

# Verschränkte Photonen aus Halbleiter-Quantenpunkten für Quanteninformation

S. Arroyo Camejo

Humboldt-Universität zu Berlin

4. Februar 2008

# Inhalt

- 1 Theorie der Verschränkung
- 2 Halbleiter Quantenpunkte
- 3 Experimenteller Durchbruch
- 4 Zusammenfassung

# Übersicht

- 1 Theorie der Verschränkung
- 2 Halbleiter Quantenpunkte
- 3 Experimenteller Durchbruch
- 4 Zusammenfassung

# Theorie der Verschränkung

## Def.: Verschränkung

Gemeinsamer Zustand zweier Quantenobjekte, der *nicht* in Einzelteilchenzustände separabel ist, d.h. sich nicht in der Form

$$|\psi\rangle = |\psi\rangle_A \otimes |\psi\rangle_B \quad (1)$$

darstellen lässt.

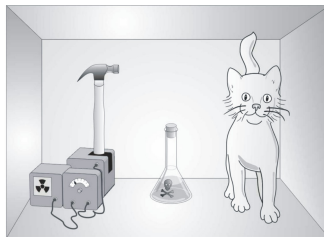
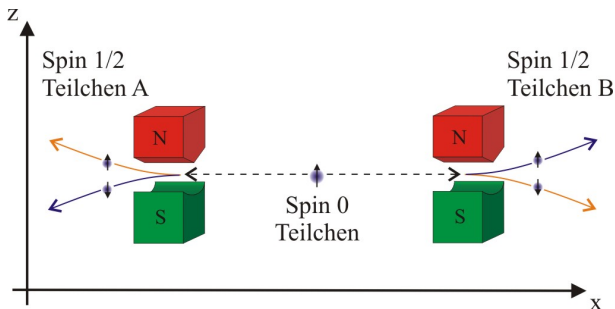


Abbildung: Erwin Schrödinger [wikipedia.de] und sein Gedankenexperiment

# Auswirkungen von Verschränkung

$$\text{Zustand: } |\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B - |\downarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B)$$

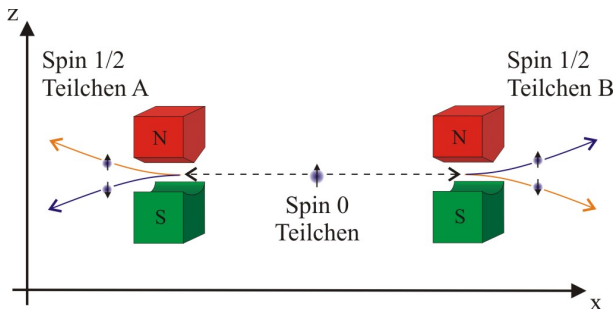


## Aussagen der Quantenmechanik:

- vor einer Messung ist Messergebnis nicht festgelegt
- Messung an A legt Messergebnis bei B fest

# Auswirkungen von Verschränkung

$$\text{Zustand: } |\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B - |\downarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B)$$



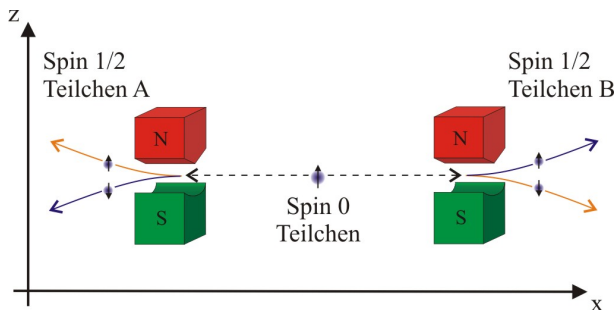
## Implikationen der Quantenmechanik:

- ⇒ A und B besitzen *nicht lokal-realistische* Eigenschaften
- ⇒ Korrelation zwischen A und B ist „enger“ als klassisch

# Einstein-Podolsky-Rosen-Paradoxon

EPR-Hauptaussage: (Lokalität, Realität, spez. Relativitätstheorie)

Teilcheneigenschaften müssen lokal-realistisch sein,  
andernfalls ist physikalische Theorie unvollständig!



