Experimentalphysik 2 [PK2]

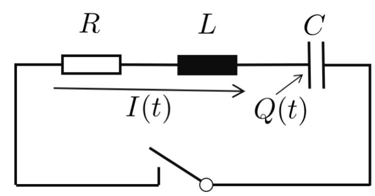
Humboldt–Universität zu Berlin, Sommersemester 2017
Prof. Dr. S. Kowarik

Blatt 9

Abgabe: 22. Juni 2017 bis 13:00 Uhr (Kasten vor NEW 15 1'415)

Aufgabe 1: Entladen eines Kondensators (30%+25%)

Ein Widerstand R, eine Induktivität L und eine mit der Ladung Q_0 geladene Kapazität C sind in Reihe geschaltet. Dabei sei R so gewählt, dass $R = 2\sqrt{L/C}$ gilt. Der Schalter wird zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen. Gesucht ist $I(t)$ für $t \geq 0$.



a) Überprüfen Sie, dass $2\sqrt{L/C}$ tatsächlich die Einheit eines Widerstands besitzt.

b) Zeigen Sie

$$\ddot{I} + \frac{2}{\tau}\dot{I} + \frac{1}{\tau^2}I = 0$$

mit der abkürzenden Bezeichnung $\tau = \sqrt{LC}$. Welche Einheit besitzt τ?

c) Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung durch

$$I(t) = (A + Bt)e^{-t/\tau}$$

gelöst wird, wobei A und B Konstanten sind.

d) Zeigen Sie, dass für die Stromänderung unmittelbar nach Schließen des Schalters gilt: $\dot{I}(0) = -\frac{Q_0}{\tau^2}$.

e) Zeigen Sie, dass unmittelbar nach Schließen des Schalters der Strom gleich Null ist, $I(0) = 0$. Hinweis: Verwenden Sie $U_L = L\dot{I}$.

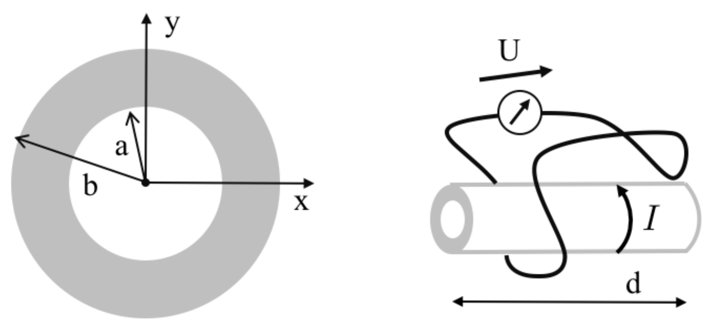
f) Bestimmen Sie die Konstanten A und B.

g) Skizzieren Sie $I(t)$ als Funktion von t. Bei welcher Zeit t_0 wird der Strom extremal?

h) Zusatzaufgabe (+25%): Berechnen Sie für den Zeitpunkt $t \geq 0$ die Energie $E_C(t)$ im elektrischen Feld der Kapazität, die Energie $E_L(t)$ im magnetischen Feld der Induktivität und die bis zu diesem Zeitpunkt im Widerstand R erzeugte Joulsche Wärme $E_R(t)$. Berechnen Sie auch die Summe der drei Energien und vergleichen Sie mit der Energie E_0, die vor dem Schließen des Schalters im elektrischen Feld der Kapazität gespeichert war.

<u>Hinweis:</u> Sollten Sie Stammfunktionen benötigen, schlagen Sie diese nach!

Aufgabe 2: Induktivität (30%)



Die gezeigte Spule der Länge $d = 10\,\mathrm{cm}$ besteht aus einem ferromagnetischen Rohr der Permeabilität $\mu_r = 5000$ mit Innenradius $a = 1\,\mathrm{cm}$ und Außenradius $b = 2\,\mathrm{cm}$, auf das eine enge und homogene Wicklung mit $N = 1000$ Windungen aufgebracht ist. Die Spule wird im gezeigten Richtungssinn von einem Strom I durchflossen.

a) Berechnen Sie $B(r)$ und $H(r)$ im Inneren der Spule ($0 < r < b$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$). Vernachlässigen Sie Randeffekte, d.h. betrachten Sie die Spule als unendlich lang.

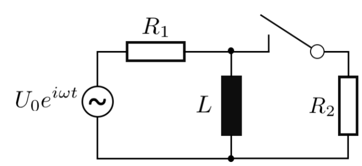
b) Berechnen Sie die Induktivität L der Spule.

c) Ein Leiter wird um die Spule gelegt und im gezeichneten Sinn an ein Voltmeter angeschlossen. Berechnen Sie die am Voltmeter angezeigte Spannung U (mit Vorzeichen!) zum Zeitpunkt $t = \tau$ mit $\tau = 1\,\mathrm{s}$, wenn der Strom durch die Spule sich gemäß $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$ ändert ($I_0 = 1\,\mathrm{A}$).

d) Berechnen Sie die Gegeninduktivität L_{12} zwischen der Spule und der Leiterschleife.

Aufgabe 3: Wechselstrom (20%)

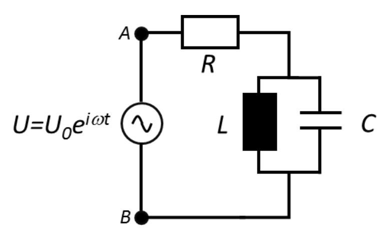
a) Berechnen Sie in der abgebildeten Wechselstromschaltung den Effektivstrom $I_{1\mathrm{eff}}$ für geöffneten bzw. $I_{2\mathrm{eff}}$ für geschlossenen Schalter.



b) Wie muss R_2 gewählt werden, damit $I_{1\mathrm{eff}} = I_{2\mathrm{eff}}$ gilt?

Aufgabe 4: Komplexe Spannungen und Ströme (20%)

a) Berechnen Sie den Wechselstromwiderstand Z zwischen den Punkten A und B. Welchen Wert Z_0 nimmt Z bei der Frequenz $\omega = 1/\sqrt{LC}$ an?



b) Drücken Sie die komplexen Spannungen U_R, U_L und U_C, sowie die komplexen Ströme I_R, I_L und I_C für die drei Bestandteile des Schaltkreises durch Z, U, R, C und L aus. Skizzieren Sie bei $t = 0$ jeweils ein Zeigerdiagramm mit den beiden Spannungen U und U_R für die Fälle $\omega \ll 1/\sqrt{LC}$ und $\omega \gg 1/\sqrt{LC}$. Was passiert in den Zeigerdiagrammen für $\omega = 1/\sqrt{LC}$?