Probeklausur [PK2]

1) Notieren Sie die Maxwellgleichungen für $\mu_r = \varepsilon_r = 1$.

$\mathrm{div}\ \vec{B} = 0$ $\qquad$ $\mathrm{rot}\ \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$

$\mathrm{div}\ \vec{E} = \rho / \varepsilon_0$ $\qquad$ $\mathrm{rot}\ \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

2) Notieren Sie den Stokesschen Satz und den Gaußschen Satz.

Stokes: $\qquad$ Gauß:

$$\int_A \mathrm{rot}\,\vec{B}\cdot d\vec{A} = \oint_{\partial A} \vec{B}\cdot d\vec{l} \qquad \int_V \mathrm{div}\,\vec{E}\, dV = \int_{\partial V = A} \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

3) In einem Würfel der Kantenlänge a befinden sich ein Elektron und zwei Protonen. Wie groß ist der Fluss des durch die Teilchen erzeugten elektrischen Feldes durch die Oberfläche des Würfels? Ändert sich das Resultat, wenn die Teilchen alle außerhalb des Würfels sind?

$Q = \underbrace{-e}_{e^-} + \underbrace{2e}_{2p} = e$

$\int \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{e}{\varepsilon_0}$

Falls alle Teilchen außerhalb: $Q_{\text{Würfel}} = 0$, also

$\int \vec{E}\cdot d\vec{A} = 0$

4) Ein Permanentmagnet befindet sich vollständig in einem Würfel der Kantenlänge a und erzeugt ein Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r})$. Berechnen Sie das Oberflächenintegral

$$\int \mathrm{rot}\vec{B}\cdot d\vec{A}$$

für alle sechs Seitenflächen A des Würfels. Ändert sich das Resultat, wenn sich der Permanentmagnet vollständig außerhalb des Würfels befindet?

$\int \mathrm{rot}\,\vec{B}\cdot d\vec{A} = \mu_0 \int \underbrace{\vec{j}}_{0}\, d\vec{A} = 0 =$

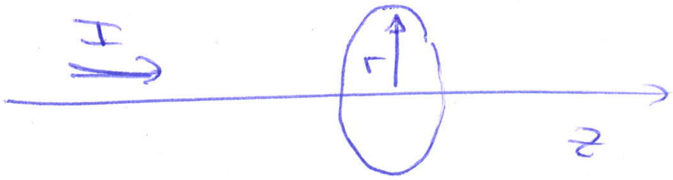
1 Seitenfläche $\qquad$ da keine Ströme außerhalb der Magneten

+ ? - ——

=) Resultat bleibt gleich, da $\vec{j}$ immer noch $\vec{0}$

5) Berechnen Sie mit Hilfe des Stokesschen Satzes das Magnetfeld außerhalb eines unendlich langen, von einem Strom I durchflossenen Drahtes! Der Draht befindet sich im Vakuum, der Strom fließe in z-Richtung.

$$r = r_\perp = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$$2\pi r B(r) = \mu_0 I \qquad \vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\varphi$$

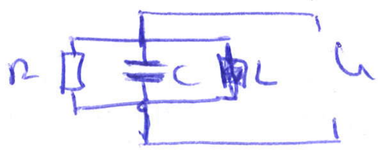
6) Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Satzes das elektrische Feld einer homogen mit der Ladungsdichte ρ_0 geladenen Kugel mit dem Radius R. Unterscheiden Sie $r < R$ und $r > R$; die Kugel befinde sich im Vakuum.

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0} \frac{4\pi}{3} \begin{cases} r^3 & r \leq R \\ R^3 & r > R \end{cases}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\vec{E}(r) = \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0} \vec{e}_r \begin{cases} r & r \leq R \\ R^3/r^2 & r > R \end{cases}$$

7) Berechnen Sie den komplexen Widerstand Z einer Parallelschaltung von Spule L, Widerstand R und Kapzität C! Notieren Sie Z auch in der Form $Z = |Z(\omega)|e^{i\varphi(\omega)}$. Wie groß ist der Gleichstromwiderstand der Anordnung?



