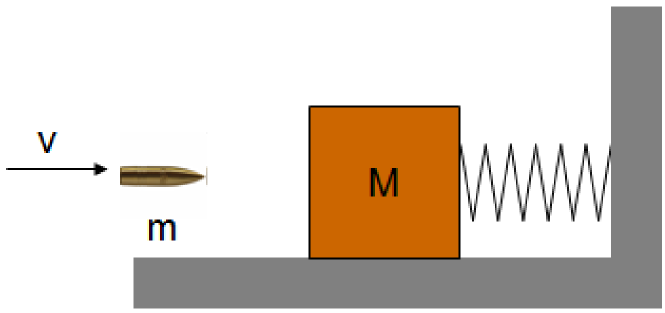
8. Übungsblatt zur VL
Einführung in die Klassische Mechanik und Wärmelehre
Modul P1a, 1. FS BPh
1. Dezember 2009

Aufgabe 8.1: Gewehrkugel I

Eine Gewehrkugel der Masse m wird vertikal von unten in einen ursprünglich ruhenden Holzblock der Masse M geschossen. Die Kugel durchdringt den Block geradlinig und steigt danach auf eine Höhe h über dem Block, bevor sie wieder herunterfällt. Der Holzblock selbst wird um einen Höhe H aus seiner Ursprungslage angehoben.
a) Geben Sie die Geschwindigkeit der Kugel und des Blocks unmittelbar nach dem Austritt der Kugel aus dem Block an.
b) Geben Sie Kugelgeschwindigkeit vor dem Eintritt in den Holzblock an.
c) Wie groß sind die mechanischen Energien des Systems vor und nach der inelastischen Kollision?
d) Wie groß ist die vom Holzblock absorbierte Energie?
Geben Sie die Werte als Funktion der Parameter m, M, h, H an.

Aufgabe 8.2: Gewehrkugel II

Ein Klotz der Masse M befinde sich auf einer waagrechten, reibungsfreien Tischfläche in Ruhe. Er sei über eine Feder (Federkonstante D) mit einer Wand verbunden. Eine Gewehrkugel der Masse m und der Geschwindigkeit v trifft auf den Klotz und bleibt in diesem stecken. Berechnen Sie (a) die Geschwindigkeit des Klotzes unmittelbar nach dem Aufprall und (b) die Amplitude der resultierenden harmonischen Schwingung.



Aufgabe 8.3: Schwingungen

Bestimmen Sie die Korrekturen für die Schwingungsdauer eines ebenen mathematischen Pendels in niedrigster, nicht-verschwindender Ordnung bezüglich des maximalen Auslenkwinkels φ_0 aus dem Energieerhaltungssatz durch Integration über eine Viertelperiode der Pendelbewegung.

Hinweis zur Integration: Drücken Sie den Kosinus im Integranden jeweils durch das Quadrat des Sinus vom halben Winkel aus und substituieren Sie

$$\sin(\varphi/2) = \sin(\varphi_0/2)\ \sin(u).$$

In em sich ergebenden Integral über *u* kann dann folgende Näherung

$$(1-x)^{-1/2} \approx 1 + x/2$$

für $x << 1$ benutzt werden.

Aufgabe 8.4: Looping

Eine Kugel rollt auf einer Schiene von einer Höhe h aus herunter und durchläuft eine ebenfalls geführte Loopingbahn mit Radius R=25 cm.
Von welcher Höhe muss die Kugel gestartet werden, damit die Kugel die Loopingbahn voll durchläuft?
a) wenn Sie Reibung und Drehimpuls der Kugel vernachlässigen.
b) wenn Sie jetzt noch die Reibung berücksichtigen.

Der Reibungskoeffizient ist f=0,01, die Steigung der Schiene ist 80%. Die Kugel hat die Masse 100 g.

Aufgabe 8.5: Stimmgabeln

a) Bei einer Stimmgabel unbekannter Frequenz höre man drei Schwebungen pro Sekunde, wenn sie zusammen mit einer Standardstimmgabel der Frequenz 384 Hz klingt. Die Frequenz der Schwebungen wird kleiner, wenn man ein winziges Stück Wachs auf eine der Zinken der ersten Stimmgabel gibt. Welche Frequenz hat diese Stimmgabel?

b) Sie haben fünf Stimmgabeln, die bei ähnlichen, aber doch verschiedenen Frequenzen schwingen. Je nachdem wie sich die einzelnen Frequenzen unterscheiden, erhalten Sie eine unterschiedliche Anzahl von möglichen Schwingungen, wenn sie jeweils zwei Stimmgabeln gleichzeitig anschlagen. Wie viele Schwebefrequenzen können maximal bzw. minimal auftreten?

