8. Übungsblatt

1. Aufgabe

a) $x(t) = C\cos(\omega t + \varphi)$ $\quad$ $x(0) = C\cos\varphi$

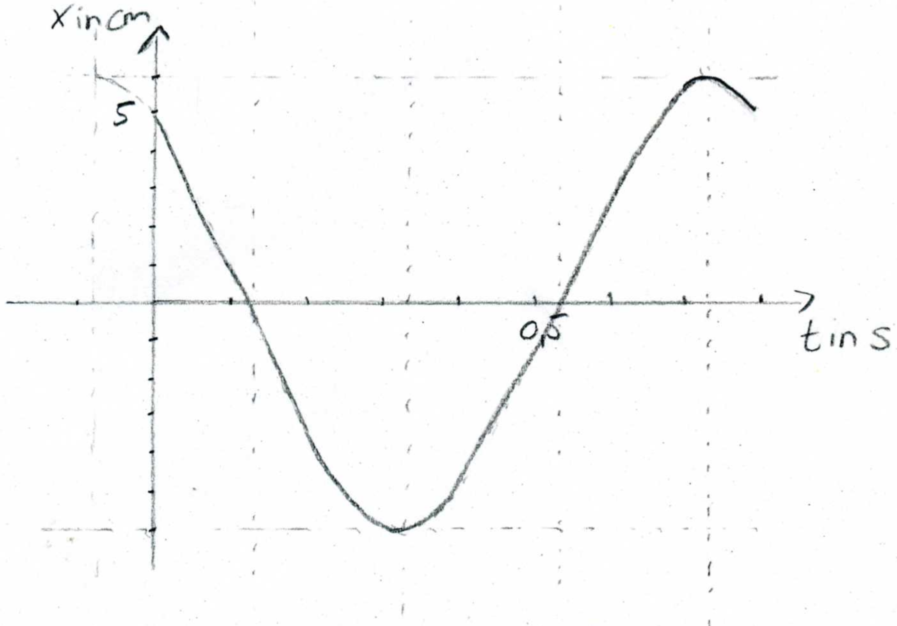
$\dot{x}(t) = -C\omega\sin(\omega t + \varphi)$ $\quad$ $\dot{x}(0) = -C\omega\sin\varphi$

$$\frac{\dot{x}(0)}{x(0)} = -\omega\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = -\omega\tan\varphi$$

$$\rightarrow \varphi = \arctan\left(-\frac{\dot{x}(0)}{\omega x(0)}\right) = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) = \arctan\left(\frac{27\,\frac{cm}{s}}{5cm}\,\frac{0{,}8s}{2\pi}\right)$$

$$= \underline{\underline{0{,}6}}$$

$$C = \frac{x_0}{\cos\varphi} = \underline{\underline{6{,}07\ cm}}$$



$x(t) = C$

wenn $\cos(\omega t + \varphi) = 1$

$\rightarrow \omega t + \varphi = 0 \quad (+n\cdot 2\pi)$

$t = -\frac{\varphi}{\omega} = -\frac{\varphi}{2\pi}T$

$= -0{,}076$

b) $\dot{x}(t) = -C\omega\sin(\omega t + \varphi)$

$v_{max} = -C\omega = -\cancel{\frac{C}{2\pi}}2\pi - \frac{C}{T}\cdot 2\pi = 47{,}67\,\frac{cm}{s}$

$\dot{x}(t) = v_{max}$ wenn $\sin(\omega t + \varphi) = 1$

$\rightarrow \omega t + \varphi = \frac{\pi}{2}$

$\rightarrow t = (\frac{\pi}{2} - \varphi)/\omega = \frac{\pi/2 - \varphi}{2\pi}\cdot T = (\frac{1}{4} - \frac{\varphi}{2\pi})T$

$= 0{,}124s$

2. Aufgabe

a) $A = 7\,cm$, $T = 4s$ $\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} s^{-1}$ $(= 1{,}57\, s^{-1})$

$$x(T) = e^{-\gamma T} \cdot A$$

$$e^{-\gamma T} = \frac{x(T)}{A}$$

$$\gamma = -\ln\left(\frac{x(T)}{A}\right) / T$$

Ablesen: $x(T) = 4cm$

$$= -\ln\left(\frac{4cm}{7cm}\right) / 4s$$

$$= 0{,}14\ s^{-1}$$

b) $\dot{x}(t) = -Ae^{-\gamma t}(\gamma\cos(\omega t) + \omega\sin(\omega t))$

$v(7{,}5s) = \dot{x}(7{,}5s) = 2{,}48\ \frac{cm}{s}$

c) Es handelt sich um schwache Dämpfung.

Für den apesiodischen Grenzfall müsste $\gamma = \omega_0 = 1{,}57\, s^{-1}$ sein.

Beim apesiodischen Grenzfall schwingt des Schwinges gesade nicht mehr übes die Ruhelage hinaus, sondesn kehrt direkt zur Ruhelage zurück.

Bei noch größeres Dämpfung (Kriechfall) kehrt der Schwinges ebenfalls ohne zu schwingen direkt in die Ruhelage zurück, allesdings langsamer als beim apesiodischen Grenzfall.

3. Aufgabe

a) $Q = \frac{2\pi}{|\Delta E / E|_{Periode}} = \frac{2\pi}{0{,}04} = 157$

$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx \frac{\sqrt{3}}{Q} \quad \rightarrow \quad \Delta\omega = \sqrt{3}\,\frac{\omega_0}{Q}$ $\qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} = 20\,s^{-1}$

$\Delta\omega = \cancel{13}\ 0{,}22\ s^{-1}$

b) $\frac{x_0}{x_0^*} = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}} \overset{\omega = \omega_0}{=} \frac{\omega_0^2}{2\gamma\omega_0} = \frac{\omega_0}{2\gamma} = Q$

$x_0 = x_0^* \cdot Q = \frac{F_0}{D} \cdot Q = 10{,}9\ cm$

Phasenunterschied : $\frac{\pi}{2}$

c) $x_0 = \frac{F_0}{D}\,\frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_0 \omega}{Q}\right)^2}}$ $\qquad Q = \frac{\omega_0}{2\gamma} \rightarrow \gamma = \frac{\omega_0}{2Q}$

$= 7{,}1\ mm$

Phasenunterschied $< \frac{\pi}{2}$, da $\omega < \omega_0$