

Übungen zur Vorlesung: Einführung in die Quantenchromodynamik

SoSe 09

Blatt 4

Abgabe: 12. 05. 2009

Aufgabe 11: Eichinvarianz Elektrodynamik

Zeigen Sie, dass die Lagrangedichte der Elektrodynamik

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} i \gamma^\mu (\partial_\mu - iqA_\mu) \Psi - m \bar{\Psi} \Psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (1)$$

eichinvariant unter lokalen U(1)-Eichtransformationen der Form

$$\Psi(x) \rightarrow e^{-iq\Lambda(x)} \Psi(x) \quad (2)$$

ist, sofern das Photonfeld geeignet mit transformiert wird. Wie lautet die entsprechende Transformation des Photonfeldes?

(2 Punkte)

Aufgabe 12: Eichinvarianz der QCD

Zeigen Sie, dass die QCD Lagrangedichte

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \sum_{k=1}^{n_f} \bar{\psi}_{k,a} (i\not{D} - m)_{a,b} \psi_{k,a} + \frac{1}{2g^2} \text{Spur}[G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}] \quad (3)$$

wobei

$$D_\mu = \partial_\mu - igT^a A_\mu^a \quad (4)$$

und

$$G_{\mu\nu} = [D_\mu, D_\nu], \quad (5)$$

eichinvariant unter lokalen SU(N) Eichtransformationen

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = U\psi(x) \quad (6)$$

$$A_\mu^a T^a = A_\mu \rightarrow A'_\mu = UA_\mu U^\dagger + \frac{1}{ig} [\partial_\mu U] U^\dagger \quad (7)$$

ist, wobei $U(x) = \exp(-iT^a \Theta^a(x))$.

(4 Punkte)

Aufgabe 13: Bewegungsgleichung des Gluons

Bestimmen Sie für die SU(N)-Eichtheorie die Bewegungsgleichung des Gluons.

(3 Punkte)

Aufgabe 14: Noetherstrom zur globalen SU(N) Symmetrie

Berechnen Sie den mit der globalen SU(N) Eichsymmetrie verknüpften Noetherstrom der SU(N) Eichtheorie. Vergleichen Sie mit Aufgabe 13.

(3 Punkte)