11. Übungsblatt – Physik I für Biologen / Chemiker HU Berlin, SS2011

Musterlösung

1. Aufgabe

Erratum: Es wurde auf dem Aufgabenblatt vergessen zu erwähnen, dass zur Zeit t = 0s am Ort x = 0m, die Auslenkung y = 0m betragen soll.

a) Geg.: $f = 5Hz$, $c = 15\,{}^{m}\!/_{s}$ und Gesamtamplitude $\sqrt{A^2 + B^2} = 0{,}65m$

Lsg.: $\omega = 2\pi \cdot f = 10\pi\, s^{-1}$

und $c = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{15\,{}^{m}\!/_{s}}{5Hz} = 3m$

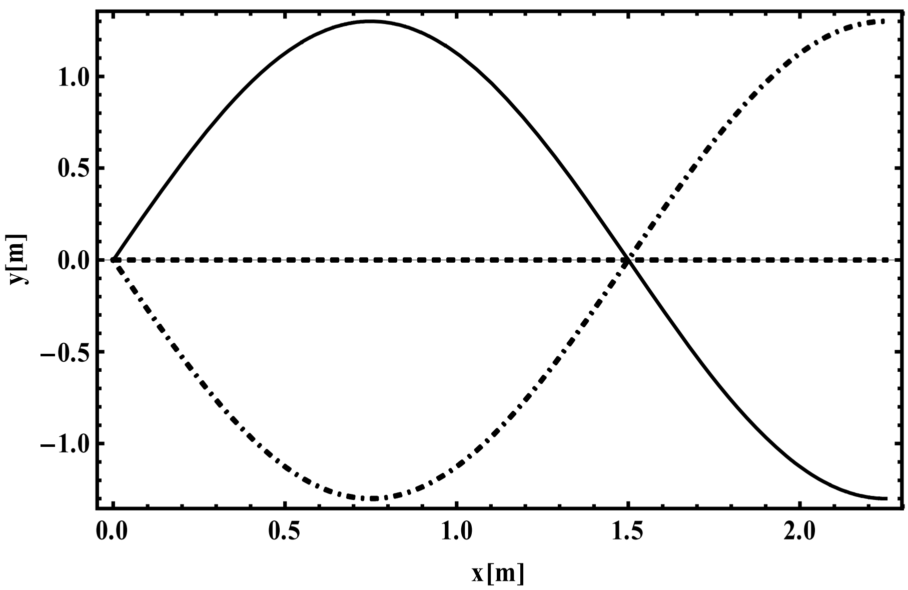
und $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2}{3}\pi\ \mathrm{m}^{-1}$

und aus $y\left(x = 0m, t = 0s\right) \equiv 0m \Rightarrow A = 0m, B = 0{,}65m$

also $y(x,t) = 0{,}65m \sin\left(\dfrac{2}{3}\pi \cdot m^{-1} \cdot x - 10\pi \cdot s^{-1} \cdot t\right)$

b) Da Reibung zu vernachlässigen war, d.h. keine Verluste, folgt für die reflektierte Welle, dass sie vom Betrag her die gleiche Amplitude, Wellenlänge und Frequenz wie die einlaufende Welle hat. Bei der Reflektion am losen Ende erfährt die reflektierte Welle keinen Phasensprung gegenüber der einlaufenden Welle.

c)



Durchgezogene Linie: $t = 0s$

Gestrichelte Linie: $t = \dfrac{\pi}{2\omega}$

Punkt-Strich Linie: $t = \dfrac{\pi}{\omega}$

2. Aufgabe

a) Es bilden sich Schwingungsknoten, da die Saiten fest eingespannt sind.

b) Bedingung für stehende Welle zwischen zwei fest eingespannten Enden ist, dass immer ein ganzzahlig Vielfaches der halben Wellenlänge genau zwischen die Enden passen muss: $L = n\frac{\lambda_n}{2}$ mit $n = 1,2,3,...$

Daraus folgt bei einer Länge von 62cm eine Grundwellenlänge (n=1) von $\lambda_1 = 2 \cdot L = 2 \cdot 0{,}62m = 1{,}24m$

c) Eine stehende Welle hat keine „Ausbreitungsgeschwindigkeit". Allerdings werden die stehenden Wellen durch hin und her Reflektion von Wellen erzeugt (siehe beispielsweise Aufgabe 1). Die Ausbreitungsgeschwindigkeit dieser Wellen hängt von den mechanischen Eigenschaften der Gittarensaiten ab. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit lässt sich zum Beispiel aus der Grundfrequenz und der dazugehörigen Wellenlänge der Grundschwingung berechnen:

$$c = \lambda_1 \cdot f_1$$

$$c_{unten} = 1{,}24m \cdot 329{,}63Hz \approx 408{,}74\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$c_{oben} = 1{,}24m \cdot 82{,}41Hz \approx 102{,}19\,{}^{m}\!/_{s}$$

und somit ergibt sich folgendes Verhältnis:

$$\frac{c_{oben}}{c_{unten}} = \frac{102{,}19\,{}^{m}\!/_{s}}{408{,}74\,{}^{m}\!/_{s}} \approx \frac{1}{4}$$

d) Allgemein lassen sich die Frequenzen der Obertöne der stehenden Wellen berechnen aus der Ausbreitungsgeschwindigkeit und der Länge der Saite:

$$f_n = n\frac{c}{2 \cdot L} \text{ mit } n = 1,2,3,...$$

Somit folgt für die jeweils ersten vier Obertöne (die sich auch durch Multiplikation von 2, 3, 4 und 5 mit der bereits angegebenen Grundfrequenz ergeben):

