Prof. Dr. P. Uwer, Dr. P. Kant
AG Phänomenologie der Elementarteilchenphysik
Institut für Physik

Übungen zur Theoretischen Einführung in das Standardmodell (P23.1.1)

WS 09/10	**Blatt 2**	**Abgabe: 30. 10. 2009**

Aufgabe 1: Kinematik

a) Eine Vogelspinne wiegt ca. 4×10^{-3} kg und kann nach Modellrechnungen eine Absprunggeschwindigkeit von bis zu $0.8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ erreichen. Berechnen Sie die kinetische Energie in eV.

b) Wir betrachten einen Prozess mit zwei ein- und zwei auslaufenden Teilchen

$$1+2 \to 3+4 \tag{1}$$

mit Viererimpulsen p_1, p_2, p_3, p_4 und Massen m_1, m_2, m_3, m_4. Zusätzlich zum Quadrat der Schwerpunktsenergie s definieren wir die Lorentz-invarianten Größen

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2\,, \quad t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2\,, \quad u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2\,, \tag{2}$$

die unter dem Namen *Mandelstam Variablen* bekannt sind. Berechnen Sie die Summe $s + t + u$ und drücken Sie diese nur durch die Massen der Teilchen aus. Wie viele unabhängige Variablen gibt es also für eine $2 \to 2$ Reaktion? Wie viele für eine $2 \to n$ Reaktion?

c) Higgs-Suche am LEP

Am *Large Electron Positron Collider* (LEP) wurden Elektronen und Positronen mit einer Schwerpunktsenergie von bis zu 209 GeV zur Kollision gebracht. Ein wichtiges Experiment dabei war die Suche nach dem Higgs Boson, dem einzigen bis dato unbeobachteten Teilchen im Standardmodell. Ein wichtiger Produktionskanal zur Higgsproduktion in e^+e^- Annihilation ist

$$e^+ + e^- \to Z + H\,. \tag{3}$$

Die Masse des Z Bosons beträgt 91.1876 GeV. Welche Masse dürfte ein Higgs Boson höchstens haben, damit es bei $\sqrt{s} = 209\,\mathrm{GeV}$ über diesen Kanal noch erzeugt werden kann?

(4 Punkte)

Aufgabe 2: Homogene Maxwell-Gleichungen

Für ein elektromagnetisches Feld A_μ ist der Feldstärketensor $F_{\mu\nu}$ definiert als

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu\,. \tag{4}$$

Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$\partial_\mu F_{\nu\rho} + \partial_\rho F_{\mu\nu} + \partial_\nu F_{\rho\mu} = 0 \tag{5}$$

gilt und leiten Sie daraus die homogenen Maxwell-Gleichungen, ausgedrückt durch $\vec{E}$- und $\vec{B}$-Feld, her.

(3 Punkte)

Aufgabe 3: Euler-Lagrange Gleichungen für das elektromagnetische Feld

a) Leiten Sie die Euler-Lagrange Gleichungen für ein skalares Feld Φ

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \Phi} = 0 \tag{6}$$

her. Betrachten Sie dazu die Variation der Wirkung $S = \int d^4x \, \mathcal{L}\big(\Phi(x), \partial_\mu \Phi(x)\big)$ unter einer kleinen Änderung der Felder

$$\begin{aligned} \Phi &\to \Phi + \delta\Phi\,, \\ \partial_\mu \Phi &\to \partial_\mu \Phi + \delta\partial_\mu \Phi \end{aligned} \tag{7}$$

und fordern Sie, dass S stationär ist.

b) Die Lagrangedichte für ein elektromagnetisches Feld ist gegeben als

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}\big(A_\mu, \partial_\mu A_\nu\big) = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - j_\mu A^\mu\,, \tag{8}$$

mit dem Feldstärketensor $F_{\mu\nu}$ aus der vorigen Aufgabe und einem externen Strom j_μ. Leiten Sie aus (6) die Bewegungsgleichungen für A_μ (Maxwell-Gleichungen) her.

(4 Punkte)