Modul P20: Mehrelektronen- und Molekülphysik WS 2013 / 14 Übung 2

1) Kommutatorrelationen

Berechnen Sie folgende Kommutatorrelationen:

a) $[\vec{\boldsymbol{L}} \cdot \vec{\boldsymbol{S}}, \vec{\boldsymbol{L}}]$
b) $[\vec{\boldsymbol{L}} \cdot \vec{\boldsymbol{S}}, \vec{\boldsymbol{S}}]$
c) $[\vec{\boldsymbol{L}} \cdot \vec{\boldsymbol{S}}, \vec{\boldsymbol{J}}]$
d) $[\vec{\boldsymbol{L}} \cdot \vec{\boldsymbol{S}}, L^2]$
e) $[\vec{\boldsymbol{L}} \cdot \vec{\boldsymbol{S}}, S^2]$
f) $[\vec{\boldsymbol{L}} \cdot \vec{\boldsymbol{S}}, J^2]$

Tipp: Benutzen Sie die fundamentalen Kommutatorrelationen für $\vec{\boldsymbol{L}}$ und $\vec{\boldsymbol{S}}$:

$[L_x,L_y]=i\hbar L_z$ $[L_y,L_z]=i\hbar L_x$ $[L_z,L_x]=i\hbar L_y$

$[S_x,S_y]=i\hbar S_z$ $[S_y,S_z]=i\hbar S_x$ $[S_z,S_x]=i\hbar S_y$

und die Tatsache, dass $[\vec{\boldsymbol{L}}, \vec{\boldsymbol{S}}]=0$.

2) Spin-Bahn Aufspaltung

Die Spin-Bahn Aufspaltung im Caesium-Atom zwischen den Zuständen $6P_{1/2}$ und $6P_{3/2}$ führt zu einer Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda=42.2$ nm für das erste Linienpaar der Hauptserie. Die kurzwellige Linie hat die Wellenlänge $\lambda=852.1$nm. Berechnen Sie daraus die Spin-Bahn Kopplungskonstante und das magnetische Feld B_l am Kernort.

3) Hyperfeinstruktur

Ein Elektron mit Gesamtdrehimpuls **J** erzeugt am Kernort ein Magnetfeld B_J, das auf das magnetische Moment μK des Kerns wirkt. Besitzt der Kern den Gesamtdrehimpuls I, so ergibt sich ein neuer Gesamtdrehimpuls **F=J+I**. Die Hyperfeinwechselwirkung ist gegeben durch

$$\Delta E_{HFS} = \frac{a}{2}[F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)]$$

Mit $a = \frac{g_I \mu_K B_J}{\sqrt{J(J+1)}}$

Zeichnen Sie qualitativ die Hyperfein-Aufspaltung eines Terms mit J=3/2 und I=3/2, sowie für einen Term mit J=1/2 und I=7/2. Bestätigen Sie für den ersten Fall die Intervall-Regel

$$\Delta E_{HFS}(F+1) - \Delta E_{HFS}(F) = a(F+1)$$