Blatt 10 – Musterlösung

Aufgabe 1 – Wellenmaschine

Erratum: Auf dem Übungsblatt fehlt die Amplitude der Welle $A = 1\text{m}$. Dadurch hat die Welle nicht die richtige Einheit (Meter). Im Folgenden wird die Amplitude mitgerechnet.

Geg.: f =9Hz, $A = 1\text{m}$

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

a) Die Welle pflanzt sich in positiver x-Richtung fort
b) Aus dem Graph kann man ablesen: $\lambda = 10\text{m}$
Daraus ergibt sich für die Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$x = \lambda f = 90\text{m}/\text{s}$$

c) Mit $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ und $\omega = 2\pi f$ ergibt sich die Position des Schwimmers zu:

$$y(x = 25\text{m}, t = 13\text{s}) = 1\text{m}\cos(\frac{2\pi}{10\text{m}}25\text{m} - 2\pi * 9\text{Hz} * 13\text{s}) \approx -1\text{m}$$

Aufgabe 2- Wellengleichung

Geg: Wellengleichung: $\partial_t^2 y(x,t) - c^2\partial_x^2 y(x,t) = 0$; Lösung: $y(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)}$

a) Zuerst berechnen wir die 2. Ableitungen der Lösung:

$$\begin{aligned}\partial_t^2 Ae^{i(kx-\omega t)} &= -A\omega^2 e^{i(kx-\omega t)} = -\omega^2 y(x,t)\\ \partial_x^2 Ae^{i(kx-\omega t)} &= -Ak^2 e^{i(kx-\omega t)} = -k^2 y(x,t)\end{aligned}$$

Nach dem Einsetzen in die Wellengleichung erhalten wir folgendes Ergebnis:

$$\omega^2 - c^2k^2 = 0 \Leftrightarrow \omega^2 = (ck)^2$$

b) $\omega = 2\pi f$ ist die Kreisfrequenz und bezeichnet die Winkelgeschwindigkeit der Welle.

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ist die Wellenzahl

3.Aufgabe – Blitz und Donner

Geg:

$$\begin{aligned}\Delta t &= 10\text{s}\\ c_{Luft} &= 343\text{m}/\text{s}\\ c_{Wasser} &= 1483\text{m}/\text{s}\end{aligned}$$

a) Die Distanz die der Donnerschall zurückgelegt hat ist gegeben durch:

$$s = v * t = c_{Luft} * t \approx 3430m$$

b)Die Wellenlänge des Donnerschalles ist gegeben durch :

$$\lambda = \frac{c}{f} \approx 3,43m$$

c)in Wasser ist die Wellenlänge dagegen groß: $\lambda_{H2O} = \frac{c_{H2O}}{f} \approx 14.83m$

d)Eine 3,2m lange Schallwelle in Wasser würde einem Ton der folgenden Frequenz entsprechen:

$$\lambda = 3,2m \rightarrow f = \frac{c_{H2O}}{\lambda} \approx 463Hz$$

4)Überlagerung von Wellen

Geg:

$$y_1 = \sin(k_1 x - \omega_1 t + \phi)$$
$$y_2 = \sin(k_2 x - \omega_2 t)$$

a) Für $\phi = 0$ hat die Superposition die folgende Gestalt:

$$y_{total} = \sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t) = 2\sin(kx - \omega t)$$

Für $\phi = 180°$ gibt es folgendes Ergebnis:

$$y_{total} = \sin(kx - \omega t + \pi) + \sin(kx - \omega t)$$
$$= -\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t) = 0$$

Dies ist auch bekannt als konstruktive ($\phi = 0$)und destruktive($\phi = \pi$)Interferenz.

b)Nun ist $\phi = 0$, Frequenz und Wellenlänge unterscheiden sich aber nun etwas:

$$y_{total} = \sin(k_1 x - \omega_1 t) + \sin(k_2 x - \omega_2 t)$$
$$= 2\sin(\frac{(k_1 + k_2)x - (\omega_1 + \omega_2)t}{2}) * \cos(\frac{(k_1 - k_2)x - (\omega_1 - \omega_2)t}{2})$$

Man kann hier den Effekt der Schwebung beobachten.

Den Sinusförmigen Teil mit der Summe der Frequenzen und Wellenzahlen nennt man die „Trägerwelle". Der Kosinusförmige Teil mit den Differenzen von Frequenz und Wellenlänge heißt „Einhüllende" der Welle.