

Musterlösung Übungsblatt 2

2. Aufgabe

allgemein gilt: $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$ I

$$v = \frac{ds}{dt} = v_0 + a \cdot t \quad \text{II}$$

a) $v_1 = 360 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$v_k = 144 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

aus II folgt $t = \frac{v_k - v_1}{a_1} = \frac{40 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{-60}{-15} \frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}} \cdot \frac{\text{s}^2}{\cancel{\text{m}}} = 4 \text{ s}$

$$\underline{\underline{t = 4 \text{ s}}}$$

b) aus I folgt

$$0 = s_0 + v_1 \cdot t + \frac{1}{2} a_1 t^2$$

$$-s_0 = v_1 \cdot t + \frac{1}{2} a_1 t^2 \quad \text{Werte einsetzen:}$$

$$-s_0 = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (4 \text{ s})^2$$

$$= 400 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ s}^2$$

$$= 400 \text{ m} - 120 \text{ m}$$

$$\underline{\underline{s_0 = -280 \text{ m}}}$$

g) aus II folgt: $t = \frac{v - v_0}{a}$

einsetzen in I und auflösen nach a:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$= v_0 \cdot \frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

$$= v_0 \cdot \left(\frac{v}{a} - \frac{v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{v}{a} - \frac{v_0}{a} \right)^2$$

$$= \frac{v_0 \cdot v}{a} - \frac{v_0^2}{a} + \frac{1}{2} a \left[\left(\frac{v}{a} \right)^2 - 2 \frac{v \cdot v_0}{a^2} + \left(\frac{v_0}{a} \right)^2 \right]$$

$$= \frac{\cancel{v_0 \cdot v}}{a} - \frac{v_0^2}{a} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{a} - \frac{\cancel{v \cdot v_0}}{a} + \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{v^2}{a} - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a} (v^2 - v_0^2)$$

$$\Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot s}$$

Werte einsetzen:

$$a = \frac{\left(40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(110 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 700 \text{ m}}$$

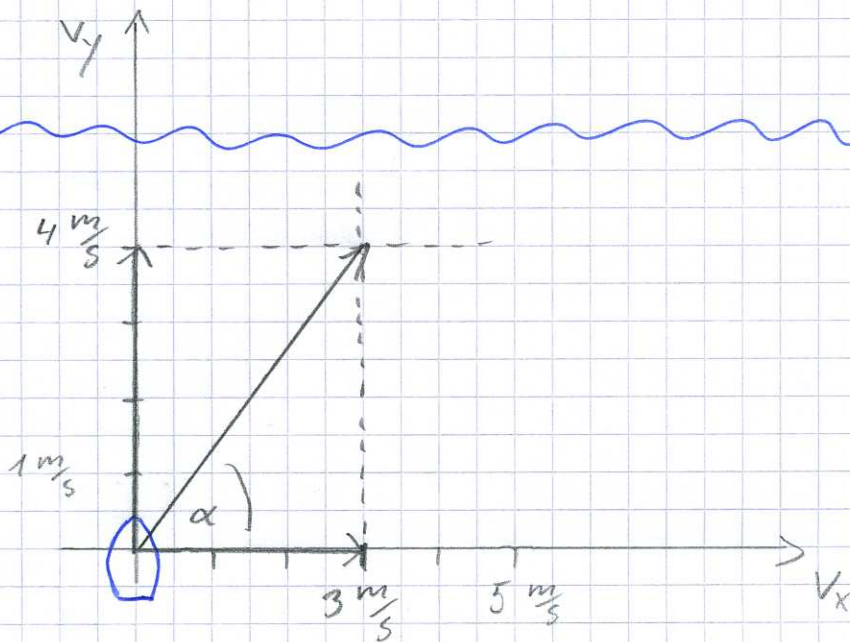
$$= \frac{1600 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - 12100 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{1400 \text{ m}}$$

$$= \frac{-10500}{1400} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{-7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{40 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 110 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{-70 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \underline{\underline{9,3 \text{ s}}}$$

3. Aufgabe

- a) Der Junge muß geradeaus auf das gegenüberliegende Ufer zu steuern.



b)

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_J}{v_F}\right) = \arctan\left(\frac{4 \frac{m}{s}}{3 \frac{m}{s}}\right)$$
$$= \arctan\left(\frac{4}{3}\right) \approx 0,93 \approx \underline{\underline{53^\circ}}$$

c)

Es muß gelten $V_{M||} \stackrel{!}{=} -V_F$.

