Übungen zur Vorlesung:
Einführung in die Quantenchromodynamik

SoSe 09 | **Blatt 8** | **Abgabe: 09. 06. 2009**

Aufgabe 23: Dimensionale Regularisierung: Dirac-Algebra
In d Raum-Zeit-Dimensionen ist die Algebra der d Diracmatrizen γ^μ wie üblich definiert:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}\mathbb{1} \quad \mu, \nu = 1\dots d\,. \tag{1}$$

Man beweise die folgenden Relationen:

$$\begin{aligned}
\gamma^\mu\gamma_\mu &= d\mathbb{1}\,, && (2)\\
\gamma^\mu\gamma^\kappa\gamma_\mu &= (2-d)\gamma^\kappa\,, && (3)\\
\gamma^\mu\gamma^\kappa\gamma^\lambda\gamma_\mu &= 4g^{\kappa\lambda}\mathbb{1} + (d-4)\gamma^\kappa\gamma^\lambda\,, && (4)\\
\gamma^\mu\gamma^\kappa\gamma^\lambda\gamma^\rho\gamma_\mu &= -2\gamma^\rho\gamma^\lambda\gamma^\kappa + (4-d)\gamma^\kappa\gamma^\lambda\gamma^\rho\,. && (5)
\end{aligned}$$

(3 Punkte)

Aufgabe 24: Meisterformel für Ein-Schleifenrechnungen
Zeigen Sie, daß das Ein-Schleifenintegral durch

$$\int \frac{d^d\ell}{(2\pi)^d} \frac{1}{\left(\ell^2 + 2q\ell + a + i\varepsilon\right)^n} = (-1)^n \frac{i}{(4\pi)^{2-\epsilon}} \frac{\Gamma(n-2+\epsilon)}{\Gamma(n)} \left(q^2 - a - i\varepsilon\right)^{2-\epsilon-n} \tag{6}$$

gegeben ist.
Hinweis: Führen Sie zuerst eine Wickrotation aus um zu “euklidischen Koordinaten” zu wechseln:

$$\ell^0 \to i\ell_E^0, \quad \ell^j \to \ell_E^j \tag{7}$$

Sie können das bekannte Volumen einer d-dimensionalen Kugel verwenden. Ferner kann

$$\int_0^1 dx x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} = B(\alpha,\beta) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} \tag{8}$$

nützlich sein.

(5 Punkte)

Aufgabe 25: Passarino-Veltman Reduktion
Bestimmen Sie für

$$\frac{1}{i\pi^2}\int d^d\ell \frac{\ell_\mu\ell_\nu}{(\ell^2 - m_1^2 + i\epsilon)((\ell+p)^2 - m_2^2 + i\epsilon)} = p_\mu p_\nu B_{21} + g_{\mu\nu}B_22 \tag{9}$$

die Koeffizienten B_{21}, B_{22} ausgedrückt durch skalare Integrale $B_0(p^2, m_1, m_2)$ und $A(m)$.

(4 Punkte)