

Übungsblatt 6

Aufgabe 1

a) Trägheitsmoment : $\Theta = r^2 \cdot m = (1,5 \text{ m})^2 \cdot 0,25 \text{ kg} = \underline{\underline{0,56 \text{ kg m}^2}}$
Drehimpuls : $L = \Theta \cdot \omega = \Theta \cdot 2\pi f = \Theta \cdot \frac{2\pi}{T} = \underline{\underline{2,36 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}}}$

b) Drehimpulserhaltung: $L_1 = L_2$
 $\Theta_1 \cdot \omega_1 = \Theta_2 \cdot \omega_2$
 $m \cdot r_1^2 \cdot 2\pi f_1 = m r_2^2 \cdot 2\pi f_2$
 $\Rightarrow \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot f_1 = f_2 = 2,25 \cdot \frac{1}{1,5 \text{ s}} = \underline{\underline{1,5 \text{ Hz}}}$

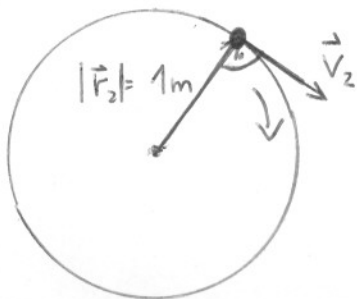
Änderung der Rotationsenergie:

$$E_{\text{rot}}^1 = \frac{1}{2} \Theta_1 \omega_1^2 = \frac{1}{2} m r_1^2 \omega_1^2$$

$$E_{\text{rot}}^2 = \frac{1}{2} \Theta_2 \omega_2^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{2}{3} r_1\right)^2 (2,25 \cdot \omega_1)^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_{\text{rot}}^2}{E_{\text{rot}}^1} = \underline{\underline{2,25}}$$

c)



Bahngeschwindigkeit $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

$$\Rightarrow \vec{\omega} \perp \vec{r} \Rightarrow$$

$$v_2 = \omega_2 \cdot r_2 = 2\pi \cdot 1,5 \frac{1}{\text{s}} \cdot 1 \text{ m} = \underline{\underline{9,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

Aufgabe 2:

- damit der Block im Scheitelpunkt des Loopings nicht herunterfällt muss gelten: $|a_{\text{radial}}| \geq g$ $|a_{\text{radial}}| = \frac{v^2}{r} = g \Rightarrow v = \sqrt{gr}$

- mittels obiger Bedingung ergibt sich aus der Energiebilanz die minimale Starthöhe h_{start} zu:

$$E_{\text{pot}}^{\text{Start}} - E_{\text{pot}}^{\text{Scheitel}} = E_{\text{kin}}^{\text{Scheitel}}$$

$$mg(h_{\text{start}} - d) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$mg(h_{\text{start}} - d) = \frac{1}{2}mgr$$

$$h_{\text{start}} = \frac{1}{2}r + d$$

$$= 0,75\text{ m} + 1\text{ m}$$

$$= \underline{\underline{1,75\text{ m}}}$$

Aufgabe 3

- a) • für das Trägheitsmoment beliebiger homogener Körper gilt:

$$\Theta = \int_{\text{Volumen}} r^2 dm \quad \rightarrow \quad \sum_i r_i^2 m_i$$

$$\Theta = 4 r^2 m = 4 (2m)^2 \cdot 8 \text{ kg} = \underline{\underline{128 \text{ kg m}^2}}$$

- Bogenlänge $s = r \cdot \varphi = r \cdot \omega \cdot t = 2\pi r = \underline{\underline{12,6 \text{ m}}}$

- b) Satz von Steiner: $\Theta = \Theta_s + m l^2$

$$\Theta = 4 r^2 m + 4 m r^2 = 8 m r^2 = \underline{\underline{256 \text{ kg m}^2}}$$

$$\begin{aligned} \Theta &= \sum_{i=1}^4 r_i^2 m_i = 0^2 m + (2r)^2 m + 2 (\sqrt{2} r)^2 m \\ &= 4 r^2 m + 4 r^2 m \\ &= 8 r^2 m \\ &= \underline{\underline{256 \text{ kg m}^2}} \end{aligned}$$

Aufgabe 4

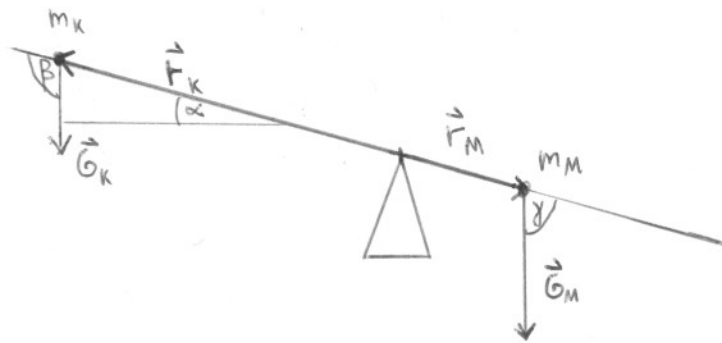
a) $\vec{D} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$D_k = r_k \cdot G_k \cdot \sin \beta$$

$$= r_k m_k g \sin \beta$$

$$= 2,4 \text{ m} \cdot 20 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 115^\circ$$

$$= \underline{\underline{435 \text{ Nm}}}$$



$$\alpha = 25^\circ$$

$$\beta = 90^\circ + \alpha = 115^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ - \alpha = 65^\circ$$

b) Gleichgewichtsbedingung: $D_k = D_M$

$$r_k \cdot m_k \cdot g \sin \beta = r_M \cdot m_M \cdot g \sin \gamma$$

$$r_k \cdot m_k \sin(90^\circ + \alpha) = r_M \cdot m_M \sin(90^\circ - \alpha)$$

$$r_k m_k = r_M m_M$$

$$\Rightarrow r_M = \frac{m_k}{m_M} r_k = \underline{\underline{0,8 \text{ m}}}$$

c) \Rightarrow Abstand ist unabhängig vom Winkel $\Rightarrow \underline{\underline{r_M' = 0,8 \text{ m}}}$