

# Ultrakalte Atome in optischen Gittern als Quantensimulatoren

Thomas Kreißl

Humboldt-Universität zu Berlin,  
Institut für Physik

14.07.2010

# Inhalt

Motivation

Optische Gitter

Wechselwirkungen

Quantensimulation

# Inhaltsverzeichnis

Motivation

Optische Gitter

Wechselwirkungen

Quantensimulation

## Motivation

- ▶ die Simulation von Quantensystemen auf klassischen Rechnern ist schwierig und erfordert eine Menge Ressourcen
- ▶ sie führt zur 'exponential explosion': Feynman (1982)

## Motivation

- ▶ die Simulation von Quantensystemen auf klassischen Rechnern ist schwierig und erfordert eine Menge Ressourcen
- ▶ sie führt zur 'exponential explosion': Feynman (1982)
  - ▶ zur Simulation eines einfachen Spinsystems bestehend aus  $N$  Teilchen muss man  $2^N$  Zahlen abspeichern
  - ▶ zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung muss eine  $2^N \times 2^N$  Matrix exponiert werden
  - ▶ bei 300 Teilchen entspricht alleine der Speicherbedarf der Anzahl der Protonen im sichtbaren Universum ( $N_p \approx 2^{300}$ )

## Feynman's universeller Quantensimulator

- ▶ ist ein gut kontrollierbares Quantensystem, mit dem andere Quantensysteme erforscht und simuliert werden können

## Feynman's universeller Quantensimulator

- ▶ ist ein gut kontrollierbares Quantensystem, mit dem andere Quantensysteme erforscht und simuliert werden können
- ▶ stellt hohe Anforderungen an das Experiment, die aber beherschbar sind
- ▶ ein leistungsfähiger Quantenrechner ist aber noch außer Reichweite

## Feynman's universeller Quantensimulator

- ▶ ist ein gut kontrollierbares Quantensystem, mit dem andere Quantensysteme erforscht und simuliert werden können
- ▶ stellt hohe Anforderungen an das Experiment, die aber beherschar sind
- ▶ ein leistungsfähiger Quantenrechner ist aber noch außer Reichweite
- ▶ Quantensimulatoren dienen zunächst zur Erforschung von:
  - ▶ Festkörperphysik
  - ▶ Hochenergiephysik
  - ▶ Kosmologie
  - ▶ Atomphysik
  - ▶ Quantenchemie

# Inhaltsverzeichnis

Motivation

Optische Gitter

Wechselwirkungen

Quantensimulation

## Optische Gitter

Ein optisches Gitter ist eine räumlich periodische Struktur aus Laserlicht.

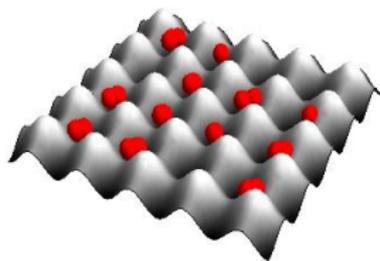


Abbildung: Atome im Eierkarton

## Optische Gitter

Ein optisches Gitter ist eine räumlich periodische Struktur aus Laserlicht.

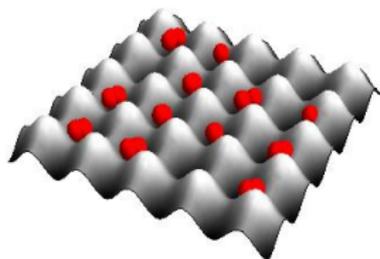


Abbildung: Atome im Eierkarton

früher

Erforschung von Einteilchensystemen

aktuell

Erforschung stark wechselwirkender Vielteilchen-Systeme

## Erzeugung optischer Gitter

- ▶ Überlagerung gegenläufiger Laserstrahlen
- ▶ erzeugt periodische Anordnung von Laserfallen

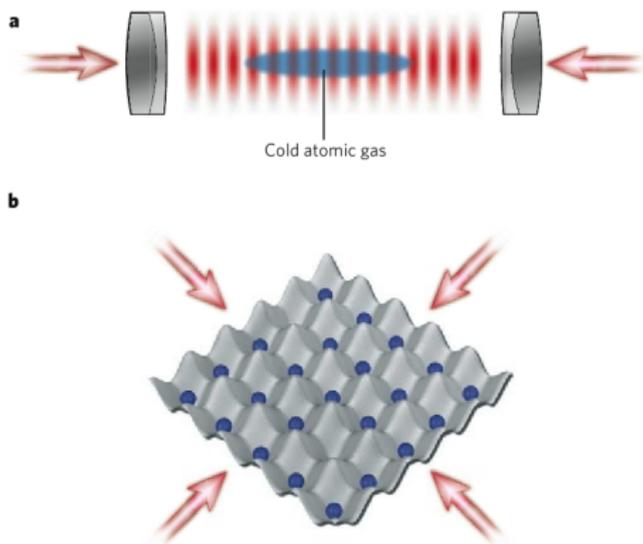


Abbildung: 'Quantum Coherence and Entanglement with Ultracold Atoms in Optical Lattices', I. Bloch, Nature, 2008

