

1 De-Broglie-Wellenlänge

- Bestimmen Sie die de-Broglie-Wellenlänge von Elektronen, Neutronen und Helium-Atomen bei den kinetischen Energien 20 meV, 3 eV und 40 000 eV. Sie können für alle Energien nicht-relativistisch rechnen.
- Bestimmen Sie die de-Broglie-Wellenlänge von Natrium-Atomen, die sich mit einer Geschwindigkeit $v = 103$ m/s bewegen. Unter welchen Winkeln erscheinen die erste und zweite Beugungsordnung, wenn diese von einem Gitter mit einer Gitterkonstanten $a = 200$ nm gebeugt werden?

2 Bose-Einstein-Kondensation

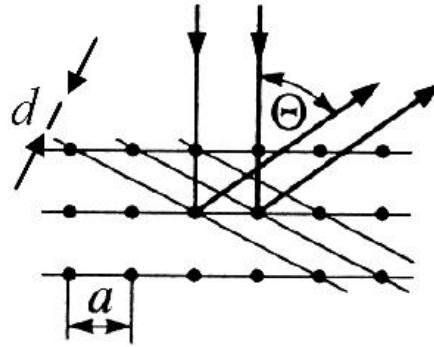
Die kinetische Energie eines Atoms mit Impuls p und Masse m ist $E_{\text{kin}} = p^2/(2m)$. Für ein Atom in einem Gas mit der Temperatur T kann man eine thermische de-Broglie-Wellenlänge λ_T definieren (kinetische Energie pro Atom $\frac{3}{2}k_B T$). Zeigen Sie, dass man so

$$\lambda_T = \sqrt{\frac{h^2}{3mk_B T}}$$

erhält. Bei welcher Temperatur wird für ein Gas aus Rubidium-Atomen (Masse $m = 85$ u) der Anzahldichte $\rho = 10^{12}$ cm⁻³ der mittlere Atomabstand d kleiner als λ_T ? Nehmen Sie dazu an, dass die Atome in einem kubischen Gitter mit Abstand d der Gitterebenen angeordnet sind, also $\rho = 1/d^3$ ist.

3 Elektronenbeugung

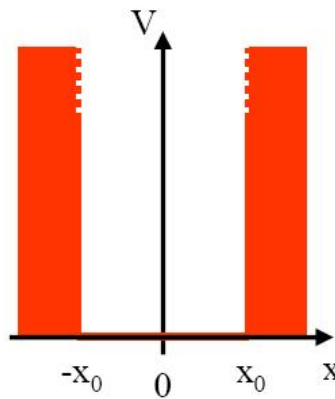
Zur Messung der de-Broglie-Wellenlänge von Elektronen werden diese senkrecht auf eine Oberfläche eines Nickel-Einkristalls gestrahlt. Bei einem Streuwinkel von $\theta = 50^\circ$ wird Braggsche Reflexion beobachtet. Wie groß ist die Wellenlänge der Elektronen, wenn der im Bild angegebene Abstand der Nickelatome $a = 2,16 \cdot 10^{10}$ m beträgt?



4 Schrödinger-Gleichung

Ein Elektron der Masse m_e befindet sich in einem Kasten mit unendlich hohen Wänden, also

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{für } x < -x_0 \\ 0 & \text{für } -x_0 < x < x_0 \\ \infty & \text{für } x \geq x_0 \end{cases}$$



Berechnen Sie die Eigenwerte E_n der Energie und die zugehörigen Wellenfunktionen $\psi_n(x)$. Gehen Sie dabei von der stationären Schrödinger-Gleichung aus:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$