„Scheinbare spukhafte Fernwirkung resultiert aus  
*Unvollständigkeit* der QM!“

# Bellsche Ungleichungen und experimentelle Realität

## Bellsche Ungleichungen (1964):

- treffen allgemeingültige Aussage, die aus lokal-realistischen Theorien folgt
- Aussagen stimmen im Allgemeinen nicht mit QM überein

## Experimente von A. Aspect et al. (1982):

- ⇒ Bellsche Ungleichungen werden verletzt
- ⇒ Quantenmechanische Voraussage wurde bestätigt
- ⇒ es kann keine lokal-realistischen, verborgenen Variablen geben!



# Bellsche Ungleichungen und experimentelle Realität

## Bellsche Ungleichungen (1964):

- treffen allgemeingültige Aussage, die aus lokal-realistischen Theorien folgt
- Aussagen stimmen im Allgemeinen nicht mit QM überein

## Experimente von A. Aspect et al. (1982):

- ⇒ Bellsche Ungleichungen werden verletzt
- ⇒ Quantenmechanische Voraussage wurde bestätigt
- ⇒ es kann keine lokal-realistischen, verborgenen Variablen geben!

⇒ Verschränkung ist tatsächlich etwas physikalisch Neues!!!

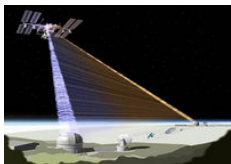
# Anwendungsmöglichkeiten von Verschränkung



- Quantenkryptographie, Zufallszahlen etc.  
[[http://www.stern.de/...](http://www.stern.de/)]



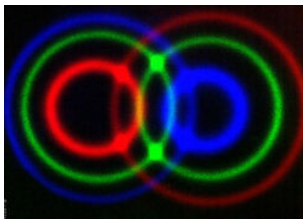
- Quantencomputer, Quanteninformatik etc.  
[<http://www.quantum.at/research...>]



- Quantenkommunikation, Quantenteleportation  
[<http://www.quantum.at/quest>]

# Herkömmliche Erzeugung verschränkter Photonen

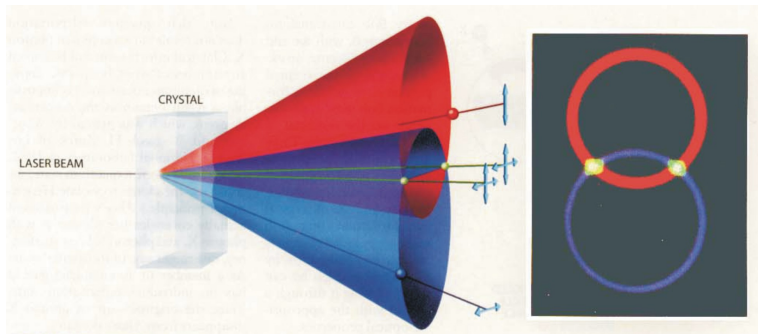
- Zwei-Photonen-Kaskaden Zerfall in Atomen
- parametric down-conversion (z.B. in BBO-Kristall)



**Abbildung:** parametric down-conversion [M. Reck und P. G. Kwiat, Universität Wien]

# Parametric down-conversion

$$\text{Gesamtzustand: } |\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_A |\leftrightarrow\rangle_B + |\leftrightarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B)$$



**Abbildung:** Erzeugung durch parametric down-conversion  
[A. Zeilinger, *Scientific American*, 4 (2000)]

# Nachteile herkömmlicher Erzeugung

Spontane Emission und nichtlinearer Prozess besitzen:

- statistische Erzeugungsrate, d.h. insbesondere keine on-demand Abrufbarkeit
- ungewollte Mehrfach-Paarerzeugung möglich (senkt Verschränkung, hebt Fehlerrate)
- niedrige Verschränkungsrate

# Forderung an Photonenquelle

- 1 „saubere“ Erzeugung *einzelner* Photonenpaare
- 2 Zuverlässigkeit, sofortige Einsatzbereitschaft (on-demand source)
- 3 hinreichende(!) *Verschränktheit* der Photonen

# Forderung an Photonenquelle

- 1 „saubere“ Erzeugung *einzelner* Photonenpaare
- 2 Zuverlässigkeit, sofortige Einsatzbereitschaft (on-demand source)
- 3 hinreichende(!) *Verschränktheit* der Photonen

⇒ Wann ist ein Zustand verschränkt?

