Aufgabe 1

a) Gesamtimpuls vor Wurf: $p_\mathsf{g} = (m_1 + m_2) \cdot v_\mathsf{g} \overset{v_\mathsf{g}=0}{=} 0$
Gesamtimpuls nach Abwurf (Koffer fliegt): $p'_\mathsf{g} = p'_{\mathsf{m_1}} + p'_{\mathsf{m_2}}$
Impulserhaltung: $p_\mathsf{g} = p'_\mathsf{g} = 0 = p'_{\mathsf{m_1}} + p'_{\mathsf{m_2}} = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$
$v'_1 = -\frac{m_2}{m_1} v'_2 = -\frac{20\,\mathrm{kg}}{200\,\mathrm{kg}} 10\,\mathrm{m/s} = \underline{\underline{-1\,\mathrm{m/s}}}$
Das Boot bewegt sich mit $1\,\mathrm{m/s}$ nach links.

b) Impulserhaltung: $p''_\mathsf{g} = p'_\mathsf{g} = p_\mathsf{g} = 0 = \underbrace{(m_1 + m_2)}_{\neq 0} \cdot v''_\mathsf{g} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{v''_\mathsf{g} = 0}}$
Position des Koffers während des Wurfes: $r_\mathsf{K}(t) = v'_2 t$
Position Person 2 während des Wurfes: $r_2(t) = r_{2,0} + v'_1 t$ mit $r_{2,0}$ - Abstand Personen
Beim Fangen gilt: $r_\mathsf{K}(t_\mathsf{F}) = r_2(t_\mathsf{F}) \quad \Rightarrow \quad v'_2 t_\mathsf{F} = r_{2,0} + v'_1 t_\mathsf{F}$
$\Rightarrow \quad t_\mathsf{F} = \frac{r_{2,0}}{v'_2 - v'_1} \overset{\text{siehe a)}}{=} \frac{r_{2,0}}{v'_2 + \frac{m_2}{m_1} v'_2} = \frac{r_{2,0}}{v'_2(1 + \frac{m_2}{m_1})} = \frac{5\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{m/s}(1 + \frac{20\,\mathrm{kg}}{200\,\mathrm{kg}})} \approx \underline{\underline{0{,}45\,\mathrm{s}}}$

Alternativ kann man die Berechnung der Flugdauer auch im Bezugssystem des Bootes durchführen. Hier ist die vom Koffer zurückgelegte Strecke $\tilde{s} = 5\,\mathrm{m}$. Da das Boot hier ruht, setzt sich die Geschwindigkeit des Koffers $\tilde{v}'_2$ aus der Bootsgeschwindigkeit v'_1 und der Koffergeschwindigkeit v'_2 (im ursprünglichen Bezugssystem) zusammen. $\tilde{v}'_2 = v'_2 - v'_1$
$\tilde{s} = \tilde{v}'_2 t_\mathsf{F} \quad \Rightarrow \quad t_\mathsf{F} = \frac{\tilde{s}}{\tilde{v}'_2} = \frac{5\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{m/s} - (-1\,\mathrm{m/s})} \approx \underline{\underline{0{,}45\,\mathrm{s}}}$

c) Das Boot steht wieder still. Begründung wie in b)
Nach zweimal Werfen befindet sich das Boot wieder am Ausgangsort.

Aufgabe 2

a) Reibungskraft der Haftreibung: $F_\mathsf{H} = \mu_\mathsf{H} N$ mit Normalskraft N (senkrecht zur Rutschbahn)
$N = G \cos\alpha$ mit Gewichtskraft G
$\Rightarrow \quad F_\mathsf{H} = \mu_\mathsf{H} G \cos\alpha$
Hangabtriebskraft: $H = G \sin\alpha$
Bei kritischem Winkel α_k: $H = F_\mathsf{H} \quad \Rightarrow \quad \mu_\mathsf{H} G \cos\alpha_\mathsf{k} = G \sin\alpha_\mathsf{k} \quad \Rightarrow \quad \mu_\mathsf{H} = \tan\alpha_\mathsf{k}$
$\Rightarrow \quad \alpha_\mathsf{k} = \arctan(\mu_\mathsf{H}) = \arctan(0{,}5) \approx \underline{\underline{26{,}6^\circ}}$

b) Gewichtskraft: $G = mg$
Reibungskraft der Gleitreibung: $F_\mathsf{G} = \mu_\mathsf{G} N = \mu_\mathsf{G} G \cos\alpha = \mu_\mathsf{G} mg \cos\alpha$
$H = G \sin\alpha = mg \sin\alpha$
Für Bewegung entlang der Rutsche gilt: $ma = H - F_\mathsf{G} = mg \sin\alpha - \mu_\mathsf{G} mg \cos\alpha$
$\Rightarrow \quad \mu_\mathsf{G} = \tan\alpha - \frac{a}{g \cos\alpha}$
Nun enthielt diese Aufgabe leider drei widersprüchliche Angaben (Stehenbleiben nach $1\,\mathrm{s}$ bei $4\,\mathrm{m}$). Unter Berücksichtigung von jeweils nur zwei dieser Angaben gibt es folgende Lösungen.