Oberste Saite:

$$f_2 = 2\frac{102{,}19\,{}^{m}\!/_{s}}{2 \cdot 0{,}62m} \approx 164{,}82Hz \equiv 2 \cdot f_1 = 2 \cdot 82{,}41Hz$$

$$f_3 \approx 247{,}23Hz$$

$$f_4 \approx 329{,}64Hz$$

$$f_5 \approx 412{,}05Hz$$

Unterste Saite:

$$f_2 = 2\frac{408{,}74\,{}^{m}\!/_{s}}{2 \cdot 0{,}62m} \approx 659{,}26Hz \equiv 2 \cdot f_1 = 2 \cdot 329{,}63Hz$$

$$f_3 \approx 988{,}89Hz$$

$$f_4 \approx 1318{,}52Hz$$

$$f_5 \approx 1648{,}15Hz$$

3. Aufgabe

a) Für die Änderung der gehörten Frequenz ist der Dopplereffekt verantwortlich.
Bei bewegter Quelle und bewegtem Beobachter ergeben sich folgende gehörte Frequenzen:

$$f_B = \frac{c+\text{v}}{c-\text{v}} f_Q$$

Quelle und Beobachter bewegen sich jeweils mit Geschwindigkeit v aufeinander zu.

$$\tilde{f}_B = \frac{c-\text{v}}{c+\text{v}} f_Q$$

Quelle und Beobachter bewegen sich jeweils mit Geschwindigkeit v voneinander weg.

b) Das Verhältnis von $\tilde{f}_B$ zu f_B ist gegeben mit 3 zu 4. Damit lässt sich die Geschwindigkeit v berechnen zu:

$$\frac{\tilde{f}_B}{f_B} = \left(\frac{c-\text{v}}{c+\text{v}}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{c-\text{v}}{c+\text{v}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Negative Lsg. wird nicht betrachtet, da dies gleichbedeutend wäre mit v > c, was für die meisten Züge unrealistisch ist.

$$\Rightarrow \frac{c-\text{v}}{c+\text{v}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow c-\text{v} = \frac{\sqrt{3}}{2}(c+\text{v})$$

$$\Leftrightarrow \left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)c = \left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\text{v}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)c = \text{v}$$

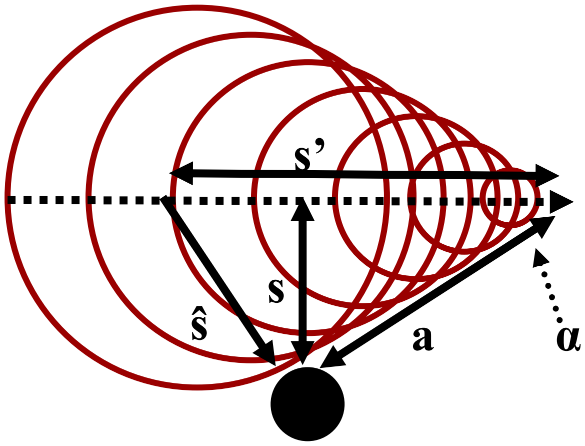
$$\Leftrightarrow \left(7-4\sqrt{3}\right)c = \text{v}$$

$$\Rightarrow \text{v} = \left(7-4\sqrt{3}\right)\cdot 343\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$\approx 24{,}63\,{}^{m}\!/_{s} \approx 88{,}65\,{}^{km}\!/_{h}$$

4. Aufgabe

Erratum: Die Zeichnung auf dem Übungsblatt war evtl. etwas missverständlich. Gesucht war die Strecke a, nachdem die Person das Geschoß erstmals hört, was geometrisch anders aussieht als auf dem Übungsblatt angedeutet (siehe neue Skizze).



Das Geschoß ist zu Hören, nachdem der Schall die Strecke $\hat{s} = c \cdot t$ zurückgelegt hat. In dieser Zeit hat das Geschoß die Strecke $s' = \mathrm{v} \cdot t$ zurückgelegt. Durch trigonometrische Überlegungen erhält man folgende Zusammenhänge:

$$\sin\alpha = \frac{\hat{s}}{s'} = \frac{c \cdot t}{\mathrm{v} \cdot t} = \frac{c}{\mathrm{v}} = \frac{343\,{}^{m}\!/\!{}_{s}}{686\,{}^{m}\!/\!{}_{s}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{und } \frac{s}{a} = \sin\alpha$$

$$\text{woraus folgt } a = \frac{s}{\sin\alpha} = \frac{5m}{{}^{1}\!/\!{}_{2}} = 10m$$