# Separabilität und Verschränkung reiner Zustände

## Reiner verschränkter Zustand

Ein reiner Zustand, der nicht als Produktzustand darstellbar ist:

$$|\psi\rangle = |\psi\rangle^A \otimes |\psi\rangle^B, \quad (2)$$

$$\rho = (|\psi\rangle_i \langle\psi|_i)^A (|\psi\rangle_i \langle\psi|_i)^B. \quad (3)$$



# Separabilität und Verschränkung reiner Zustände

## Reiner verschränkter Zustand

Ein reiner Zustand, der nicht als Produktzustand darstellbar ist:

$$|\psi\rangle = |\psi\rangle^A \otimes |\psi\rangle^B, \quad (2)$$

$$\rho = (|\psi\rangle_i \langle\psi|_i)^A (|\psi\rangle_i \langle\psi|_i)^B. \quad (3)$$

*Beispiele:*

- $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A + |V\rangle_A) |V\rangle_B$
- $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A |V\rangle_B + |V\rangle_A |H\rangle_B)$

# Separabilität und Verschränkung reiner Zustände

## Reiner verschränkter Zustand

Ein reiner Zustand, der nicht als Produktzustand darstellbar ist:

$$|\psi\rangle = |\psi\rangle^A \otimes |\psi\rangle^B, \quad (2)$$

$$\rho = (|\psi\rangle_i \langle\psi|_i)^A (|\psi\rangle_i \langle\psi|_i)^B. \quad (3)$$

*Beispiele:*

- $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A + |V\rangle_A) |V\rangle_B \Rightarrow$  separabel!
- $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A |V\rangle_B + |V\rangle_A |H\rangle_B)$

# Separabilität und Verschränkung reiner Zustände

## Reiner verschränkter Zustand

Ein reiner Zustand, der nicht als Produktzustand darstellbar ist:

$$|\psi\rangle = |\psi\rangle^A \otimes |\psi\rangle^B, \quad (2)$$

$$\rho = (|\psi\rangle_i \langle \psi|_i)^A (|\psi\rangle_i \langle \psi|_i)^B. \quad (3)$$

*Beispiele:*

- $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_A + |V\rangle_A) |V\rangle_B \Rightarrow$  separabel!
- $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_A |V\rangle_B + |V\rangle_A |H\rangle_B) \Rightarrow$  verschränkt!

$\implies$  relativ einfache Differenzierung: separabel  $\leftrightarrow$  verschränkt

# Verschränkung gemischter Zustände

## Gemischter verschränkter Zustand

Ein gemischter Zustand, der nicht als statistisches Gemisch von Produktzuständen darstellbar ist:

$$|\psi\rangle = \sum_i p_i |\psi\rangle_i^A \otimes |\psi\rangle_i^B, \quad (4)$$

$$\rho = \sum_i p_i (|\psi\rangle_i \langle \psi|_i)^A (|\psi\rangle_i \langle \psi|_i)^B. \quad (5)$$

# Verschränkung gemischter Zustände

## Gemischter verschränkter Zustand

Ein gemischter Zustand, der nicht als statistisches Gemisch von Produktzuständen darstellbar ist:

$$|\psi\rangle = \sum_i p_i |\psi\rangle_i^A \otimes |\psi\rangle_i^B, \quad (4)$$

$$\rho = \sum_i p_i (|\psi\rangle_i \langle\psi|_i)^A (|\psi\rangle_i \langle\psi|_i)^B. \quad (5)$$