$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{i\omega L} + i\omega C$$

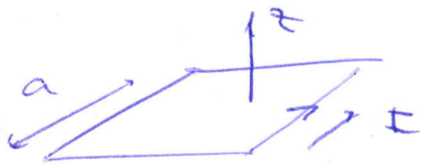
$$|Z| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$

$\rightarrow$ Gleichstrom-widerstand ist 0, da Spule wie Kurzschluss

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R} + i\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}$$

$$\varphi = \operatorname{atan}\left(\frac{\operatorname{Im} Z}{\operatorname{Re} Z}\right) = \operatorname{atan}\left(R\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right.\right.$$

8) Notieren Sie das magnetische Moment einer quadratischen Leiterschleife der Kantenlänge a, die von einem Strom I durchflossen wird.



$$\vec{p}_m = I\vec{A} = I a^2 \vec{e}_z$$

9) Erläutern Sie den Unterschied zwischen Diamagnetismus und Paramagnetismus!

Induzierte magnetische Momente schwächen das Magnetfeld ab (Lenzsche Regel).

Bereits vorhandene, mikroskop. magnet. Momente richten sich im äußeren Magnetfeld aus und verstärken es. (Variante: Ferromagnetismus)

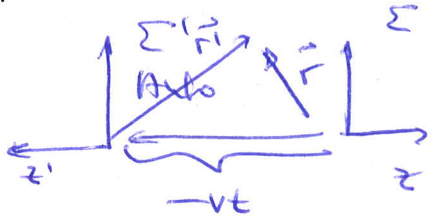
10) Notieren Sie einen Ausdruck für eine harmonische Transversalwelle mit Frequenz ν, Phasengeschwindigkeit c und maximaler Amplitude A_0, die sich in die negative z-Richtung ausbreitet. Die Schwingungsebene sei die Winkelhalbierende zwischen x- und y-Achse.

$c = \lambda\nu \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c} \qquad \omega = 2\pi\nu$

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_0/\sqrt{2} \\ A_0/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} \sin(kz + \omega t)$$

oder $\cos(kz + \omega t)$

11) Im Laborsystem beginnt ein Auto bei $t = t' = 0$, sich mit der Geschwindigkeit v in die negative z-Richtung zu bewegen. Notieren Sie die Lorentz-Transformation für den Übergang vom Laborsystem Σ (Koordinaten z, t) in das System des Autos Σ' (Koordinaten z',t'). Die z'-Achse zeige antiparallel zu z.

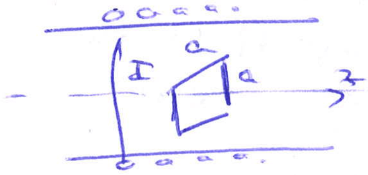


Also: $\vec{r} = -vt + \vec{r}'$
(Galilei)

$$z' = \gamma(z + vt)$$
$$t' = \gamma\left(t + \frac{vz}{c^2}\right)$$
$$y' = y$$
$$x' = x$$

12) Im luftgefüllten Inneren einer unendlich langen Zylinderspule (Spulenstrom I, Wicklungsdichte n) befindet sich eine quadratische Leiterschleife mit Kantenlänge a. Wie groß ist der Betrag der Induktivität L der Leiterschleife, wenn diese (a) parallel bzw. (b) senkrecht zum Spulenfeld steht?

$$\vec{B} = nI\mu_0 \, \vec{e}_z$$



$n = \frac{I}{L}$, $A = a^2$

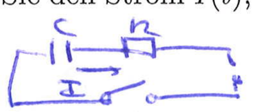
$B \cdot L = NI\mu$

$$U_{ind} = -\dot{\Phi}_m$$
$$= -\frac{\partial}{\partial t}\int \vec{B}\cdot d\vec{A}$$
$$= -n\dot{I}\mu_0 a^2$$
$$= L\dot{I}$$

- Falls $\vec{B}$ die Schleife parallel zu a durchsetzt ist $\vec{B} \perp \vec{A}$, also $U_{ind} = 0$
- Falls $\vec{B} \perp$ Schleifenfläche

$$\boxed{L = n\mu_0 a^2}$$

13) Ein ungeladener Kondensator C, eine Widerstand R, eine Gleichspannungsquelle (Spannung U_0) und ein Schalter bilden einen Stromkreis. Berechnen Sie den Strom $I(t)$, der fließt, sobald bei $t = 0$ der Schalter geschlossen wird.