## Atom im elektrischen Feld eines Lasers

Das elektrische Feld induziert ein atomares Dipolmoment  $\vec{d}$  welches mit der treibenden Frequenz  $\omega_L$  oszilliert.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \hat{\vec{e}} \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega_L t} + c.c.$$

$$\vec{d}(\vec{r}, t) = \hat{\vec{e}} \vec{d}(\vec{r}) e^{-i\omega_L t} + c.c.$$

## Atom im elektrischen Feld eines Lasers

Das elektrische Feld induziert ein atomares Dipolmoment  $\vec{d}$  welches mit der treibenden Frequenz  $\omega_L$  oszilliert.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \hat{\vec{e}} \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega_L t} + c.c.$$

$$\vec{d}(\vec{r}, t) = \hat{\vec{e}} \vec{d}(\vec{r}) e^{-i\omega_L t} + c.c.$$

Wechselwirkungspotential

$$V_{dip} = -\frac{1}{2} \langle \vec{d} \vec{E} \rangle \propto \alpha(\omega_L) |\vec{E}(\vec{r})|^2$$

Dipolkraft

$$F_{dip} = -\nabla V_{dip}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \alpha(\omega_L) \nabla (|\vec{E}(\vec{r})|^2)$$

Dipolkraft ist abhängig von der Intensität und dem Vorzeichen der Polarisierbarkeit.

## Explizite Form des Potentials

Herleitung über RWA (gültig falls  $|\Delta| = \omega_L - \omega_0 \ll \omega_0$ )

Mit der Zerfallrate des angeregten Zustands  $\Gamma$  erhält man für  $|\Delta| \gg \Gamma$

$$V_{dip}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \frac{I(\vec{r})}{\Delta}$$

→ für  $\Delta < 0$  ist das Potential attraktiv

→ für  $\Delta > 0$  ist das Potential repulsiv

## Explizite Form des Potentials

Herleitung über RWA (gültig falls  $|\Delta| = \omega_L - \omega_0 \ll \omega_0$ )

Mit der Zerfallrate des angeregten Zustands  $\Gamma$  erhält man für  $|\Delta| \gg \Gamma$

$$V_{dip}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \frac{\Gamma}{\Delta} I(\vec{r})$$

→ für  $\Delta < 0$  ist das Potential attraktiv

→ für  $\Delta > 0$  ist das Potential repulsiv

Der Laser ist stark verstimmt, damit Effekte der spontanen Emission von resonanten Anregungen vernachlässigt werden können und das Dipolmoment rein konservativer Natur ist.

## Periodische Gitterpotentiale

Überlagerung zweier gegenläufiger Laserstrahlen

$$E_{\pm}(x, t) = E_0 e^{\pm i k x}$$

→ resultierendes optisches Potential

$$V(x) \propto \cos^2(kx)$$

mit Periode  $a = \frac{\lambda}{2}$ .

Durch Überlagerung dreier stehender Wellen erhält man

$$V(x, y, z) = V_0(\sin^2 kx + \sin^2 ky + \sin^2 kz)$$

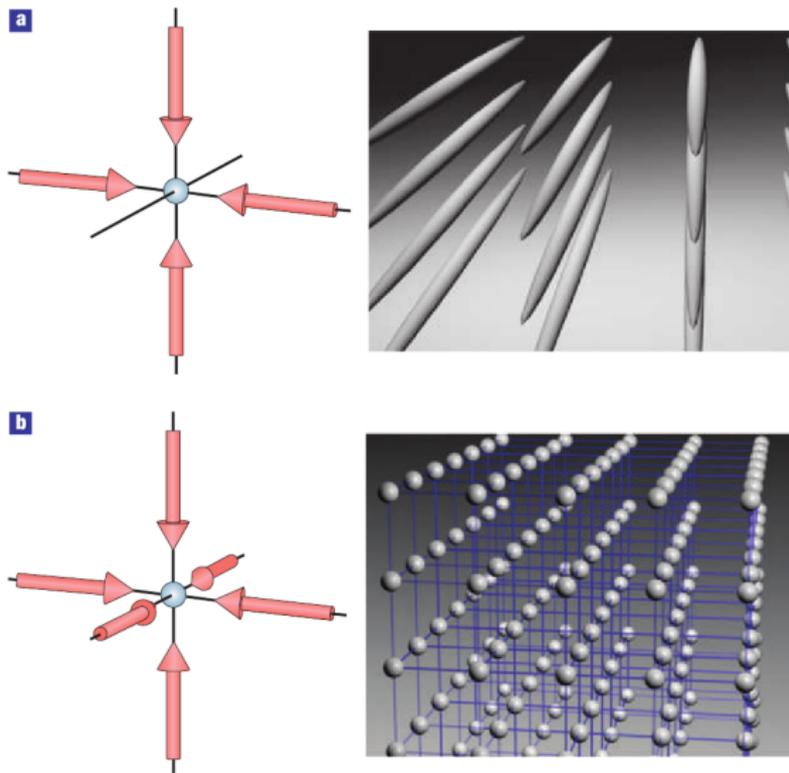


Abbildung: 'Many Body Physics with Ultracold Gases' I. Bloch, J. Dalibard, W. Zwerger, 2007