*Beispiel:*

- $|\psi\rangle = \frac{1}{2} (|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle)$

# Verschränkung gemischter Zustände

*Beispiel:*

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle)$$

# Verschränkung gemischter Zustände

*Beispiel:*

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle) \\ &= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle) + \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle) \end{aligned}$$

# Verschränkung gemischter Zustände

*Beispiel:*

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle) \\ &= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle) + \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle) \quad \Rightarrow \text{verschränkt!} \end{aligned}$$



# Verschränkung gemischter Zustände

*Beispiel:*

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle) \\ &= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle) + \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle) \quad \Rightarrow \text{verschränkt!} \\ &= \frac{1}{2}(|0\rangle + |1\rangle)_A \otimes (|0\rangle + |1\rangle)_B \end{aligned}$$

# Verschränkung gemischter Zustände

*Beispiel:*

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle) \\ &= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle) + \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle) && \Rightarrow \text{verschränkt!} \\ &= \frac{1}{2}(|0\rangle + |1\rangle)_A \otimes (|0\rangle + |1\rangle)_B && \Rightarrow \text{separabel!} \end{aligned}$$

# Verschränkung gemischter Zustände

*Beispiel:*

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle + |0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle) \\ &= \frac{1}{2}(|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle) + \frac{1}{2}(|1\rangle|0\rangle + |1\rangle|0\rangle) && \Rightarrow \text{verschränkt!?!} \\ &= \frac{1}{2}(|0\rangle + |1\rangle)_A \otimes (|0\rangle + |1\rangle)_B && \Rightarrow \text{separabel!} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Differenzierung nicht mehr trivial!

$\Rightarrow$  Auswertung von Experimenten aufwendig!

# Maße für Verschränkung

Verschränkung (von Neumann Entropie):

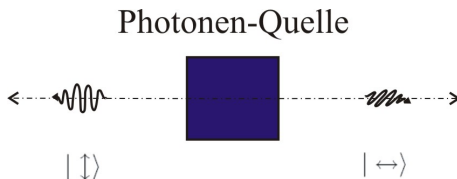
$$E(\psi) = -\text{tr}(\rho_A \log_2 \rho_A) = -\text{tr}(\rho_B \log_2 \rho_B) \quad (6)$$

separabel  $\Rightarrow 0 \leq E(\psi) \leq 1 \Leftarrow$  verschränkt

Verschiedene theoretische Maße: *entanglement measures*

- entanglement of formation
- concurrence, tangle
- logarithmic negativity
- entanglement witness
- etc.

# Einfaches Maß für Verschränkung



Zustand:  $|\psi\rangle = \alpha|\uparrow\downarrow\rangle|\leftrightarrow\rangle + \beta|\leftrightarrow\rangle|\uparrow\downarrow\rangle$  (7)

Dichteoperator:  $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$  (8)

$$\begin{aligned}
 &= |\alpha|^2 |\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| |\leftrightarrow\rangle\langle\leftrightarrow| \\
 &+ \alpha\beta^* |\uparrow\downarrow\rangle\langle\leftrightarrow| |\leftrightarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| \\
 &+ \alpha^*\beta |\leftrightarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| |\uparrow\downarrow\rangle\langle\leftrightarrow| \\
 &+ |\beta|^2 |\leftrightarrow\rangle\langle\leftrightarrow| |\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow|
 \end{aligned}$$

## Einfaches Maß für Verschränkung

Dichteoperator:  $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$  (9)

$$\begin{aligned}
 &= |\alpha|^2 |\uparrow\uparrow\rangle\langle\uparrow\uparrow| + |\alpha|^2 |\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + |\alpha|^2 |\downarrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow| + |\alpha|^2 |\downarrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\downarrow| \\
 &+ \alpha\beta^* |\uparrow\uparrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + \alpha\beta^* |\uparrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow| + \alpha\beta^* |\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\uparrow| + \alpha\beta^* |\uparrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\uparrow| \\
 &+ \alpha^*\beta |\downarrow\uparrow\rangle\langle\uparrow\uparrow| + \alpha^*\beta |\downarrow\uparrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + \alpha^*\beta |\downarrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\uparrow| + \alpha^*\beta |\downarrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\downarrow| \\
 &+ |\beta|^2 |\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + |\beta|^2 |\downarrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow| + |\beta|^2 |\downarrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\downarrow|
 \end{aligned}$$