$$\begin{aligned} |V_M|^2 &= V_{M||}^2 + V_{M\perp}^2 \\ &= (-V_F)^2 + V_{M\perp}^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V_{M\perp}^2 = |V_M|^2 - (-V_F)^2$$

$$V_{M\perp} = \sqrt{|V_M|^2 - (-V_F)^2}$$

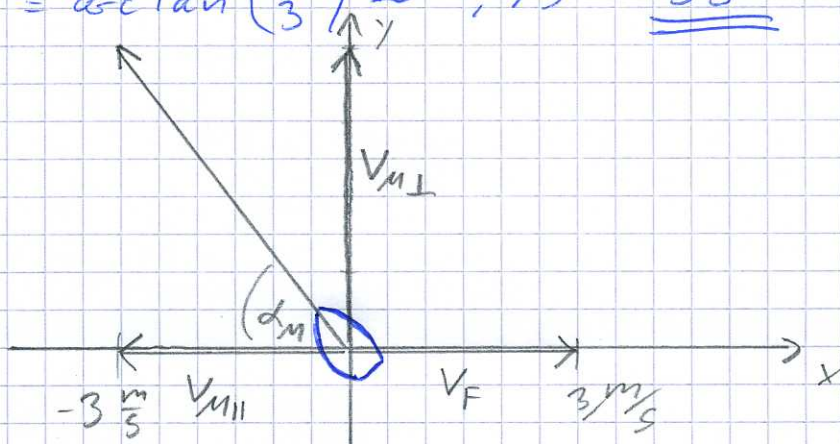
$$\alpha_M = \arctan\left(\frac{V_{M\perp}}{V_{M||}}\right) = \frac{\sqrt{|V_M|^2 - (-V_F)^2}}{V_F}$$

Werte einsetzen:

$$= \arctan \frac{\sqrt{\left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(-3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}}{3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$= \arctan \frac{4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$= \arctan\left(\frac{4}{3}\right) \approx 0,93 = \underline{\underline{53^\circ}}$$



d)

$$y_j = v_{j\perp} \cdot t_j$$

$$\Rightarrow t_j = \frac{y_j}{v_{j\perp}} = \frac{b}{v_{j\perp}} = \frac{50 \text{ m}}{4 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \underline{\underline{12,5 \text{ s}}}$$

$$y_m = v_{m\perp} \cdot t_m$$

$$\Rightarrow t_m = \frac{y_m}{v_{m\perp}} = \frac{b}{\sqrt{|v_m|^2 - (v_F)^2}}$$

$$= \frac{50 \text{ m}}{\sqrt{\left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}}$$

$$= \frac{50 \text{ m}}{\sqrt{25 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 9 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}} = \frac{50 \text{ m}}{\sqrt{16 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}}$$

$$= \frac{50 \text{ m}}{4 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \underline{\underline{12,5 \text{ s}}}$$

$$\Delta x = x_m - x_j$$

$$= v_{mH} \cdot t - v_{jH} \cdot t = v_{mH} \cdot t - v_F \cdot t$$

$$= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 12,5 \text{ s} - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 12,5 \text{ s}$$

$$= \underline{\underline{-37,5 \text{ m}}}$$

4. Aufgabe

$$a) \quad \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 + v_{x0} \cdot t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y_0 + v_{y0} \cdot t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} v_{x0} \cdot t \\ h + \frac{1}{2} g t^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ -g \cdot t \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{r}}(t) = \begin{pmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

b)

$$\underline{\underline{\vec{r}(t=0s) = \begin{pmatrix} 0m \\ 20m \end{pmatrix}}}$$