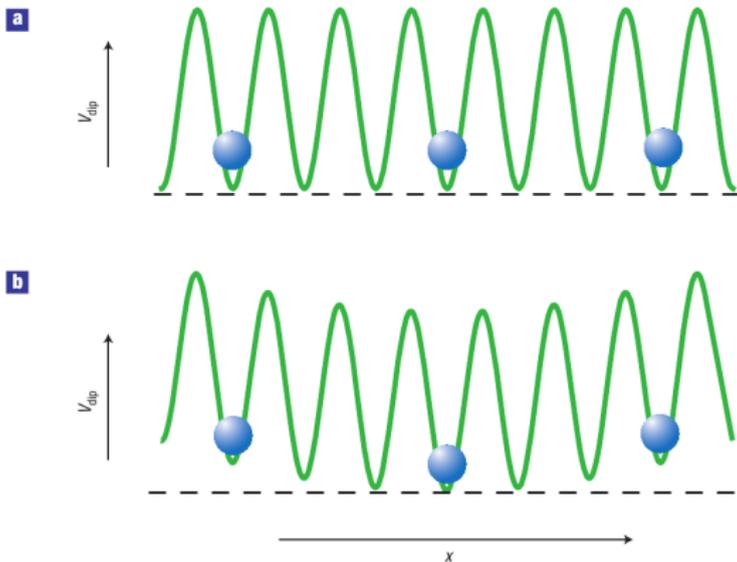


Abbildung: 'Ultracold Quantum Gases in Optical Lattices', I. Bloch, 2005

Für einen Laser mit Gaußprofil resultiert folgendes Potential

$$V(r, z) = -V_0 \cdot e^{-2r^2/\omega^2(z)} \cdot \sin^2(kz)$$

## Zustandsabhängige Bewegung eines spinabhängigen Gitters

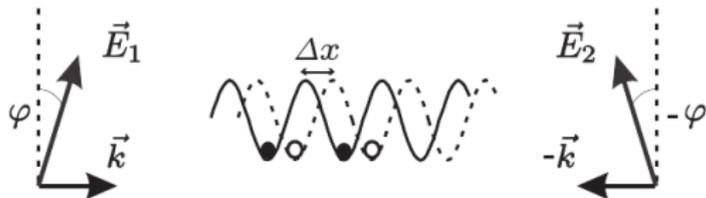


Abbildung: 'The Cold Atom Hubbard Toolbox', D. Jaksch, P. Zoller, 2004

- ▶ Verschiebung der Knoten durch Änderung des Polarisationswinkels

## Zustandsabhängige Bewegung eines spinabhängigen Gitters

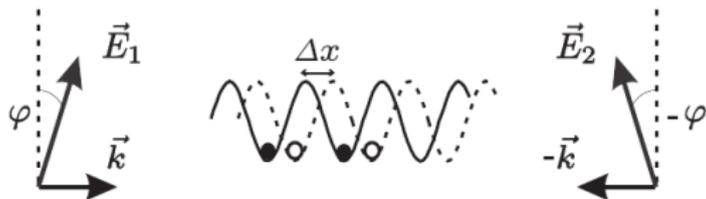


Abbildung: 'The Cold Atom Hubbard Toolbox', D. Jaksch, P. Zoller, 2004

- ▶ Verschiebung der Knoten durch Änderung des Polarisationswinkels
- ▶  $\vec{E}_1 \propto e^{ikx} (\cos(\varphi) \mathbf{e}_3 + \sin(\varphi) \mathbf{e}_2)$
- ▶  $\vec{E}_2 \propto e^{-ikx} (\cos(\varphi) \mathbf{e}_3 - \sin(\varphi) \mathbf{e}_2)$
- ▶  $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 \propto \cos(kx - \varphi) \sigma_- - \cos(kx + \varphi) \sigma_+$

## Zustandsabhängige Bewegung eines spinabhängigen Gitters

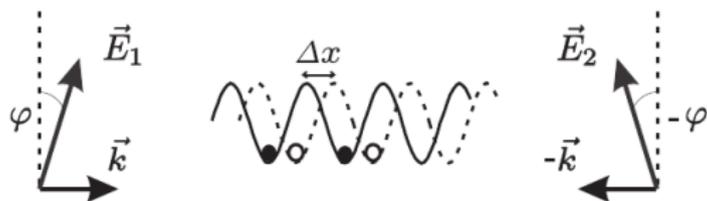


Abbildung: 'The Cold Atom Hubbard Toolbox', D. Jaksch, P. Zoller, 2004

- ▶ Verschiebung der Knoten durch Änderung des Polarisationswinkels
- ▶  $\vec{E}_1 \propto e^{ikx} (\cos(\varphi) \mathbf{e}_3 + \sin(\varphi) \mathbf{e}_2)$
- ▶  $\vec{E}_2 \propto e^{-ikx} (\cos(\varphi) \mathbf{e}_3 - \sin(\varphi) \mathbf{e}_2)$
- ▶  $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 \propto \cos(kx - \varphi) \sigma_- - \cos(kx + \varphi) \sigma_+$
- ▶  $\rightarrow$  resultierendes Potential  $V_{\pm}(x) \propto \cos^2(kx \pm \varphi)$

