Funktion von V .

b) Bei welcher Winkelgeschwindigkeit ω' wird die Flüssigkeit über den Rand fließen? Achten Sie darauf, dass h_0 auch negativ werden kann.

Zur Volumenintegration sollte man das Volumenmaß in Zylinderkoordinaten benutzen:

$$dV = r dr d\varphi dz$$

Aufgabe 7.3: Pendel

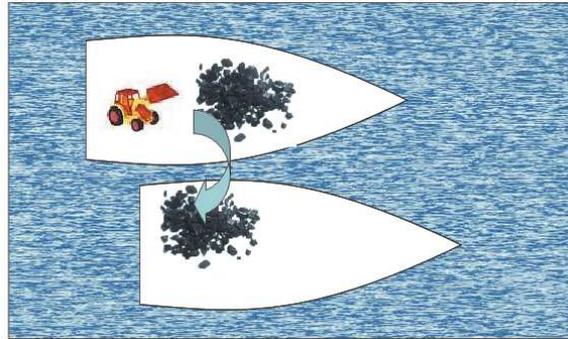
Eine Pendelkugel (Durchmesser $d = 2,4$ cm, Masse $m = 300$ g) wird an einem Seil (masselos, Länge $l = 2$ m) auf die Höhe $h = 20$ cm gehoben. Im untersten Punkt braucht sie zum Durchlaufen einer Lichtschranke (Strecke $\Delta s = d$) die Zeit 0,012 s.

a) Berechnen Sie die kinetische Energie im untersten Punkt der Bahn auf zwei Arten.

b) Das Seil wird 10 s nachdem das Pendel zum Schwingen gebracht wurde durchgeschnitten. Berechnen Sie die Geschwindigkeit (Betrag & Richtung), mit der die Kugel davonfliegt.

Aufgabe 7.4: Lastkähne

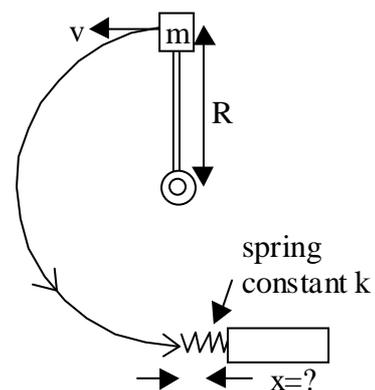
Zwei Lastkähne bewegen sich in ruhendem Gewässer mit einer Geschwindigkeit von 10 km/h bzw. 20 km/h fort. Während die Kähne aneinander vorbeifahren, wird Kohle mit einer Rate von 1 t/min vom langsameren auf den schnelleren Kahn geschaufelt. Wieviel Kraft muss (a) die Maschine des schnelleren und (b) die des langsameren Kahns zusätzlich aufwenden, wenn sich durch dieses Manöver die Geschwindigkeit der Kähne nicht ändern soll?



Nehmen Sie an, es werde stets genau seitwärts geschaufelt. Die Reibungskräfte zwischen Kahn und Wasser sollen nicht von der Masse der Kähne abhängen.

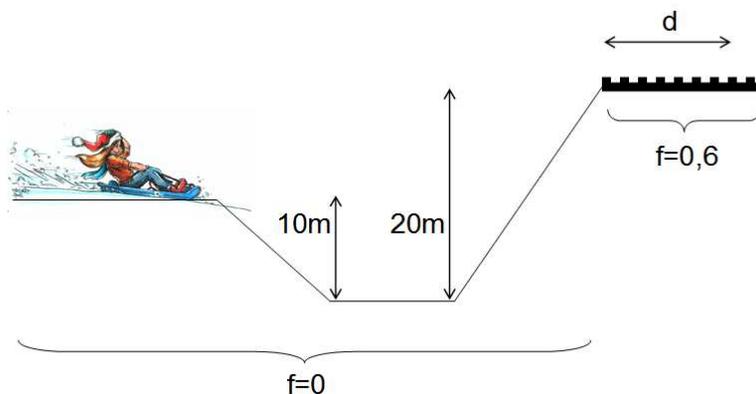
Aufgabe 7.5: Schwingende Masse

Eine Masse m ist an einem masselosen, steifen Stab der Länge R befestigt. Dieser Stab ist am anderen Ende derart aufgehängt, dass die Masse in einem senkrechten Kreis nach unten schwingen kann. Die Masse startet am oberen Maximum des Kreises mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 . Sie schwingt dann einen 180°-Bogen und trifft auf eine horizontale Feder (Federkonstante D). Um welche Strecke x wird die Feder zusammengedrückt, bis die Masse zur Ruhe kommt?



Aufgabe 7.6: Schlitten

Ein Schlitten rutscht, wie im Bild zu sehen einen Abhang hinunter, durchquert dabei eine Senke, gleitet dann einen höheren Hang wieder hinauf und erreicht dort ein Plateau. Die Bahn ist bis auf das letzte, ebene Stück reibungsfrei. Auf dem Plateau bringt eine Reibungskraft den Schlitten innerhalb einer Strecke d zum Stehen.



Der anfängliche Geschwindigkeitsbetrag v_0 des Schlittens sei 30 m/s, die Senke ist 10 m tief und der anschließende Hang 20 m hoch. Der Gleitreibungskoeffizient ist $f = 0,6$. Bestimmen Sie den Bremsweg d .

Aufgabe 7.7:

- a) Betrachten Sie eine allgemeine, eindimensionale Bewegung eines Massenpunktes der Masse m unter dem Einfluss der Kraft:

$$F = F(x) \quad ; \quad x = x(t)$$

Zeigen Sie, dass sich die Bahnkurve $x = x(t)$ bzw. ihre Umkehrung $t = t(x)$ als

$$t - t_0 = \int_{x_0}^x \frac{dx'}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - V(x'))}}$$

schreiben lässt. Dabei sind E und t_0 Integrationskonstanten mit $x_0 = x(t_0)$.

$V(x)$ ist die Stammfunktion der Kraft $F(x)$. Wie hängt das „Potential der Kraft F “ $V(x)$ mit E zusammen?

- b) Berechnen Sie mit dem Ergebnis aus Teil a) die Schwingungsdauer τ eines Massenpunktes m an einer Feder der Federkonstanten k im Gültigkeitsbereich des Hookeschen Gesetzes

$$F(x) = -k \cdot x$$

Dabei ist x die Auslenkung aus der Gleichgewichtslage.

Aufgabe 7.8:

Ein Massenpunkt m bewege sich linear unter dem Einfluss der Kraft

$$F = F(x) = -kx - \gamma x^3$$

Dabei sei γ eine sehr kleine Korrektur. Berechnen Sie die Schwingungsdauer der (leicht) anharmonischen Schwingung. (Siehe Aufgabe 7.7). Benutzen Sie zur Näherung:

a) $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$

b) $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2$.