b1) Nach $1\,\mathrm{s}$ ist der Mann $4\,\mathrm{m}$ gerutscht:
Es gilt: $r(t) = \underbrace{r_0}_{=0} + v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2(r(t) - v_0 t)}{t^2}$
Somit ergibt sich bei $t_\mathsf{s} = 1\mathrm{s}$:
$\mu_\mathsf{G} = \tan\alpha - \frac{2(r(t_\mathsf{s}) - v_0 t_\mathsf{s})}{t_\mathsf{s}^2 g \cos\alpha} = \mu_\mathsf{H} - \frac{2(4\,\mathrm{m} - 2\,\mathrm{m/s} \cdot 1\,\mathrm{s})}{(1\,\mathrm{s})^2 10\,\mathrm{m/s^2} \cos\alpha_\mathsf{K}} = 0{,}5 - \frac{2 \cdot 2\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{m} \cdot 0{,}89} \approx \underline{\underline{0{,}05}}$

b2) Der Mann bleibt nach $4\,\mathrm{m}$ stehen:
Es gilt:$v(t) = v_0 + at$
Im Moment des Stehenbleibens t_S ($v(t_\mathsf{S}) = 0$) ergibt sich $t_\mathsf{S} = -\frac{v_0}{a}$. Wenn man dies in $r(t_\mathsf{S}) = v_0 t_\mathsf{S} + \frac{a}{2}t_\mathsf{S}^2$ einsetzt und nach a umformt ergibt sich $a = -\frac{v_0^2}{2r(t_\mathsf{S})}$.
$\Rightarrow \quad \mu_\mathsf{G} = \tan\alpha - \frac{a}{g\cos\alpha} \approx \underline{\underline{0{,}56}}$

b3) Der Mann bleibt nach $1\,\mathrm{s}$ stehen:
Es gilt:$v(t) = v_0 + at$
Im Moment des Stehenbleibens t_S ($v(t_\mathsf{S}) = 0$) ergibt sich $a = -\frac{v_0}{t_\mathsf{S}}$.
$\Rightarrow \quad \mu_\mathsf{G} = \tan\alpha - \frac{a}{g\cos\alpha} \approx \underline{\underline{0{,}72}}$

Die beiden letzten Varianten waren physikalisch nicht sinnvoll, da gelten muss: $\mu_\mathsf{G} < \mu_\mathsf{H}$. Der Mann bleibt also nicht mehr stehen.

Aufgabe3

a) vor Stoß: $p_1 = m_1 v_1$ und $p_2 = m_2 v_2$
nach Stoß: $p' = (m_1 + m_2)v'$ mit $v' = v_1' = v_2'$
Impulserhaltung: $p_1 + p_2 = p' \quad \Rightarrow \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v' \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}}}$

b) $v = 2v_2$ und $v_1 = 5v_2$ in Ergebnis von a) einsetzen.

$$\begin{aligned}
2v_2 &= \frac{5m_1 v_2 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} && \mid \cdot (m_1 + m_2) \ \div v_2 \\
2(m_1 + m_2) &= 5m_1 + m_2 && \mid \div m_2 \\
2\left(\frac{m_1}{m_2} + 1\right) &= \frac{m_1}{m_2} 5 + 1 && \mid -2 \ -5\frac{m_1}{m_2} \\
2\frac{m_1}{m_2} - 5\frac{m_1}{m_2} &= 1 - 2 \\
-3\frac{m_1}{m_2} &= -1 && \mid \div (-3) \\
\frac{m_1}{m_2} &= \underline{\underline{\frac{1}{3}}}
\end{aligned}$$

c) Geschwindigkeit des Schwerpunktes: $v_\mathsf{S} = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} + \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} \overset{\text{siehe a)}}{=} v' = v_\mathsf{S}'$
Elastischer Fall: $v_\mathsf{S} = v_\mathsf{S}'$ wie im inelastischen Fall, da allgemein gilt:

$$v_\mathsf{S} \overset{\text{siehe oben}}{=} \frac{\overbrace{p_\text{gesamt}}^{=\text{const.}}}{m_1 + m_2} = \text{const.}$$