## Atome im Gitter sortieren

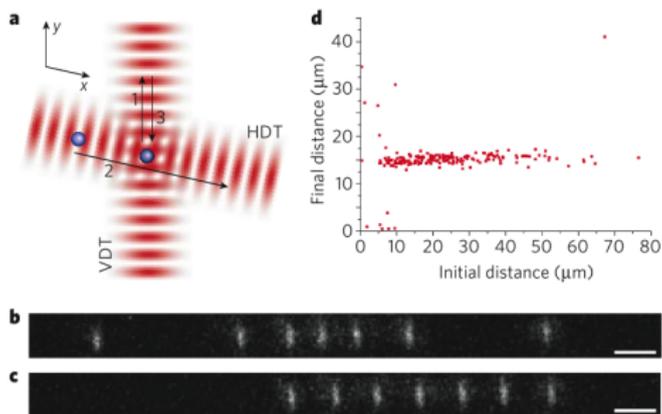


Abbildung: 'Quantum Coherence and Entanglement with Ultracold Atoms in Optical Lattices', I. Bloch, Nature, 2008

- ▶ Sortierung von Atomketten durch Kreuzung zweier stehender Wellen
- ▶ Atome können durch Verstimmung des Frequenzunterschieds unabhängig bewegt werden

## Flugzeit (Sudden Release)

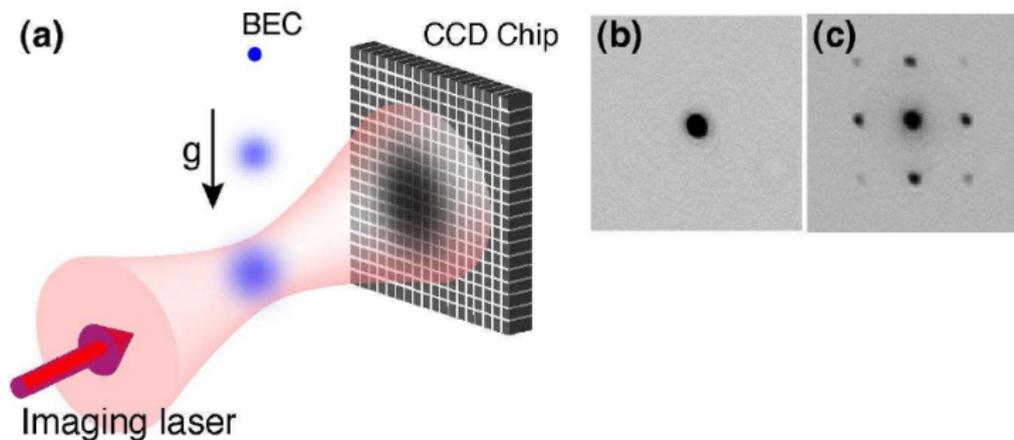


Abbildung: 'Many Body Physics with Ultracold Gases' I. Bloch, J. Dalibard, W. Zwerger, 2007

Potential wird plötzlich abgeschaltet und nach einer Flugzeit wird die Impulsverteilung mittels Absorptionsspektroskopie gemessen.

# Adiabatische Abbildung (Ramp Down)

- ▶ Potential adiabatisch absenken
- ▶ Quasiimpuls bleibt erhalten
- ▶ eine Blochwelle mit Quasiimpuls  $q$  im  $n$ -ten Energieband wird auf ein freies Teilchen mit Impuls  $p$  in der  $n$ -ten Brillouin Zone abgebildet
- ▶ hier: 2D einfach kubisches optisches Gitterpotential

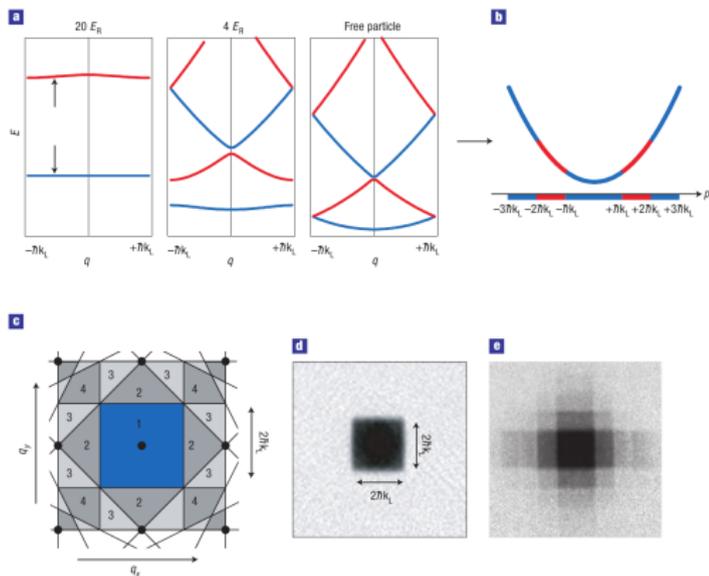


Abbildung: 'Many Body Physics with Ultracold Gases' I. Bloch, J. Dalibard, W. Zwerger, 2007

# Inhaltsverzeichnis

Motivation

Optische Gitter

**Wechselwirkungen**

Quantensimulation

## Streuung ultrakalter Atome

- ▶ betrachten Streuung in Zuständen mit  $l = 0, 1, 2..$
- ▶  $l \neq 0$ : Zentrifugalbarriere  $E_c = \frac{\hbar^2}{M_r a_c^2} \rightarrow T \approx mK$
- ▶ für  $T < mK$  ist  $E_{Rel} = \frac{\hbar^2 k^2}{2M_r}$  kleiner als  $E_c$
- ▶  $\Rightarrow$  Streuung mit  $l \neq 0$  nicht erlaubt, außer 'shape resonances'