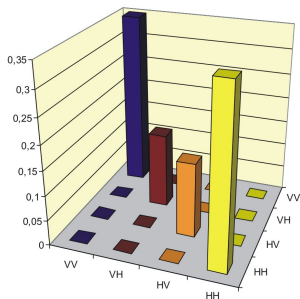
Dichtematrix in der Basis  $\{|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle\}$ :

$$\rho = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |\alpha|^2 & \alpha^*\beta & 0 \\ 0 & \alpha\beta^* & |\beta|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

# Einfaches Maß für Verschränkung

$$\rho = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |\alpha|^2 & \alpha^*\beta & 0 \\ 0 & \alpha\beta^* & |\beta|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## klassische Korrelation



## Verschränkung

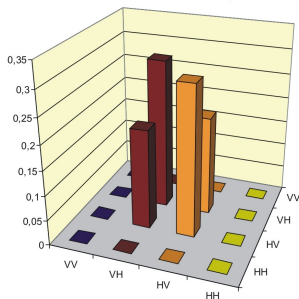


Abbildung: Visualisierung beispielhafter Dichtematrizen

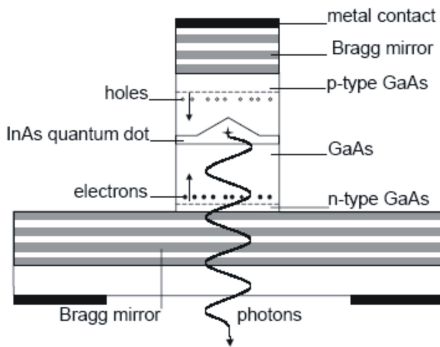
# Übersicht

- 1 Theorie der Verschränkung
- 2 Halbleiter Quantenpunkte**
- 3 Experimenteller Durchbruch
- 4 Zusammenfassung



# Schema der Halbleiteranordnung

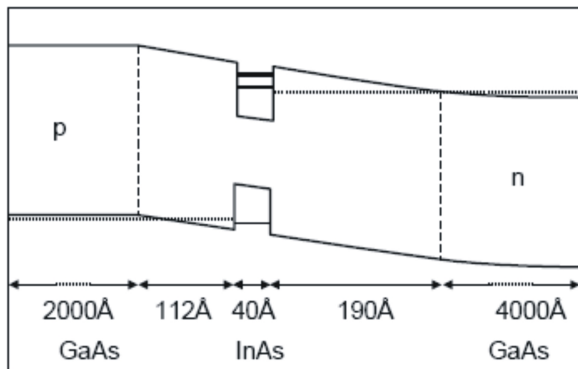
Halbleiterquantenpunkt als aktives Medium eingebettet in p-i-n-Übergang



[O. Benson et al., *Phys. Rev. Lett.* **84**, 11 (2000)]

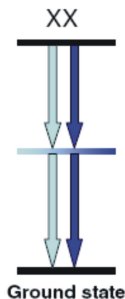
# Energieband Diagramm

Quantenpunkt als atomähnlicher Potentialtopf für Exzitonen



[O. Benson et al., *Phys. Rev. Lett.* **84**, 11 (2000)]

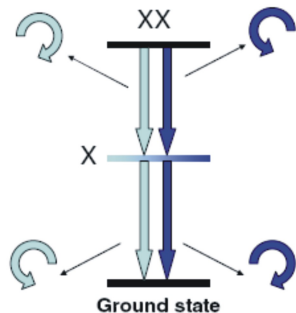
# Funktionsprinzip: Anregung



- Anregung durch gepulstes Laserlicht
- es entstehen nacheinander zwei Elektron-Loch-Paare (Biexziton)
- Biexziton in XX-Niveau  $\Rightarrow$  Pauli-Prinzip: Sättigung eines Energielevels durch zwei Elektronen unterschiedlicher Spins