$U_0 =$ const.

$Q_C = CU_C$

$\dot{Q}_C = I$

$$U_C + U_R = U_0 = \text{const.}$$
$$\frac{Q_C}{C} + RI = U_0 \quad \Big| \frac{d}{dt}$$
$$\frac{\dot{Q}_C}{C} + R\dot{I} = 0$$
$$\dot{I} + \frac{1}{RC} I = 0$$

$\tau = RC$

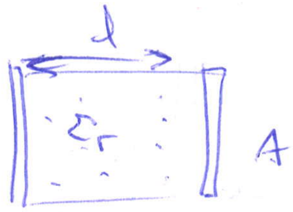
Bei $t = 0$:

$$\underbrace{U_C(0)}_{=0 \text{ da } C \text{ ungeladen}} + U_R(0) = U_0$$

$$I(t) = I(0)\, e^{-t/\tau}$$

$\Rightarrow I(0) = \frac{U_R(0)}{R} = \frac{U_0}{R}$

$$\boxed{I(t) = \frac{U_0}{R} e^{-t/\tau}}$$



$Q = CU$

$C = \frac{A\,\varepsilon_0 \varepsilon_r}{d}$

14) Die Energiedichte (Energie pro Volumen) des elektrischen Feldes beträgt $\frac{1}{2}\vec{E}\vec{D}$. Leiten Sie daraus einen Ausdruck für die Energie ab, die in einem mit der Ladung Q geladenen Plattenkondensator der Kapazität C gespeichert ist.

$w = \frac{1}{2} E D \qquad W = \frac{1}{2} E D \cdot \underbrace{Ad}_{\text{Volumen}}$

$E = \frac{U}{d} \qquad D = E \varepsilon_0 \varepsilon_r$

$$W = \frac{1}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2 \left[\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}\right]^{-1} A d = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C^2 d^2}\left[\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\right]^{-1} A d$$

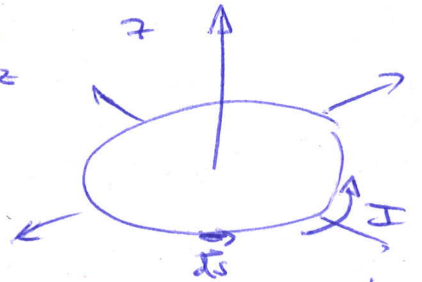
$$= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C^2}\underbrace{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d}}_{C} = \frac{Q^2}{2C}$$

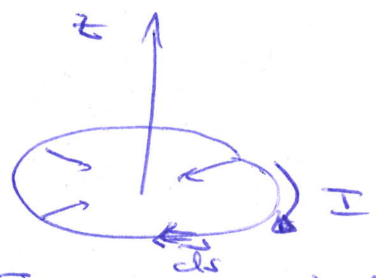
15) Eine kreisförmige Leiterschleife liegt horizontal auf einem Tisch und wird in vertikaler z-Richtung von einem homogenen Magnetfeld durchsetzt. Skizzieren Sie die Richtung der Ströme und Kräfte, die auftreten, wenn sich (a) das Magnetfeld mit der Zeit erhöht ($\dot{B} > 0$) bzw. (b) erniedrigt ($\dot{B} < 0$).

$d\vec{F} = I(d\vec{s} \times \vec{B})$

b) $\dot{B} < 0$ a) $\dot{B} > 0$

$\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$





- $\vec{B}$-Feld des induzierten Stromes zeigt in z-Richtung
- Kräfte zeigen nach außen, um magnet. Fluss wieder zu erhöhen

- $\vec{B}$-Feld des induzierten Stromes zeigt in −z-Richtung
- Kräfte zeigen nach innen, um ϕ_m zu verkleinern

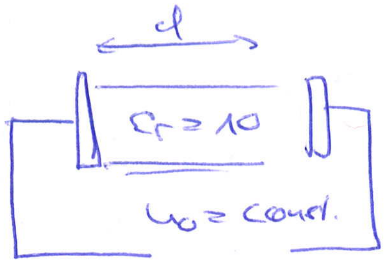
16) Sie möchten mit Hilfe eines Widerstands R und der Netzspannung ($U_0 = 230\,\text{V}$, $\nu = 50\,\text{Hz}$) Ihr Zimmer heizen. Wie groß muss R sein, damit die Heizleistung 1 kW beträgt?