## Definition des Regimes ultrakalter Atome (sub-mK)

- ▶ identische Bosonen ( $l$  gerade): s-Wellenstreuung
- ▶ identische Fermionen ( $l$  ungerade): p-Wellenstreuung

## Simultane Kühlung von Quantengasen

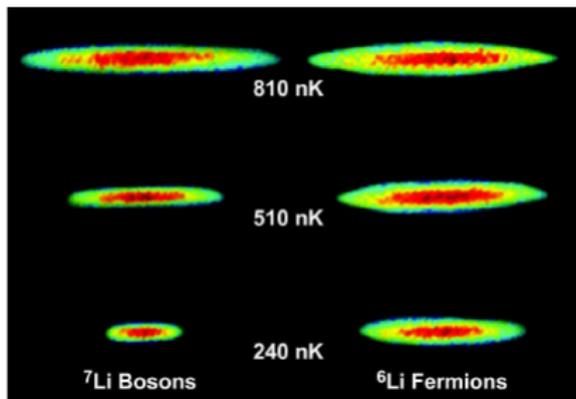


Abbildung: 'Many Body Physics with Ultracold Gases' I. Bloch, J. Dalibard, W. Zwerger, 2007

Der Fermidruck verhindert ein weiteres Schrumpfen des Gases.

## Veränderung der Streulänge mittels Feshbach Resonanzen

- ▶ ein quasi gebundener Molekülzustand koppelt resonant an einen freien Zustand der streuenden Atome
- ▶ wenn die beiden Kanäle verschiedene Momente besitzen, kann der Energieunterschied durch ein externes Magnetfeld manipuliert werden (Zeeman  $\Delta E = \mu \Delta B$ )

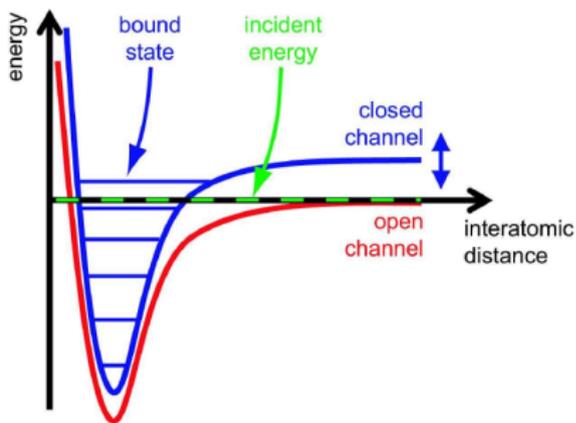


Abbildung: 'Many Body Physics with Ultracold Gases' I. Bloch, J. Dalibard, W. Zwerger, 2007

## Abhängigkeit der Streulänge vom Magnetfeld

$$a(B) = a_{bg} \left( 1 - \frac{\Delta B}{B - B_0} \right)$$

- ▶ Streulänge in der Nähe einer Feshbach Resonanz in Abhängigkeit eines Magnetfelds
- ▶  $a < 0$ : attraktiv
- ▶  $a > 0$ : repulsiv

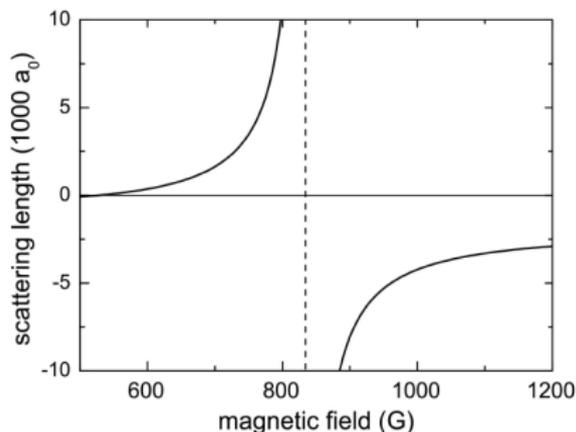


Abbildung: 'Many Body Physics with Ultracold Gases' I. Bloch, J. Dalibard, W. Zwerger, 2007

- ▶ mit Hilfe eines externen Magnetfelds kann die Streulänge beliebig eingestellt werden

## Bose Hubbard Modell

$$H_{full} = \int d^3x \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}) H_{Atom} \hat{\Psi}(\vec{x}) + \frac{g}{2} \int dx \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}) \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}) \hat{\Psi}(\vec{x}) \hat{\Psi}(\vec{x})$$

$$H_{Atom} = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V_0(\vec{x}) + V_T(\vec{x})$$

$\hat{\Psi}(\vec{x})$  bosonischer Feldoperator im Zustand  $|b\rangle$

## Bose Hubbard Modell

$$H_{full} = \int d^3x \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}) H_{Atom} \hat{\Psi}(\vec{x}) + \frac{g}{2} \int dx \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}) \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}) \hat{\Psi}(\vec{x}) \hat{\Psi}(\vec{x})$$

$$H_{Atom} = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V_0(\vec{x}) + V_T(\vec{x})$$

$\hat{\Psi}(\vec{x})$  bosonischer Feldoperator im Zustand  $|b\rangle$

Ansatz über Wannierfunktionen  $\hat{\Psi}(\vec{x}) = \sum_i \hat{b}_i \omega^{(0)}(\vec{x} - \vec{x}_i)$