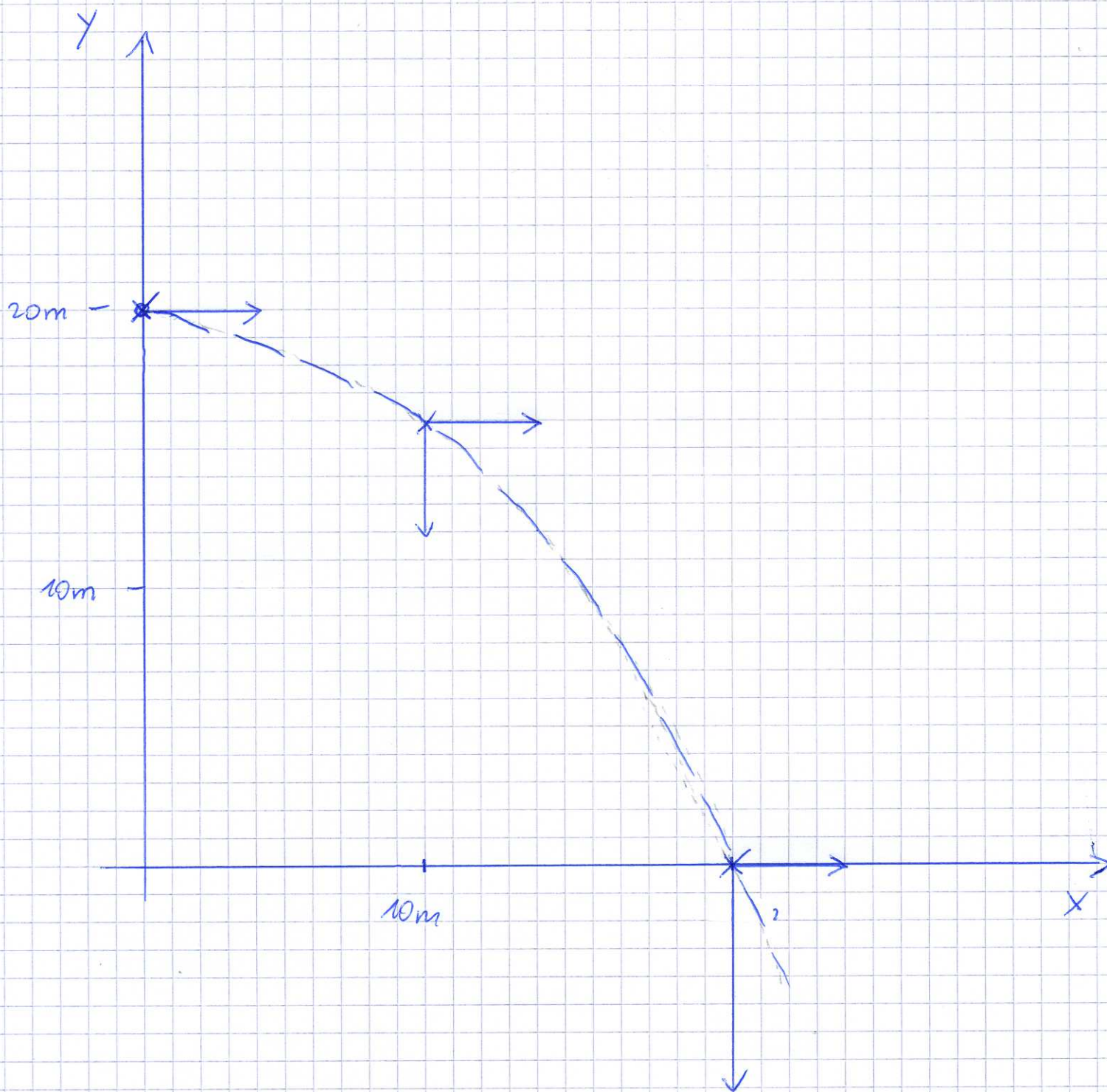
$$\begin{aligned} \vec{r}(t=1s) &= \begin{pmatrix} 10 \frac{m}{s} \cdot 1s \\ 20m - \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot (1s)^2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 10m \\ 20m - 5m \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 10m \\ 15m \end{pmatrix}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{r}(t=2s) &= \begin{pmatrix} 10 \frac{m}{s} \cdot 2s \\ 20m - \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot (2s)^2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 20m \\ 20m - \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 4s^2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 20m \\ 20m - 20m \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 20m \\ 0m \end{pmatrix}}} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{\vec{v}(t=0s) = \begin{pmatrix} 10 \frac{m}{s} \\ -10 \frac{m}{s^2} \cdot 0s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \frac{m}{s} \\ 0 \frac{m}{s} \end{pmatrix}}}$$

$$\underline{\underline{\vec{v}(t=1s) = \begin{pmatrix} 10 \frac{m}{s} \\ -10 \frac{m}{s^2} \cdot 1s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \frac{m}{s} \\ -10 \frac{m}{s} \end{pmatrix}}}$$

$$\underline{\underline{\vec{v}(t=2s) = \begin{pmatrix} 10 \frac{m}{s} \\ -10 \frac{m}{s^2} \cdot 2s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \frac{m}{s} \\ -20 \frac{m}{s} \end{pmatrix}}}$$



c) Betrachte nur y-Komponente der Bewegung

$$y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{4 \text{ s}^2} = \underline{\underline{2 \text{ s}}}$$

Betrachte nur x-Komponente der Bewegung

$$x(t) = v_{x0} \cdot t \quad \text{Werte einsetzen} \quad \left(36 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

$$= 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} = \underline{\underline{20 \text{ m}}}$$

$$v_y(t=2\text{s}) = -g \cdot t = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ s} = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_x(t=2\text{s}) = v_{x0} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$|\vec{v}(t=2\text{s})| = \sqrt{(v_x(t=2\text{s}))^2 + (v_y(t=2\text{s}))^2}$$

$$= \sqrt{\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{100 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 400 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{500 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} \approx \underline{\underline{22 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} = \underline{\underline{80 \frac{\text{km}}{\text{h}}}}$$