



## Aufgaben zur Selbsteinschätzung

---

Die folgenden Aufgaben dienen zur Selbsteinschätzung der eigenen Kenntnisse und Fähigkeiten in der Schulmathematik. Sie stammen aus verschiedenen Themenbereichen, die zu Studienbeginn am wichtigsten sind, schwierigere Aufgaben sind dabei mit *(Fortgeschritten)* gekennzeichnet.

Bei gutem Kenntnisstand sollten alle Aufgaben ohne Schwierigkeiten gelöst werden, der Vorkurs dient dazu, diesen Stand zu erreichen. Treten also Schwierigkeiten beim Lösen der Aufgaben auf, wird der Besuch des Vorkurses dringend empfohlen.

Zur Auswertung werden die reinen Ergebnisse sowie umfangreiche Musterlösungen bereit gestellt. Letztere sollten erst nach dem Lösen der Aufgaben oder bei größeren Problemen angeschaut werden.

### Übung 1 Kurvendiskussion

Es soll eine Kurvendiskussion für folgendes Polynom durchgeführt werden:

$$p(x) = x^3 - 2x^2 - 15x \quad (1)$$

- a) Bestimmen Sie die Nullstellen von  $p(x)$ .
- b) Bestimmen Sie die Extrema von  $p(x)$ .
- c) Bestimmen Sie den Wendepunkt von  $p(x)$ .

### Lösung zu Übung 1

a)

$$x_1 = 0 \quad (2)$$

$$x_2 = -3 \quad (3)$$

$$x_3 = 5 \quad (4)$$

b)

$$p'(x) = 3x^2 - 4x - 15 \quad (5)$$

$$x_4 = -\frac{5}{3} \quad (\text{Maximum}) \quad (6)$$

$$x_5 = 3 \quad (\text{Minimum}) \quad (7)$$

$$p''(x) = 6x - 4 \quad (8)$$

$$p''(x_4 = -\frac{5}{3}) = -14 < 0 \quad (9)$$

$$p''(x_5 = 3) = 14 > 0. \quad (10)$$

c)

$$x_6 = \frac{2}{3} \quad (11)$$

## Übung 2 Ableitungen

Bestimmen Sie die Ableitungen von

a)  $\sin(x^2)$

b)  $e^{3x} \cos(x)$

c) (*Fortgeschritten*)  $\arcsin(x)$  über die Ableitung der Umkehrfunktion.

### Lösung zu Übung 2

a)

$$\frac{d}{dx} \sin(x^2) = \cos(x^2) 2x \quad (12)$$

b)

$$\frac{d}{dx} e^{3x} \cos(x) = 3e^{3x} \cos(x) - e^{3x} \sin(x) \quad (13)$$

c)

$$\frac{d}{dx} \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (14)$$

## Übung 3 Integrale

Berechnen Sie

a)

$$\int_{-1}^2 (8x^3 + 15x^2 - 6) dx \quad (15)$$

b) (*Fortgeschritten*)

$$\int xe^{x^2} dx \quad (16)$$

Hinweis: Für dieses Integral bietet sich eine Substitution an.

### Lösung zu Übung 3

a)

$$\int_{-1}^3 (8x^3 + 15x^2 - 6) dx = \left. \frac{8}{4}x^4 + \frac{15}{3}x^3 - 6x \right|_{-1}^2 \quad (17)$$

$$= 57 \quad (18)$$

b)

$$\int xe^{x^2} dx = \frac{1}{2}e^{x^2} + C \quad (19)$$

### Übung 4 Vektorrechnung

Sei

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Berechnen Sie

a)  $\vec{a} + \vec{b}$

b)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$

c)  $\vec{a} \times \vec{b}$

### Lösung zu Übung 4

a)

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

b) 
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4. \tag{22}$$

c) 
$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 24 \\ 3 \\ -15 \end{pmatrix} \tag{23}$$

### Übung 5 Gleichungssystem

Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem.

$$4x - 2y + 2z = 2 \tag{24a}$$

$$-2x + 3y - 2z = 0 \tag{24b}$$

$$3x - 5y + z = -7 \tag{24c}$$

### Lösung zu Übung 5

$$x = 0 \tag{25a}$$

$$y = 2 \tag{25b}$$

$$z = 3 \tag{25c}$$