Teil 1: 'Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor'
M. H Anderson *et al.*, Science **269**, p.198 (1995)

a) Wie funktioniert Evaporationskühlung? Welche Rolle spielen dabei elastische und inelastische Stöße?

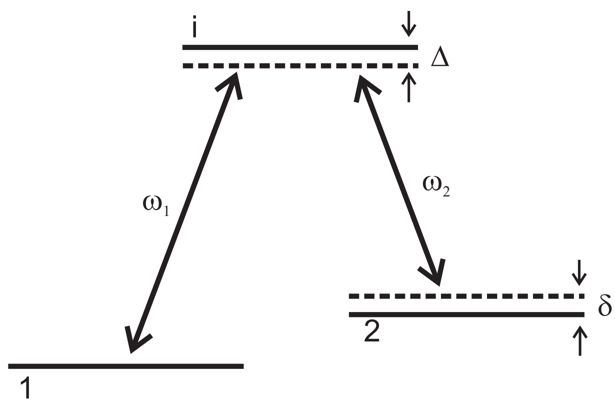
b) Wie funktioniert die zur Evaporationskühlung verwendete Falle. Warum ist diese etwas kompliziertere Falle nötig?

c) Welche Schritte werden im Experiment nacheinander unternommen, um ein BEC zu erhalten?

d) Auf welche Arten wird die Existenz eines BECs nachgewiesen?

Teil 2: Stimulated Raman Transitions

Betrachten Sie ein 3-Level System, in dem die Energiedifferenz ω_{12} zwischen Zustand $|1\rangle$ und $|2\rangle$ sehr viel kleiner als die Energiedifferenz zwischen jeweils einem dieser Zustände und einem Zwischenzustand $|i\rangle$ ist. (Alle Energien werden hier durch ihre zugehörigen Kreisfrequenzen $\omega = \frac{E}{\hbar}$ ausgedrückt.) Das System wird durch zwei Lichtwellen bestrahlt,



von denen eine mit der Frequenz ω_1 nur Zustand $|1\rangle$ und $|i\rangle$ koppelt und die andere mit der Frequenz ω_2 nur Zustand $|2\rangle$ und $|i\rangle$. In beiden Fällen ist die Verstimmung von der exakten Resonanzbedingung durch Δ gegeben. Die beiden Frequenzen ω_1 und ω_2 werden so gewählt, dass die Differenz, bis auf die kleine Verstimmung δ, der Energiedifferenz zwischen Zustand $|1\rangle$ und $|2\rangle$ entspricht: $\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2 - \delta$. (Wir vernachlässigen die Effekte des Photonenrückstosses und der spontanen Emission.) In der der rotating wave approximation und in einem geeigneten Wechselwirkungsbild (rotating frame) sind die Bewegungsgleichungen für die Koeffizienten des Quantenzustands des Systems $|\Psi\rangle = c_1|1\rangle + c_2|2\rangle + c_i|i\rangle$ gegeben durch

$$\dot{c}_1 = \frac{i}{2} e^{i\Delta_1 t} \Omega_{1i}^* c_i \quad (1)$$

$$\dot{c}_2 = \frac{i}{2} e^{i\Delta_2 t} \Omega_{2i}^* c_i \quad (2)$$

$$\dot{c}_i = \frac{i}{2} (e^{-i\Delta_1 t} \Omega_{i1} c_1 + e^{-i\Delta_2 t} \Omega_{i2} c_2) \quad (3)$$

wobei $\Delta_a = \Delta$, $\Delta_b = \Delta + \delta$ und Ω_{ji} die komplexen Rabifrequenzen für die jeweiligen Übergänge sind:

$$\Omega_{ji} = \frac{e}{\hbar}\langle i|r \cdot E_j|n\rangle e^{i\Phi_j},$$

mit $E = E_1 \cos(k_1 x - \omega_2 t + \Phi_1) + E_2 \cos(k_2 x - \omega_2 t + \Phi_2)$.

a) Verwenden Sie die Methode der adiabatischen Elimination des Zwischenzustandes $|i\rangle$ um einen neuen Satz Gleichungen für ein effektives Zwei-Level System zu erhalten:

$$\begin{aligned} \dot{c}_1 &= -\frac{i}{2}(\Omega_1^{AC} c_1 + e^{i\delta t}\Omega_{eff} c_2) \\ \dot{c}_2 &= -\frac{i}{2}(\Omega_2^{AC} c_2 + e^{-i\delta t}\Omega_{eff} c_1) \end{aligned}$$

Adiabatische Elimination ($\Delta \gg \delta$) meint hier, dass die Zeitabhängigkeit von c_1 und c_2 in Gleichung (3) vernachlässigt werden darf, da c_1 und c_2 sehr viel langsamer oszillieren als die Verstimmung Δ.
Was bedeuten die neuen Parameter Ω_{eff} uns Ω^{AC}? Wie skalieren sie mit Δ?

b) Wie skaliert die Wahrscheinlichkeit, dass ein Atoms im Zustand $|i\rangle$ angeregt ist mit der Verstimmung Δ? (Für die einfachste Abschätzung darf angenommen werden, dass nur Licht der Frequenz ω_1 eingestrahlt wird.) Was bedeutet das, wenn man spontanen Zerfall aus dem Zustand $|i\rangle$ vermeiden will?

c) Berechnen Sie Ω_{ai}, Ω_{bi}, $\Omega_{a,b}^{AC}$ und Ω_{eff} für stimulierte Raman Übergänge zwischen Hyperfein-Grundzustände des Cäsium Atoms mit $\delta = 0$, $\Delta = 1\,\mathrm{GHz}$, $I_1 = I_2 = 10\,\frac{\mathrm{mW}}{\mathrm{cm}^2}$. Verwenden Sie dabei die nützliche Beziehung

$$\frac{I_j}{I_{sat}} = \frac{8|\Omega_{ji}|^2}{\Gamma^2}.$$

I_{sat} ist hier 1,12 $\frac{\mathrm{mW}}{\mathrm{cm}^2}$ und $\Gamma = 2\pi \cdot 5{,}32\,\mathrm{MHz}$.

d) Wie lange dauert es bis alle Atome vom Zustand $|1\rangle$ in den Zustand $|2\rangle$ transferiert sind (π-Puls)?

Abgabe und Besprechung am 8. Juli 2009