[R. Young, R. Stevenson et al., *New J. Phys.* **8**, 29 (2006)]

# Funktionsprinzip: Emission



[R. Young, R. Stevenson et al., *New J. Phys.* **8**, 29 (2006)]

(Resonanz-)Tunneln von Elektronen und Löchern in Grundzustand:

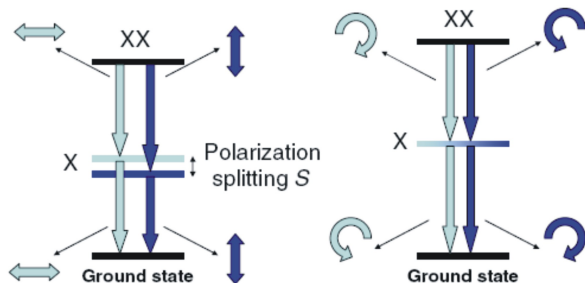
- 1 ein Elektron-Loch-Paar rekombiniert und ein Photon der Polarisation  $\sigma^+$  bzw.  $\sigma^-$  wird emittiert
- 2 zweites Elektron-Lochpaar rekombiniert und sendet Photon entgegengesetzter Polarisation  $\sigma^-$  bzw.  $\sigma^+$  aus

$$|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle|\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle|\uparrow\rangle)$$

## Zentrales Problem

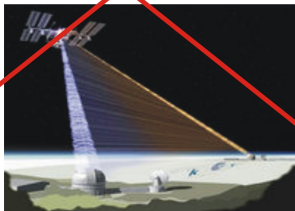
Praktisch schwer vermeidbare Asymmetrien des Kristalls

- ⇒ Aufspaltung des X-Niveaus
- ⇒ Zerfallswege sind unterscheidbar (Welcher-Weg-Information)
- ⇒ Photonen sind nicht verschränkt



[R. Young, R. Stevenson et al., *New J. Phys.* **8**, 29 (2006)]

# Nicht für Quanten-Technologien verwendbar!

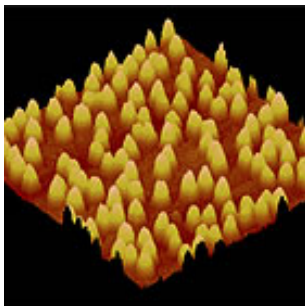


# Übersicht

- 1 Theorie der Verschränkung
- 2 Halbleiter Quantenpunkte
- 3 Experimenteller Durchbruch**
- 4 Zusammenfassung

## Erstes erfolgreiches Experiment: Shields & Co., Cambridge (2006)

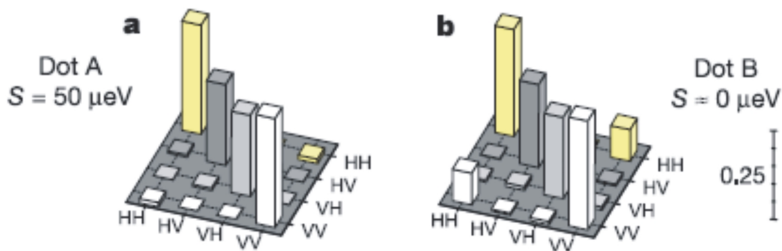
- Dimension eines Q-Punkts (H x B): 12 x 6 nm
- gezielte Selektion: Exziton-Emissionsenergie  $E_X \approx 1,4$  eV  
⇒ Aufspaltung  $S$  sehr klein



[[http://www.toshiba.com/reserach/singlephotonnanotechnology/...](http://www.toshiba.com/reserach/singlephotonnanotechnology/)]

