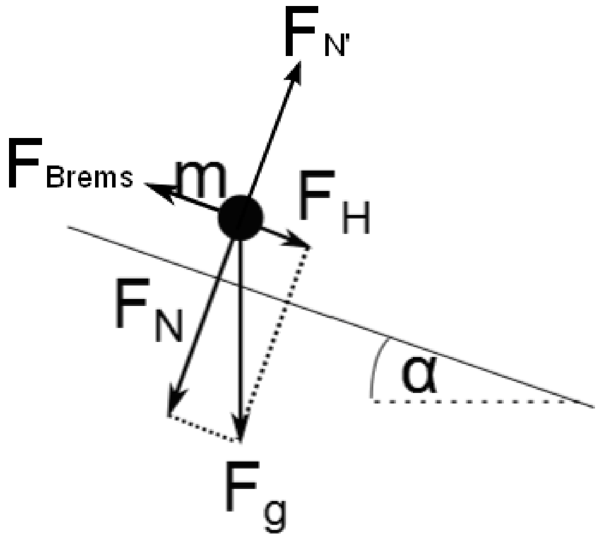
Musterlösung:

Aufgabe 1:

a)



Fg= m g (Gewichtskraft)
F_H=sinα m g (Hangabtriebskraft)
F_N=cosα m g (Normalkraft)

b)

Damit die Bremsen den LKW am Berg halten können, muss die Hangabtriebskraft kleiner als die Bremskraft von 25kN sein.

Ansatz: $F_H = \sin\alpha(m_{LKW} + m_{Sand})g < F_{Brems}$

Umformen nach m_{Sand}: $m_{Sand} < \frac{F_{Brems}}{g\sin\alpha} - m_{LKW}$

Einsetzen: $m_{MAX} < 15000kg$

c)

Die resultierende Hangabtriebskraft F_{Res} mit 20T Ladung und weiterhin angezogener Bremse ergibt sich aus:

$$F_{\mathrm{Res}} = F_H - F_{Brems} = m_{Ges} g \sin\alpha - F_{Brems}$$

Einsetzen von $F_{RES} = m_{Ges} a$

Umstellen nach a $a = g\sin\alpha - (F_{Brems} / m_{ges})$

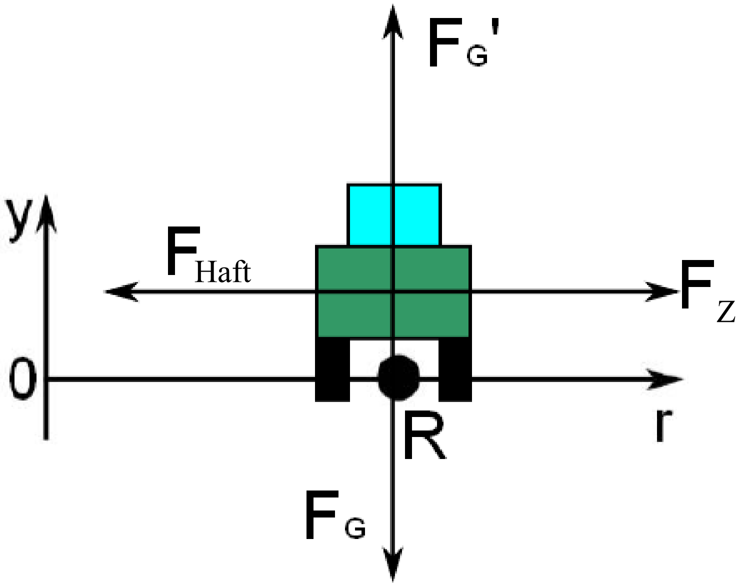
Aus dieser Beschleunigung ergibt sich aus den Formeln für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung die nach 5 Sekunden zurückgelegte Strecke:

$$s(t) = \frac{1}{2}at^2 \approx 0{,}7 \text{ m/s}$$

Und die bis dahin erreichte Geschwindigkeit:

$$V(t) = at \approx 1{,}86 \text{ m}$$

Aufgabe 2:



a)

b) Den ständigen Richtungsänderungen (Beschleunigung zum Kreismittelpunkt) des Autos, die in einer Kreisbahn resultieren, wirkt eine Zentrifugalkraft entgegen. Das Auto rutscht aber nicht nach außen, also muss es eine gleichgroße Kraft geben, die der Zentrifugalkraft entgegengesetzt wirkt. Diese Kraft ist eine Haftreibungskraft der Form:

$$F_{Haft} = \mu_{Haft} F_N \,.$$

Lösungsansatz: Beide Kräfte gleichsetzen:

$$F_{Haft} = F_Z$$
$$\mu_{Haft} F_N = m(V^2 / R)$$

Nach μ_{Haft} auflösen:

$$\mu_{Haft} = mV^2 /(F_N R)$$

Da das Auto nicht vertikal beschleunigt, müssen sich nach Newton zwei Vertikalkräfte aufheben, d.h. für die Normalkraft F_N = mg einsetzen:

$$\mu_{Haft} = mV^2 /(mgR) = V^2 /(gR)$$

Werte einsetzen liefert $\mu_{Haft} = 0{,}21$, d.h. bei einen kleinerem Wert rutscht das Auto aus der Spur.

c) Da V quadratisch eingeht, führt eine Verdopplung der Geschwindigkeit zu einer Vervierfachung des Radius.

Aufgabe 3:

Gegeben: $V_{Ges} = 2100 km/h$; $V_{\mathrm{Re}l} = 500 km/h$; $m_{Ges} = Mkg$; $m_{LM} = 0{,}2Mkg$; $m_T = 0{,}8Mkg$

Lösungsansatz: Impulserhaltung

$$P_{Ges} = P_{LM}^{'} + P_T^{'}$$
$$MV_{Ges} = 0{,}2MV_{LM} + 0{,}8MV_T$$

Geschwindigkeit des Lastmoduls ausdrücken als Differenz:

$$V_{LM} = V_T - V_{rel}$$

Einsetzen in Impulserhaltung:

$$MV_{Ges} = 0{,}2M(V_T - V_{rel}) + 0{,}8MV_T$$

Umformen nach $V_T = Vges + 0{,}2V_{rel}$

Einsetzen: $V_T = 2200 km/h$

Aufgabe 4:

a) inelastischer Stoß

Gesucht: V_{Ges}

Impulserhaltung:

$$P_1 + P_2 = P'_{Ges}$$
$$m_1V_1 + m_2V_2 = (m1 + m2)V_{Ges}$$
$$V_{Ges} = (m_1V_1 + m_2V_2)/(m1 + m2)$$

Einsetzen: $V_{Ges} = 51 km/h$

b) elastischer Stoß

Gesucht: $V_1 ; V_2$ Geschwindigkeiten nach dem Stoß

Rechnung:

$$V_1^{'} = \frac{2m_2V_2 + m_1V_1 - m_2V_1}{m_1 + m_2}$$
$$V_2^{'} = \frac{2m_1V_1 + m_2V_2 - m_1V_2}{m_1 + m_2}$$

Einsetzen:

$$V_1^{'} = 4m/s$$
$$V_2^{'} = 7m/s$$