## Bose Hubbard Modell

$$H_{full} = \int d^3x \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}) H_{Atom} \hat{\Psi}(\vec{x}) + \frac{g}{2} \int dx \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}) \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}) \hat{\Psi}(\vec{x}) \hat{\Psi}(\vec{x})$$

$$H_{Atom} = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V_0(\vec{x}) + V_T(\vec{x})$$

$\hat{\Psi}(\vec{x})$  bosonischer Feldoperator im Zustand  $|b\rangle$

Ansatz über Wannierfunktionen  $\hat{\Psi}(\vec{x}) = \sum_i \hat{b}_i \omega^{(0)}(\vec{x} - \vec{x}_i)$

$$H_{full} = - \sum_{i,j} J_{ij} \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_j + \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l} U_{ijkl} \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_k \hat{b}_l$$

$$J_{ij} = - \int dx \omega_0(\vec{x} - \vec{x}_i) H_{Atom} \omega_0(\vec{x} - \vec{x}_j)$$

$$U_{ijkl} = g \int dx \omega_0(\vec{x} - \vec{x}_i) \omega_0(\vec{x} - \vec{x}_j) \omega_0(\vec{x} - \vec{x}_k) \omega_0(\vec{x} - \vec{x}_l)$$

## Bose Hubbard Modell

für genügend tiefe Gitter ( $V_0 \gtrsim 5E_R$ ) gilt  $J \equiv J_{01}$  und  $U \equiv U_{0000}$

$$H_{BH} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_j + \frac{U}{2} \sum_j \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_j \hat{b}_j + \sum_j \epsilon_j \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_j$$

- ▶  $\langle i, j \rangle$  Summe nur über nächste Nachbarn
- ▶  $\epsilon_j = V_T(\vec{x}_j)$  zusätzliches Fallenpotential
- ▶  $J$ : Tunnelmatrixelement
- ▶  $U$ : Wechselwirkungsenergie am Gitterplatz

## Veranschaulichung

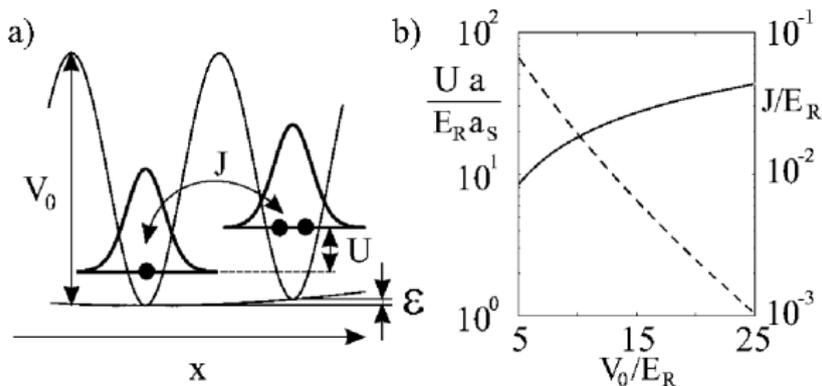


Abbildung: 'The Cold Atom Hubbard Toolbox', D. Jaksch, P. Zoller, 2004

- ▶  $V_0$ : Potentialtiefe
- ▶  $U$ : Gitterplatzwechselwirkung (durchgezogene Linie)
- ▶  $J$ : Tunnelterm (gestrichelte Linie)

## Grenzfall $U \ll J$ : Suprafluidität (SF)

Im suprafluiden Zustand ist der Vielteilchen Grundzustand ein ideales BEC, bei dem alle Atome das niedrigste Blochband besetzen. Die Atome werden durch eine riesige Wellenfunktion beschrieben werden

$$|\Psi\rangle_N (U = 0) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \left( \frac{1}{N_L} \sum_R \hat{a}_{\dagger R} \right)^N |0\rangle$$

## Grenzfall $U \gg J$ : Mottisolator (MI)

Wenn  $N = N_L$  ist im Grenzfall  $U \gg J$  das Tunneln der Atome zu anderen Gitterplätzen vernachlässigbar und der Grundzustand ist ein Produkt lokaler Fockzustände mit exakt einem Atom pro Gitterplatz

$$|\Psi_{N=N_L}\rangle (J = 0) = \left( \prod_R \hat{a}_{\dagger R} \right) |0\rangle$$