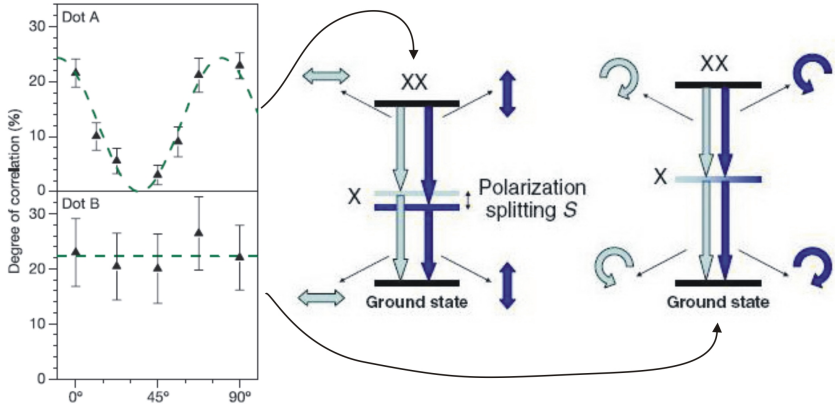


# Gezielte Selektion und optimierte Wachstumsbedingungen



[R. M. Stevenson et al., *Nature* **439**, 179 (2006)]

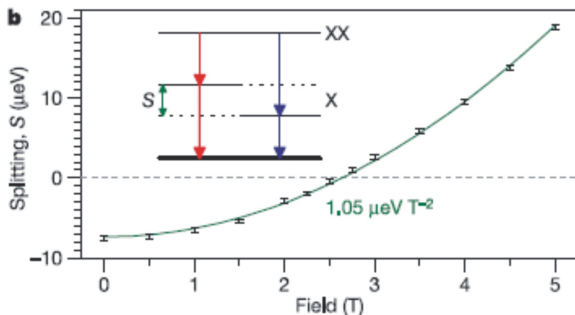
# Gezielte Selektion und optimierte Wachstumsbedingungen



[R. M. Stevenson et al., *Nature* **439**, 179 (2006); R. Young, R. Stevenson et al., *New J. Phys.* **8**, 29 (2006)]

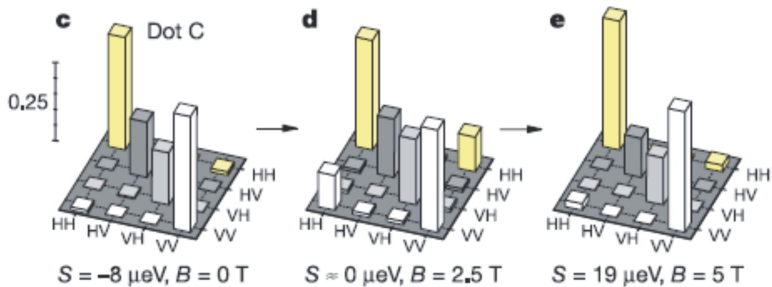
# Reduzierung der X-Niveau-Aufspaltung durch externe Magnetfelder

$$\text{Aufspaltung: } S(B) = B^2 \cdot 1,05 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}^2}$$



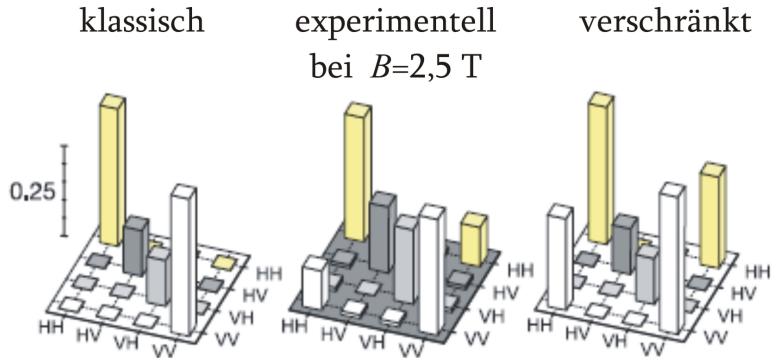
[R. M. Stevenson et al., *Nature* **439**, 179 (2006)]

