

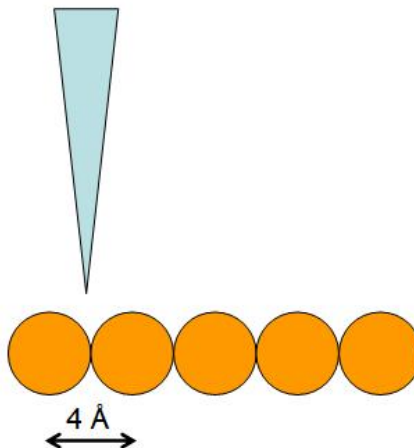
1 Tunneleffekt

Sie wollen ein Rastertunnelmikroskop bauen; Sie konzentrieren sich zunächst auf die thermische Stabilität des Geräts. Das Mikroskop soll eine Länge von 5 cm haben, wobei die Tunnelspitze in einem Abstand d über der zu untersuchenden Oberfläche gehalten wird. In einfacher Näherung ist der Tunnelstrom gegeben durch

$$I_{\text{tunnel}} \propto \exp\left(-2\frac{\sqrt{2m_e\Phi}}{\hbar}d\right)$$

wobei Φ die Austrittsarbeit der Oberfläche und m_e die Elektronenmasse ist.

- Um welchen Faktor ändert sich der Tunnelstrom, wenn Sie sich 0,1 nm mit der Tunnelspitze von der Oberfläche entfernen? Nehmen Sie $\Phi = 5$ eV an.
- Der thermische Ausdehnungskoeffizient des Mikroskops sei $\alpha = 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Welcher Längenänderung entspricht das, wenn sich die Temperatur um 1 K ändert?
- Wenn Sie die atomare Struktur einer Oberfläche abbilden wollen, wie stabil sollte dann der Abstand Spitze–Oberfläche gehalten werden? Welcher Temperaturstabilität während der Messung entspricht das? Rechnen Sie am Beispiel einer Goldoberfläche (Gitterkonstante 4 \AA).



2 Heisenbergsche Unschärferelation I

Aufgrund der Wellennatur quantenmechanischer Systeme können gewisse Paare von Messgrößen grundsätzlich nicht gleichzeitig beliebig genau gemessen werden. Es gilt die Heisenbergsche Unschärferelation. Für die Messung von Ort und Impuls eines Teilchens gilt beispielsweise (hier in x -Richtung gemessen): $\Delta p_x \Delta x \geq \hbar$. Hier bedeutet $\Delta x = \sqrt{\langle x \rangle^2 - \langle x^2 \rangle}$ die Varianz der Ortsmessung (analog für p) und kann als Maß für die Messgenauigkeit gesehen werden. Eine ähnliche Unschärferelation besteht zwischen Energie und Emissionszeitpunkt eines Teilchens: $\Delta E \Delta t \geq \hbar$.

- a) Wie groß ist die minimale kinetische Energie (Nullpunktsenergie) eines Elektrons, das sich nur entlang der x -Achse bewegen kann und innerhalb einer Strecke der Länge $L = x_{\max} - x_{\min} = 1 \text{ nm}$ eingeschlossen ist?
- b) Diskutieren Sie die Orts-Impuls-Unschärferelation anhand realer physikalischer Situationen (z.B. Auflösungsvermögen der Ortsmessung bei einem Mikroskop, oder Energieniveaus von Elektronen in Nanopartikeln).

3 Heisenbergsche Unschärferelation II

Die H_α -Linie der im sichtbaren Spektralbereich liegenden Balmer-Serie des Wasserstoffatoms hat eine Frequenz von $\nu = 4,57 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ und eine natürliche Linienbreite von $\Delta\nu = 3 \cdot 10^7 \text{ Hz}$.

- a) Wie groß ist die mittlere Lebensdauer τ des entsprechenden angeregten Zustandes des Wasserstoffatoms?
- b) Welche Energie wird bei Emission eines Photons infolge des Rückstoßimpulses auf das Wasserstoffatom (Masse $m_H = 1 \text{ amu}$) übertragen?

4 Aufenthaltswahrscheinlichkeiten

Ein Teilchen befindet sich in einem eindimensionalen Kasten $[-d, d]$ der Länge $2d$ im ersten angeregten Zustand. Die Wellenfunktion ist dann

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{d}} \sin(\pi x/d).$$

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen im Intervall $\Delta x = 0,002d$ um folgende Punkte anzutreffen: bei $x = 0$, $x = d/2$, $x = 2d/3$ und $x = d$. Anmerkung: Weil Δx sehr klein ist müssen Sie nicht integrieren.
- b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen in im Bereich $[-d, d]$ anzutreffen?
- c) Bestimmen Sie weiterhin die Erwartungswerte $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$.