Prof. Dr. P. Uwer, Dr. P. Kant
AG Phänomenologie der Elementarteilchenphysik
Institut für Physik

Übungen zur Theoretischen Einführung in das Standardmodell (P23.1.1)

WS 09/10 | **Blatt 12** | **Abgabe: 22. 01. 2010**

Aufgabe 1: Bestimmung von α_s aus dem R-Verhältnis.
Extrahieren Sie aus der theoretischen Vorhersage für das R-Verhältnis

$$R = R_0\left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + C_2\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 + C_3\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^3 + O\left(\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^4\right)\right), \qquad R_0 = 3\sum_q Q_q^2 \tag{1}$$

und dem gemessenen Wert $R = 3.56$ bei $\sqrt{s} = 10.52\,\mathrm{GeV}$ den Wert von $\alpha_s(10.52\,\mathrm{GeV})$. Benutzen Sie dabei $C_2 = 1.5245$ und vernachlässigen Sie zunächst den Beitrag $\propto \alpha_s^3$. Verwenden Sie dann $C_3 = -11.52$ und bestimmen Sie α_s numerisch. Beachten Sie, dass nur vier Quarks (u, d, s, c) aktiv sind. (4 Punkte)

Aufgabe 2: 3-Teilchen Phasenraum
Berechnen Sie den 3-Teilchen Phasenraum

$$dR_3(P, k_1, k_2, k_3) = \delta(P - k_1 - k_2 - k_3)\prod_{i=1}^{3}\frac{d^3k_i}{2k_i^0} \tag{2}$$

Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- Gehen Sie wie auf Aufgabenblatt 9 zu vierdimensionalen Integralen über und benutzen Sie die δ-Funktionen, um zu zeigen, dass

  $$dR_3 = \frac{1}{8}dk_1^0 dk_3^0 d\Omega_1 d\phi_3 \tag{3}$$

  gilt, wobei $d\Omega_1$ der Raumwinkel von $\vec{k}_1$ und $d\phi_3$ der Azimuthalwinkel von $\vec{p}_3$ um $\vec{p}_1$ ist. Arbeiten Sie dabei im Schwerpunktsystem $\vec{P} = 0$.

- Führen Sie die skalierten Energien $x_i = \frac{2k_i \cdot P}{P^2}$ ein. Führen Sie die Winkelintegrationen aus und zeigen Sie, dass

  $$dR_3(P, k_1, k_2, k_3) = \frac{\pi^2 P^2}{4}dx_1 dx_3 \tag{4}$$

  gilt.

(4 Punkte)

Aufgabe 3: Event-shape observable: Thrust
Drücken Sie für masselose Partonen den Thrust für einen 3 Parton Endzustand

$$T = \max_{\mathbf{n}} \frac{\sum_{i=1}^{n} |\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{n}|}{\sum_{i=1}^{n} |\mathbf{p}_i|}, \quad |\mathbf{n}| = 1 \tag{5}$$

durch die skalierten Energien $x_i = \frac{2k_i \cdot P}{P^2}$ zweier Partonen aus. Zeigen Sie, dass

$$T = \max(x_1, x_2, 2 - x_1 - x_2) \tag{6}$$

ist. *Hinweis:* Definieren Sie

$$\mathbf{P} = \sum_i \epsilon_i \mathbf{p}_i \quad \text{mit} \quad \epsilon_i = \mathrm{sgn}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_i) \tag{7}$$

und betrachten Sie $\mathbf{n} \cdot \mathbf{P}$. (4 Punkte)