Aufgabe 8.6 :
Ein linearer harmonischer Oszillator ($\omega_0^2 = k/m$; k: Federkonstante, m: Masse) unterliege Stokes'scher Reibung $\left(F_R = -\alpha\,\dot{x}\right)$ und erhalte in der Ruhelage $\left(x = 0\,,\,\dot{x} = 0\right)$ zur Zeit $t = 0$ einen Kraftstoß

$$F(t) = \begin{cases} mv_0/t_0 & \text{für } 0 \le t \le t_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Bestimmen Sie die Auslenkung $x(t)$ für $0 \le t \le t_0$!
b) Die Kraft $F(t)$ macht bei $t = t_0$ einen endlichen Sprung. Überlegen Sie sich, welche Randbedingungen daraus für die Lösung $x(t)$ für $t > t_0$ folgen. Legen Sie damit $x(t)$ für $t > t_0$ fest.
c) Diskutieren Sie den extrem kurzen Kraftstoß: $t_0 \to 0$!
d) Was ergibt sich für den lang andauernden Kraftstoß $t_0 >> m/\alpha$?

Aufgabe 8.7:
Auf der Innenseite der Decke eines Fahrstuhls ist ein Fadenpendel mit der Fadenlänge L und Punktmasse m angebracht.
Der Fahrstuhl befindet sich in Ruhe.
a) Wie groß ist die Kreisfrequenz ω der Schwingung des Fadenpendels?
b) Wie groß ist die Periode τ?

Die Pendelmasse wird bei gespanntem Faden in der Art ausgelenkt, dass die Masse vertikal insgesamt um die Strecke s angehoben wird.
c) Wie groß ist der Gewinn an potentieller Energie durch die Auslenkung?
d) Wie groß ist die Maximalgeschwindigkeit der Punktmasse nach dem Loslassen aus der Auslenkungslage?

Der Fahrstuhl werde nun mit der konstanten Beschleunigung **a** nach unten in Bewegung gesetzt. Man beantworte für die geänderte Situation die Fragen a) bis d).

Aufgabe 8.8:
Ein Teilchen der Masse $m = 3g$ bewegt sich in einem homogenen, zeitabhängigen Kraftfeld

$$\mathbf{F} = \left(45t^2, 6t - 3, -18t\right) \cdot 10^{-5}\,N$$

(t: Zeit in Sekunden) mit den Anfangbedingungen:

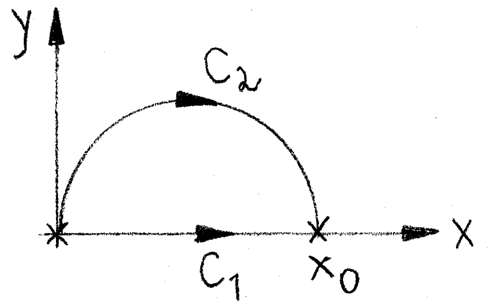
$$\mathbf{r}(t=0) = (0,0,0)cm,$$
$$\dot{\mathbf{r}}(t=0) = (0,0,6)cm\, s^{-1}.$$

1. Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Teilchens nach einer Sekunde.
2. Welche kinetische Energie hat das Teilchen nach einer Sekunde?
3. Welche Arbeit W_{10} leistet das Feld bei der Verschiebung des Teilchens von $\mathbf{r}(t=0)$ nach $\mathbf{r}(t=1)$?

Aufgabe 8.9:
Der räumlich isotrope harmonische Oszillator unterliegt dem Kraftfeld

$$\mathbf{F} = -k\mathbf{r}$$

Welche Arbeit muss aufgewendet werden, um den Oszillator von $P_0 = (0,0,0)$ nach $P_1(x_0,0,0)$ zu verschieben?



Die Verschiebung soll auf zwei verschiedenen Wegen erfolgen:
C_1: Gerade längs x-Achse
C_2: Halbkreis in der xy-Ebene mit Radius $x_0/2$.

Aufgabe 8.10:
Gegeben sei das Kraftfeld

$$\mathbf{F} = f\left(\frac{3}{\alpha^2}x^2 + \frac{2}{\alpha}y, -\frac{9}{\alpha^2}yz, \frac{8}{\alpha^3}xz^2\right) \quad \alpha = const.$$

a) Ist die Kraft konservativ?
b) Welche Arbeit muss aufgewendet werden, um den Massenpunkt m im Feld $\mathbf{F}$ auf einer Geraden von $(0,0,0)$ nach (α,α,α) zu verschieben?
c) Berechnen Sie die Arbeit, wenn als Weg der Polygonzug $(0,0,0) \to (\alpha,0,0) \to (\alpha,\alpha,0) \to (\alpha,\alpha,\alpha)$ gewählt wird.
d) Welche Arbeit muss auf dem Parabelbogen $(y = x^2, z = y^2)$ von $(0,0,0)$ nach (α,α,α) gegen das Kraftfeld $\mathbf{F}$ geleistet werden?
e) Der Massenpunkt werde auf einem Kreis mit dem Radius α in der xy-Ebene um den Koordinatenursprung geführt. Welche Arbeit ist bei einem vollen Umlauf zu leisten?