# Phasenübergang

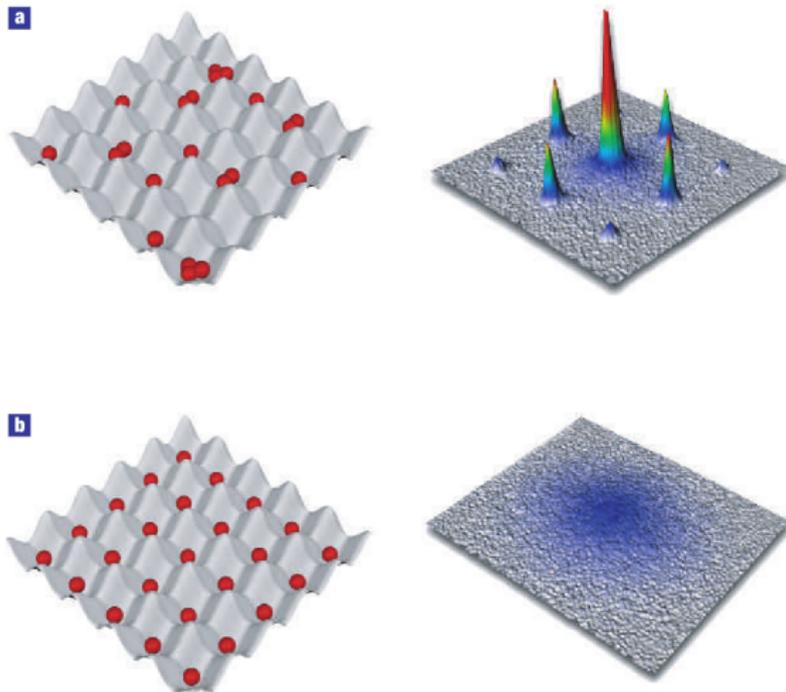


Abbildung: 'Ultracold Quantum Gases in Optical Lattices', I. Bloch, 2005

## Phasenübergang (Flugzeitmethode)

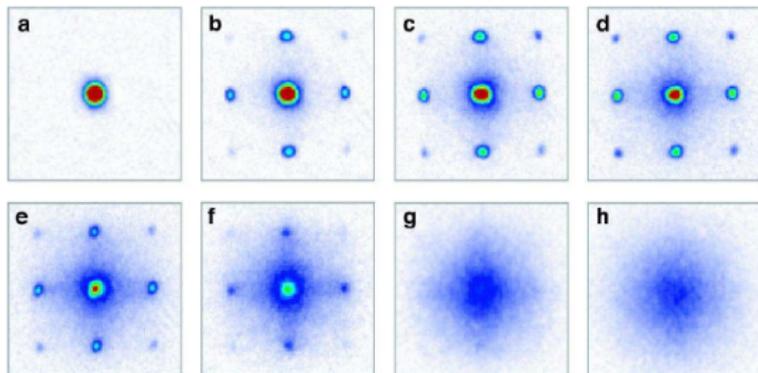


Abbildung: 'Many Body Physics with Ultracold Gases' I. Bloch, J. Dalibard, W. Zwerger, 2007

- ▶ Expansionszeit von 15 ms
- ▶ Variation der Potentialtiefe von  $V_0 = 0$  bis  $V_0 = 20E_r$
- ▶ SF nach MI Übergang bei kritischem Wert  $V_0 \approx 12 - 13E_r$

# Inhaltsverzeichnis

Motivation

Optische Gitter

Wechselwirkungen

Quantensimulation

## Vergleich Experiment und Quanten MC-Simulation; Erstellung des Phasendiagramms für Bosonische Suprafluide

- ▶ Experiment: Phasenübergang im optischen Gitter mit  $N \approx 3 \times 10^5$  Teilchen
- ▶ Anfangstemperaturen 20 bis 400 nK,  $N$  bleibt konstant

## Vergleich Experiment und Quanten MC-Simulation; Erstellung des Phasendiagramms für Bosonische Suprafluide

- ▶ Experiment: Phasenübergang im optischen Gitter mit  $N \approx 3 \times 10^5$  Teilchen
- ▶ Anfangstemperaturen 20 bis 400 nK,  $N$  bleibt konstant
- ▶ Simulation: Anwendung Quantum Worm Algorithm auf Bose Hubbard Modell
- ▶ skaliert linear mit  $V$  und der inversen Temperatur

## Vergleich Experiment und Quanten MC-Simulation; Erstellung des Phasendiagramms für Bosonische Suprafluide

- ▶ Experiment: Phasenübergang im optischen Gitter mit  $N \approx 3 \times 10^5$  Teilchen
- ▶ Anfangstemperaturen 20 bis 400 nK,  $N$  bleibt konstant
- ▶ Simulation: Anwendung Quantum Worm Algorithm auf Bose Hubbard Modell
- ▶ skaliert linear mit  $V$  und der inversen Temperatur
- ▶ Beobachtet wird eine Herabsetzung der kritischen Temperatur in der Nähe des Mottübergangs die nicht mit Einteilchen Effekten erklärt werden kann

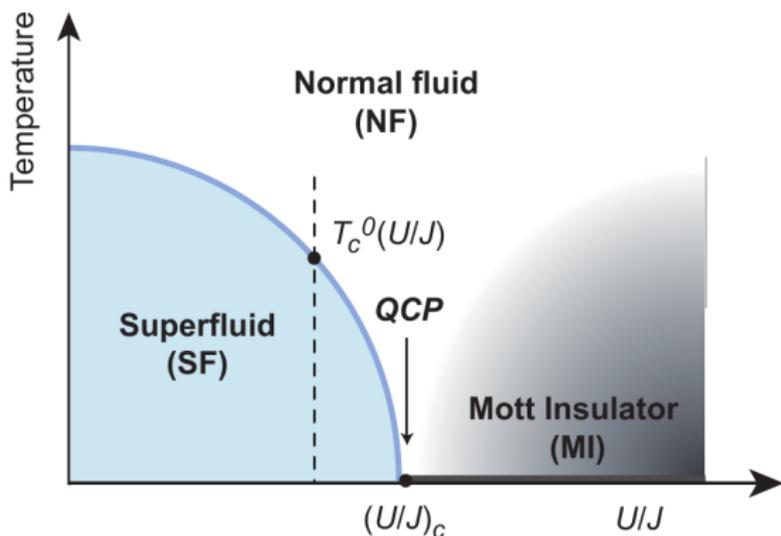


Abbildung: 'Suppression of the Critical Temperature for Superfluidity near the Mott transition: validating a quantum simulator', Trotzky et al., 2009