$\bar{P} = 1\,\text{kW}$

$P = UI = \frac{U^2}{R}$

$\bar{P} = \frac{U_{eff}^2}{R} \rightarrow R = \frac{U_{eff}^2}{\bar{P}}$

$= \frac{(230\,\text{V})^2}{1\,\text{kW}} = 53\,\Omega$



$Q = CU$

17) Ein Plattenkondensator mit Dielektrikum ($\varepsilon_r = 10$) ist an eine Batterie der Spannung U angeschlossen. Um welchen Faktor ändern sich die Ladung auf den Platten und die elektrische Feldstärke, wenn das Dielektrikum entfernt wird?

$U = \frac{Q}{C} = $ const.

mit Dielektrikum $\quad C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d} = 10\, C_0$

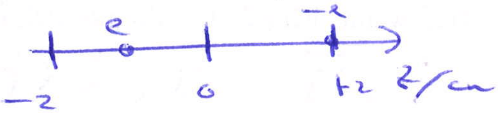
ohne — " — $\quad C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

$\hookrightarrow \frac{Q_0}{C_0} = \frac{Q_1}{C_1} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_0} = \frac{C_1}{C_0} = 10 = \varepsilon_r$

$\Rightarrow$ Ladung sinkt um Faktor 10 ab, wenn Dielektrikum entfernt wird

$\Rightarrow E = \frac{U}{d}$ ist konstant, da U und d konst.

18) Auf der z-Achse befinden sich zwei Ladungen: $+e$ bei $z = -1\,\text{cm}$ und $-e$ bei $z = +2\,\text{cm}$. Notieren Sie das elektrische Feld und das Dipolmoment der Anordnung.



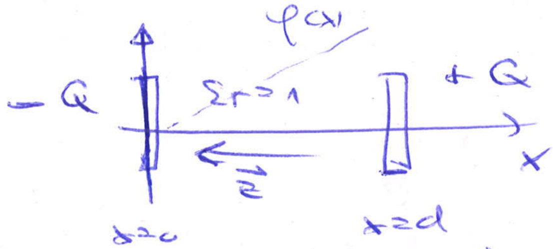
$|\vec{p}| = 4{,}8 \cdot 10^{-21}\,\text{Asm}$

$\vec{r}_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1\text{cm} \end{pmatrix} \quad \vec{r}_+ = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ +2\text{cm} \end{pmatrix}$

$\vec{E}(r) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{\vec{r} - \vec{r}_-}{|\vec{r} - \vec{r}_-|^3} - \frac{\vec{r} - \vec{r}_+}{|\vec{r} - \vec{r}_+|^3}\right]$

$\vec{p} = e(\vec{r}_- - \vec{r}_+) = e\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3\text{cm} \end{pmatrix} = -e\, 3\text{cm}\, \vec{e}_z$

19) Die linke Platte (bei $x = 0$) eines Plattenkondensators ($\varepsilon_r = 1$) trägt die Ladung $-Q$, die rechte Platte (bei $x = d$) die Ladung $+Q$. Berechnen Sie das Potential $\varphi(x)$.



- $\vec{E}$-Feld zeigt von rechts nach links, also in Richtung $-\vec{e}_x$
- $Q = CU$
- $E_0 = \frac{U}{d} = \frac{Q}{Cd}$
- $Cd = \varepsilon_0 A$

$\vec{E} = -\nabla\varphi(x) = -E_0\, \vec{e}_x$

$\hookrightarrow \frac{d\varphi}{dx} = E_0 > 0$

$\varphi(x) = E_0 x + \varphi(0)$

$\varphi(0)$ $\hookrightarrow$ sei $= 0$