Aufgabe 1)

a) über die Beziehung $\dot{r}(t)=v(t)$ und $\dot{v}(t)=a(t)$ erhält man:

$$\vec{v}=\begin{pmatrix}-r\omega\cdot\sin(\omega t)\\ r\omega\cdot\cos(\omega t)\end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{a}=\begin{pmatrix}-r\omega^2\cdot\cos(\omega t)\\ -r\omega^2\cdot\sin(\omega t)\end{pmatrix}$$

Betrag ist einfach, da $\cos(\omega t)^2+\sin(\omega t)^2=1$ ist , also

$|v|=r\omega$ und $|a|=r\omega^2$

b) $\vec{v}\cdot\vec{r}=0\Rightarrow$ beide sind senkrecht aufeinander.

$\vec{a}\cdot\vec{r}=-r\omega^2\Rightarrow$, dazu sind beide kolinear, die Vektoren zeigen also in die entgegengesetzte Richtung.

c) Betrag von $\vec{r}(t)$ ist r, konstanter Betrag für alle Zeiten entspricht einem Kreis um den Ursprung.

Aufgabe 2)

a) $s=\frac{1}{2}g\,t^2\Rightarrow t=\sqrt{2\mathrm{s}/g}$, einsetzen der Werte liefert $t=\sqrt{2\cdot 600\mathrm{m}/(10\mathrm{m}/s^2)}=10{,}95\,s$

b) Das Flugzeug fliegt gleichmäßig weiter, also $s=v\cdot t\Rightarrow v=\frac{s}{t}=\frac{100\mathrm{m}}{10{,}95\,s}=9{,}132\frac{m}{s}$

Aufgabe 3) (6 Punkte)

a) Es sollte ein Vektor rauskommen mit 2 Einheiten nach rechts und einer nach oben.

b) Der Gesammtvektor ist $\vec{v}=\begin{pmatrix}2\,m/s\\ 1\,m/s\end{pmatrix}\Rightarrow|v|=\sqrt{1\mathrm{m}^2/s^2+4\,m^2/s^2}=\sqrt{5}\,m/s$

Winkel ausrechnen über:

$$\cos(\alpha)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|a|\cdot|b|}\Rightarrow\cos(\alpha)=\frac{2\mathrm{m}/s}{\sqrt{5}\,m/s}\Rightarrow\alpha=\arccos 0{,}8944\Rightarrow\alpha=0{,}463647609\,rad=26{,}57^\circ$$

c) Hier wie beim Flugzeug $s=v\cdot t\Rightarrow t=\frac{s}{v}=\frac{50\mathrm{m}}{1\mathrm{m}/s}=50\mathrm{s}$ in die Gleichung $s=v\cdot t$ wieder Einsetzen: $s=v\cdot t=2\mathrm{m}/s\cdot 50\mathrm{s}=100\mathrm{m}$

Aufgabe 4)

$f(x)=6-x-7x^2+x^3+x^4$

a) um x = 1:

$$f(x)=f(1)+f'(1)(x-1)+\frac{f''(1)(x-1)^2}{2}+\frac{f'''(1)(x-1)^3}{6}+\frac{f''''(1)(x-1)^4}{24} \quad \text{einsetzen:}$$

$$f(x)=0-8(x-1)+\frac{4(x-1)^2}{2}+\frac{30(x-1)^3}{6}+\frac{24(x-1)^4}{24} \quad = \quad f(x)=6-x-7x^2+x^3+x^4$$

a) um x = 1:

$$f(x)=f(3)+f'(1)(x-3)+\frac{f''(3)(x-3)^2}{2}+\frac{f'''(3)(x-3)^3}{6}+\frac{f''''(3)(x-3)^4}{24} \quad \text{einsetzen:}$$

$$f(x)=48+92(x-3)+56(x-3)^2+13(x-3)^3+(x-3)^4 \quad = \quad f(x)=6-x-7x^2+x^3+x^4$$

c) Die beiden Taylorreihen sind gleich. Das war zu erwarten, da eine Taylorreihe von einem Polynom irgendwann abbricht (nach n mal Ableiten) ist die Taylorreihe des Polynoms bis zur Entwicklungsordnung mit dem Polynom bis zur dieser Ordnung exakt gleich.