Lösung:

1. Ein phys. Vektor ist die Kombination aus einem Skalar (Betrag des Vektor) und einen Einheitsvektor (Richtung des Vektors)
   Beispiele: Vektor: Geschwindigkeit – Das Auto fährt mit 30 km/h in Richtung Norden.
   kein Vektor: Temperatur – Es sind 21°C in diesem Raum

2. Addition / Subtraktion $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1)\vec{e}_x + (a_2 \pm b_2)\vec{e}_y = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \end{pmatrix} = \vec{c}$

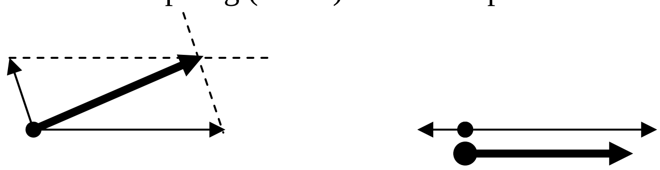
   Multiplikation mit einem Skalar (k) $k\vec{a} = ka_1\vec{e}_x + ka_2\vec{e}_y = \begin{pmatrix} ka_1 \\ ka_2 \end{pmatrix}$

   Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vartheta)$ (theta = π/2 aka. 90° -> Skal.Prod. = 0)

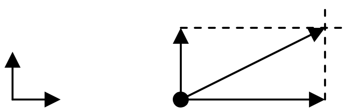
   kart. 2D (3D) Koordinaten $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 \ (+ a_3 b_3)$
   (wenn man das Skalarprodukt wie gezeigt ausrechnet, kann man anschließend mit der obigen Formel den Winkel zwischen den Vektoren ausrechnen)

   Kreuzprodukt $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 b_2 - b_1 a_2 \\ a_2 b_1 - b_2 a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \vec{c}$

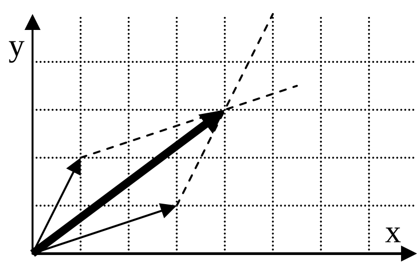
3. Graphische Lösung
   - Verschiebe Vektor 1 parallel bis Koordinaten (Pfeilspitze) Vektor 2
   - Verschiebe Vektor 2 parallel bis Koordinaten (Pfeilspitze) Vektor 1
   - zeichne Vektor von Ursprung (Punkt) bis Schnittpunkt



4. Graphisches Zerlegen



5.



Länge: $|\vec{c}| = \sqrt{c_1^2 + c_2^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

Winkel zu x-Achse $\alpha = ArcCos\left(\frac{c_1\vec{e}_x}{|\vec{c}|}\right)$

Winkel zu y-Achse $\beta = ArcCos\left(\frac{c_2\vec{e}_y}{|\vec{c}|}\right)$

6. allg. : p-q Formel $x^2 + px + q = 0 \quad \rightarrow \quad x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$$
\begin{aligned}
x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\
&= -\frac{(-4)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-4)}{2}\right)^2 - (-5)} \\
&= 2 \pm \sqrt{(-2)^2 + 5} \\
&= 2 \pm \sqrt{4+5} = 2 \pm \sqrt{9} = 2 \pm 3 \\
&\Rightarrow \quad x_1 = 5 \quad x_2 = -1
\end{aligned}
$$

7. Lösung a = 2b

8. allg. Regeln:

a. $\frac{d}{dx}\left(f(x) + g(x) + ...\right) = \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial g(x)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}...$

b. $\frac{d}{dx}\left(f(x) \cdot g(x)\right) = \frac{df(x)}{dx} g(x) + \frac{dg(x)}{dx} f(x)$

c. $\frac{d}{dx}\left(f(g(x))\right) = \frac{\partial f(x)}{\partial g(x)} \cdot \frac{\partial g(x)}{\partial x}$

d.

$$
\begin{aligned}
&f(x) = a \quad \rightarrow \quad f'(x) = 0 \qquad a = const. \\
&f(x) = x \quad \rightarrow \quad f'(x) = 1 \\
&f(x) = x^n \quad \rightarrow \quad f'(x) = nx^{n-1} \\
&f(x) = \ln(x) \quad \rightarrow \quad f'(x) = 1/x \\
&f(x) = \sin(x) \quad \rightarrow \quad f'(x) = \cos(x) \quad \rightarrow \quad f''(x) = -\sin(x) \quad \rightarrow \quad f'''(x) = -\cos(x) \\
&f(x) = e^x \quad \rightarrow \quad f'(x) = e^x
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dx} f(x) &= \frac{d}{dx}\left(2x^2 + x\sin(x) + \ln(x^2)\right) \\
&\underset{(a)}{=} \underbrace{\frac{d}{dx} 2x^2}_{(d;3)} + \underbrace{\frac{d}{dx} x\sin(x)}_{(b;d;2;5)} + \underbrace{\frac{d}{dx}\ln(x^2)}_{(c;d;3;4)} \\
&= 4x + \left(\sin(x) + x\cos(x)\right) + \frac{2}{x}
\end{aligned}
$$

9. Lösung durch einsetzen

$$2x + 3y = 13$$

$$0.5x - 2y = -5 \rightarrow x = 4y - 10$$

einsetzen in Gl1

$$2(4y - 10) + 3y = 13$$

$$8y - 20 + 3y = 13 \rightarrow y = 3 \rightarrow x = 4 \cdot 3 - 10 = 2$$

$$\underline{\underline{y = 3}} \quad \underline{\underline{x = 2}}$$

10.

a. $z_1 + z_2$ = (1+i) + (3-2i) = 4-i

$$z_1 + z_2 = (1+i) + (3-2i)$$
$$\underline{\underline{= 4 - i}}$$

$$z_1 \cdot z_2 = (1+i) \cdot (3-2i)$$
$$= 3 - 2i + 3i - 2\underbrace{i^2}_{=-1}$$
$$\underline{\underline{= 5 + i}}$$

b. konj. Komplex, d.h. aus i wird –i

$z_1 = 1 + i$ → $\overline{z_1} = 1 - i$

c. Regeln: Re(z) = $\frac{1}{2}\left(z + \bar{z}\right)$ und Im(z) = $\frac{1}{2}\left(z - \bar{z}\right)$

$$\mathrm{Re}(z) = \frac{1}{2}\left(\frac{1+i}{3-2i} + \frac{1-i}{3+2i}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{(3+2i)(1+i)}{(3+2i)(3-2i)} + \frac{(3-2i)(1-i)}{(3-2i)(3+2i)}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{(3+3i+2i-2)+(3-2i-3i-2)}{9+6i-6i-4(i^2)}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{2}{13}\right)$$
$$\underline{\underline{= \frac{1}{13}}}$$

analog Im(z) = 5/13;

d. Regel: $|z| = \sqrt{\mathrm{Re}(z)^2 + \mathrm{Im}(z)^2}$ und $\varphi = ArcTan\frac{\mathrm{Im}(z)}{\mathrm{Re}(z)}$

→ $|z_1| = \sqrt{2}$; $\varphi = ArcTan(1) = \pi/4$ (!! Rad, Entsp. in Grad: 45°)

→ $z = \sqrt{2}\, e^{i\pi/4}$