# X-Niveau-Aufspaltung in Abhängigkeit vom Magnetfeld



[R. M. Stevenson et al., *Nature* **439**, 179 (2006)]

# Qualitativer Vergleich der Dichtematrizen



[R. M. Stevenson et al., *Nature* **439**, 179 (2006)]

# Kritik am Experiment von Shields & Co. 2006

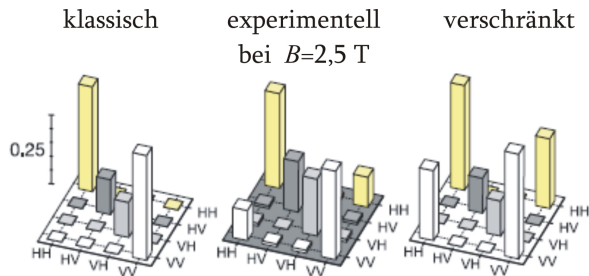
Berechnete entanglement measures:

- tangle:  $T = 0,028 \pm 0,022 \Rightarrow$  praktisch keine Verschränkung
- linear entropy:  $0,92 \leq S_L \leq 0,99 \Rightarrow$  nahezu max. gemischte Zustände

# Kritik am Experiment von Shields & Co. 2006

Berechnete entanglement measures:

- tangle:  $T = 0,028 \pm 0,022 \Rightarrow$  praktisch keine Verschränkung
- linear entropy:  $0,92 \leq S_L \leq 0,99 \Rightarrow$  nahezu max. gemischte Zustände



[R. M. Stevenson et al., *Nature* **439**, 179 (2006)]

## Jüngste experimentelle Fortschritte

- Spektrale Filterung der Photonenpaare verwischt Welcher-Weg-Information:  
⇒ erfüllt Peres Kriterium um 3 Standardabweichungen;  
verletzt Bellsche Ungleichung  
[D. Gershoni et al., *Phys. Rev. Lett.* **96**, 130501 (2006)]
- Extrem sorgfältige Selektion anhand von Micro-Photolumineszenzspektren:  
⇒ erfüllt Peres Kriterium; tangle:  $T = 0,194 \pm 0,026$   
[A.J. Shields et al., *J. Appl. Phys.* **101**, 081711 (2007)]
- ...



# Übersicht

- 1 Theorie der Verschränkung
- 2 Halbleiter Quantenpunkte
- 3 Experimenteller Durchbruch
- 4 Zusammenfassung**

# Vorteile des Quantenpunkts gegenüber herkömmlichen Quellen

- saubere Einzelpaarerzeugung von verschränkten Photonen
- on-demand Abrufbarkeit, durch Implementierung in microcavity
- elektronische Steuerbarkeit

## Mögliche Einsatzgebiete

- Erzeugung 100% -ig sicherer Schlüssel in der Quantenkryptographie
- Einsatz in Quantencomputern als elektro-optisches Interface
- als präzise, kompakte Einzel- oder verschränkte Photonenquelle

Ende

## Literatur:

- M. Nielsen, I. Chuang: *Quantum Computation and Quantum Information*,  
Cambridge University Press (2005)
- G. Benetti, G. Casati, G. Strini: *Principles of Quantum Computation and Information, Volume II*,  
World Scientific (2007)
- I. Bengtsson, K. Życzkowski: *Geometry of Quantum States*,  
Cambridge University Press (2006)
- R. Bertlmann, A. Zeilinger: *Quantum (Un)speakables*,  
Springer-Verlag (2002)

## Literatur:

- O. Benson et al., *Phys. Rev. Lett.* **84**, 11 (2000)
- R. M. Stevenson et al., *Nature* **439**, 179 (2006)
- R. Young, R. Stevenson et al., *New J. Phys.* **8**, 29 (2006)
- D. Gershoni et al., *Phys. Rev. Lett.* **96**, 130501 (2006)
- A.J. Shields et al., *J. Appl. Phys.* **101**, 081711 (2007)