- ▶ homogenes System  $\epsilon_{x,y,z} = 0$ , als Funktion der Wechselwirkungsstärke  $U/J$  und der Temperatur
- ▶ Für  $T = 0$  Phasenübergang bei  $(U/J)_c = 29.34(2)$

- ▶ Vergleich der Flugzeitverteilungen für zwei unterschiedliche Temperaturen und Gittertiefen
- ▶ Übereinstimmung bis  $U/J \approx 20$
- ▶ für tiefere Gitter Abweichungen der Endtemperatur von bis zu 30% aufgrund von Erwärmungsprozessen

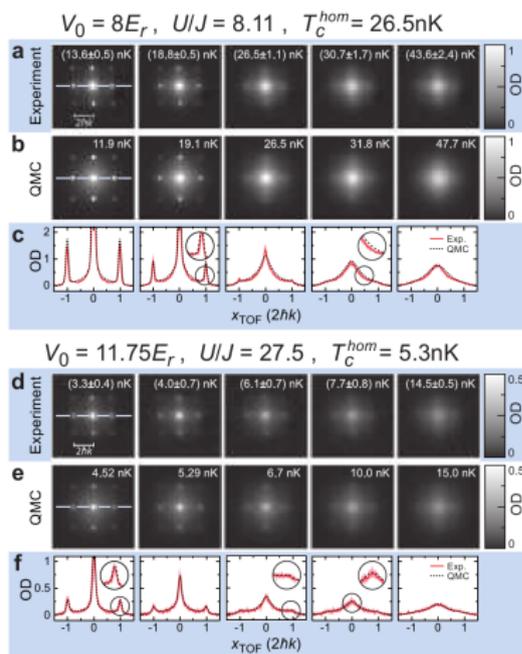


Abbildung: 'Suppression of the Critical Temperature for Superfluidity near the Mott transition: validating a quantum simulator', Trotzky et al., 2009

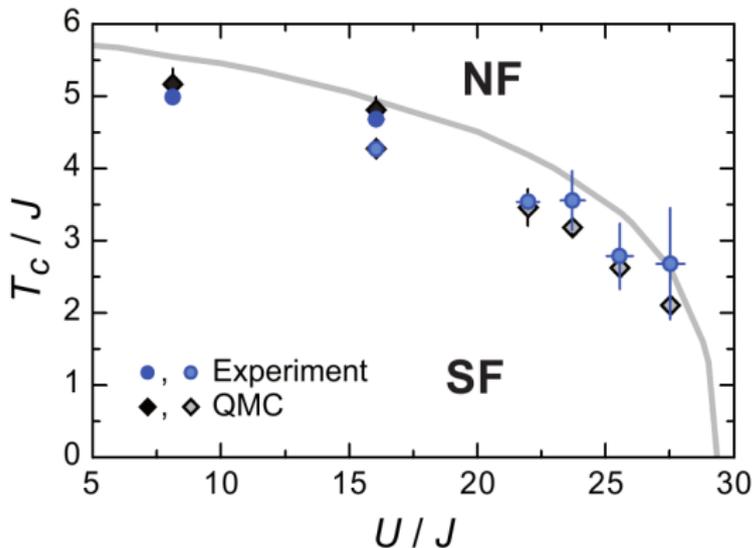


Abbildung: 'Suppression of the Critical Temperature for Superfluidity near the Mott transition: validating a quantum simulator', Trotzky et al., 2009

- ▶ Die experimentellen Daten wurden korrigiert aufgrund von Erwärmungseffekte bei der Beladung des Gitters
- ▶ die durchgezogene Linie ist das QMC Ergebnis des homogenen Systems bei Einheitsfüllung

## Ausblick

- ▶ Entdeckung exotischer Quantenphasen
- ▶ Bose-Glas Phase, ein Isolator ohne Bandlücke
- ▶ stark wechselwirkende Quantensysteme in zufälligen Potentialen sind theoretisch sehr schwierig zu untersuchen
- ▶ Einzelgitterplatzadressierung (Quanteninformationsverarbeitung)
- ▶ Fermionen im 3D Gitterpotential könnten eine Erklärung für die Hochtemperatursupraleitung liefern
- ▶ Fermionen zur genaueren Messung der Gravitationsbeschleunigung (keine Kollisionsverschiebungen)
- ▶ optische Gitteruhren (keine Frequenzverschiebungen durch herumzappelnde Atome)

# Quellen

-  'Simulating Physics with Computers' Richard P. Feynman, 1982
-  'Many Body Physics with Ultracold Gases' I. Bloch, J. Dalibard, W. Zwerger, 2007
-  'Ultracold Quantum Gases in Optical Lattices', I. Bloch, Nature, 2005
-  'Quantum Coherence and Entanglement with Ultracold Atoms in Optical Lattices', I. Bloch, Nature, 2008
-  'The Cold Atom Hubbard Toolbox', D. Jaksch, P. Zoller, 2004
-  'Suppression of the Critical Temperature for Superfluidity near the Mott transition: validating a quantum simulator', Trotzky et al., 2009
-  'Probing Quantum Magnetism with cold Atoms', M. Lewenstein, A. Sanpera, Science, 2009