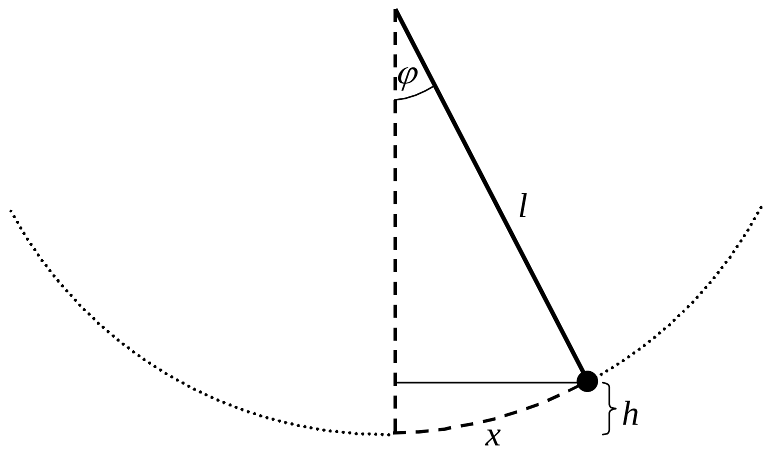
1. Aufgabe **(4 Punkte)**

Ein Vollzylinder sowie ein dünner Hohlzylinder mit gleicher Masse und gleichem Außenradius R rollen von der Starthöhe h_0 = 3 m eine schiefe Ebene mit einem Neigungswinkel von 30° herunter. Welche Translationsgeschwindigkeit haben die Zylinder bei h_1 = 1 m und h_2 = 0 m (Rollwiderstand und Luftreibung vernachlässigbar, g = 10 m/s^2)? (*Hinweis:* Die Herleitung der Translationsgeschwindigkeit des Vollzylinders befindet sich auf den Vorlesungsfolien.)

2. Aufgabe **(6 Punkte)**

Die Differentialgleichung für das Fadenpendel wurde in der Vorlesung direkt über die Rückstellkraft hergeleitet. Dies soll nun über den „Umweg" der harmonischen Näherung des Potentials nachvollzogen werden. Das Pendel besteht aus einem masselosen Faden der Länge l und einer punktförmigen Masse (siehe Abbildung). Die Bewegung soll in Abhängigkeit der Auslenkung entlang der Bahn x ($x = \varphi \cdot l$) beschrieben werden.



a) Beschreiben Sie die Höhe h durch den Winkel φ und die konstante Länge l!
(*Hinweis:* Drücken Sie zunächst $l - h$ durch φ und l aus.)

b) Schreiben Sie nun die potentielle Energie der Kugel (gegenüber der Ausgangslage $h = 0$) in Abhängigkeit von x mit m, g und l als Konstanten!
(*Hinweis:* Nutzen Sie $x = \varphi \cdot l$.)

c) Führen Sie eine harmonische Näherung des Potentials durch! Machen Sie dazu eine Taylorentwicklung bis zur 2. Ordnung um $x_0 = 0$.

d) Bestimmen Sie nun die Rückstellkraft aus dem genäherten Potential und geben Sie die Differentialgleichung (Bewegungsgleichung) an! Vergleichen Sie das Resultat mit dem aus der Vorlesung!

- Bitte wenden -

3. Aufgabe **(6 Punkte)**

Eine nicht gedämpfte Schwingung wird durch die Differentialgleichung $m\ddot{x}(t)+kx(t)=0$ beschrieben. Als eine Lösung wird: $x(t)=A\sin(\omega t)$ angesetzt.

a) Setzen Sie die Lösung in die Differentialgleichung ein und bestimmen Sie die Abhängigkeit zwischen m, k, und ω!

b) Überprüfen Sie, ob die folgenden Funktionen die Differentialgleichung $\ddot{x}(t)+\omega^2 x(t)=0$ erfüllen:

i) $x(t)=B\cos(\omega t)$

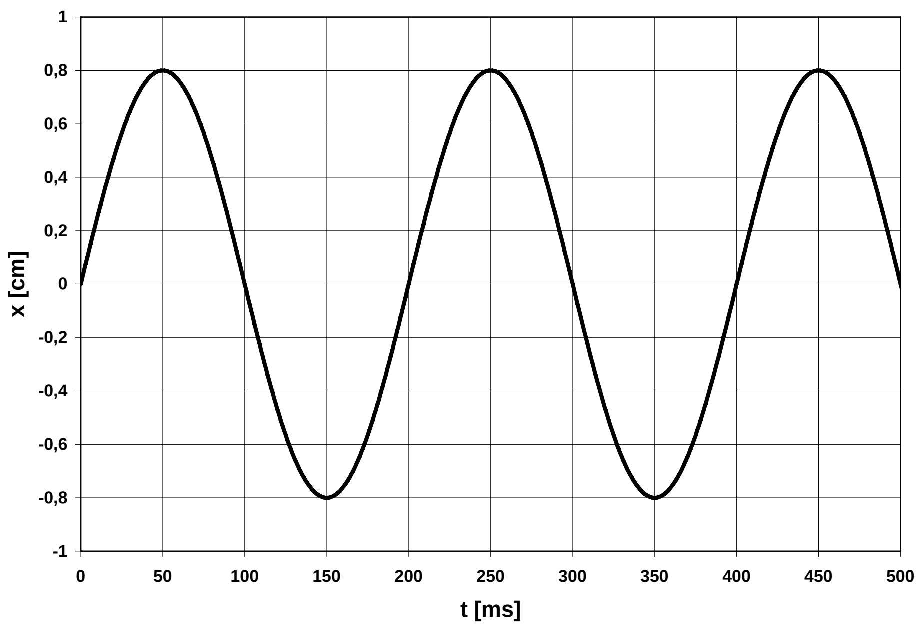
ii) $x(t)=A\sin(\omega t+\varphi_0)$

iii) $x(t)=A\sin(\omega t)+B\cos(\omega t)$

iv) $x(t)=Ae^{i(\omega t+\varphi_0)}$

4. Aufgabe **(4 Punkte)**

In der Abbildung ist die Bewegung eines Federschwingers mit Masse m = 1kg dargestellt.



Lesen Sie die Amplitude A und die Frequenz f daraus ab! Berechnen Sie anschließend die Federkonstante D, die maximale Geschwindigkeit der Masse $v_{\max}$ und die Gesamtenergie des Oszillators E_{Ges} !