In [1]:
```
# Wir werden auch mal ein Bild darstellen müssen - daher laden wir zunächst
# das entsprechende Modul
from IPython.core.display import Image
```

In diesem Notebook betrachten wir Drehimpulsübertragung vektoriell.

Wir beginnen mit einem Beispiel für die Definition eines Vektors im 3-dimensionalen Raum, sowie dem Skalar- und Kreuzprodukt.

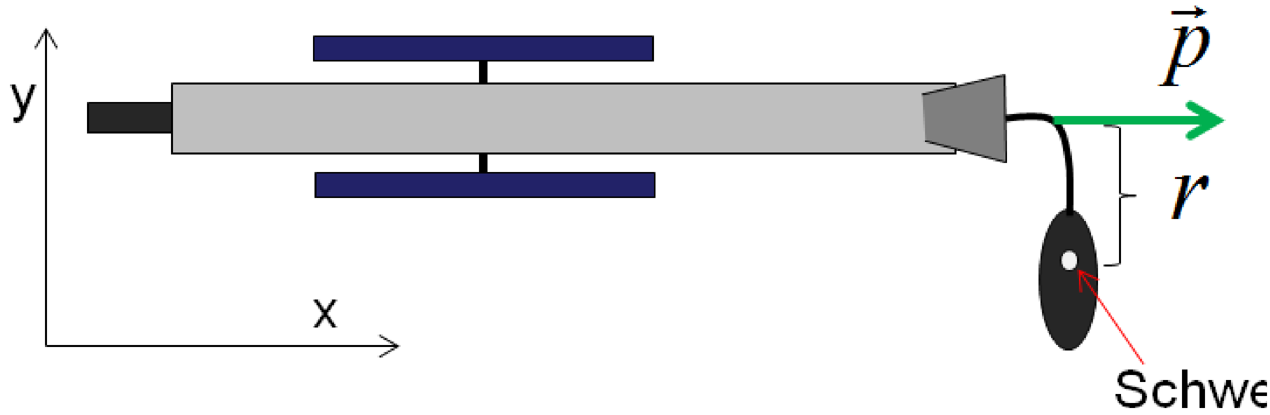
In [2]:
```
# Ein horizontaler (Zeilen-) Vektor
vx = array((1, 0, 0))
print "Vektor             vx = ",vx

vy = array((0, 1, 0))
print "Vektor             vy = ",vy

vxy = cross(vx,vy)
print "Kreuzprodukt vx x vy = ",vxy

vyx = cross(vy,vx)
print "Kreuzprodukt vy x vx = ",vyx

print "Skalarprodukt  vy.vx = ",vdot(vx,vy)
```

```
Vektor             vx =  [1 0 0]
Vektor             vy =  [0 1 0]
Kreuzprodukt vx x vy =  [0 0 1]
Kreuzprodukt vy x vx =  [ 0  0 -1]
Skalarprodukt  vy.vx =  0
```

Als Beispiel wählen wir die Kanone, die wir bereits im Eperiment gesehen hatten.

In [3]:
```
Image(filename='files/Kanone.png')
```

Out[3]:



Die Länge des Vektors vom Schwerpunkt des asymmetrischen Stopfens zum Ansatzpunkt des übertragenen Impulses sei 25 mm in y-Richtung.

Die Explosion verursacht einen $\Delta t = 0.5$ ms andauernden Kraftstoß mit einer mittleren Kraft von $|\vec{F}| = 100$ N. Diese Kraft bewirkt nun sowohl Rotation als auch Drehbewegung des Stopfens.

Das Trägheitsmoment des Stopfens sei $1 \cdot 10^{-3}$ kgm^2.

Das Drehmoment, welches von der Kraft $\vec{F}$ ausgeübt wird, ist

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

und bewirkt eine Winkelbeschleunigung von

$$\vec{\alpha} = \vec{M}/I$$

Die daraus resultierende Winkelgeschwindigkeit ist einfach

$$\vec{\omega} = \Delta t \vec{\alpha}$$

In [4]:
```
r = array((  0.0, 0.25, 0.0))    # Abstand des Stopfens vom Schwerpunkt
F = array((100.0, 0.0,   0.0))    # mittlere Kraft während Kraftstoß
I  = 1.0e-3                       # Trägheitsmoment
dt = 5.0e-4                       # Dauer des Kraftstoßes

M = cross(r,F)                    # Drehmoment
print "Drehmoment            M     = ",M," Nm"

alpha = M/I
print "Winkelbeschleunigung  alpha = ",alpha," s^-2"

omega = alpha*dt
print "Winkelgeschwindigkeit omega = ",omega," s^-1"
```

```
Drehmoment            M     =  [  0.    0. -25.]  Nm
Winkelbeschleunigung  alpha =  [     0.      0. -25000.]  s^-2
Winkelgeschwindigkeit omega =  [  0.    0.  -12.5]  s^-1
```

Da die positive z-Achse aus der Zeichenebene heraus zeigt, bedeutet die negative z-Komponente des $\vec{\omega}$-Vektors, dass dieser in die Zeichenebene hinein zeigt.

Jetzt können wir auch berechnen, wieviel Drehimpuls der Stopfen aufgenommen hat, undzwar mit der Gleichung

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

In [5]:
```
L  = I*omega
print "Drehimpuls L = ",L," Kg m^2/s"
```

```
Drehimpuls L =  [ 0.      0.     -0.0125]  Kg m^2/s
```

Wir haben soeben $\vec{L}$, den durch die Explosion auf den Stopfen übertragenen Drehimpuls berechnet.

Laut Drehimpulserhaltungsatz hat auch die Kanone diesen Drehimpuls übernehmen müssen.

Das Trägheitsmoment der Kanone ist aber größer als das des Stopfens, nämlich $I_K = 0.2$ kgm^2. Daher muss deren Winkelgeschwindigkeit entsprechend kleiner sein, als die des Stopfens:

In [6]:
```
I_K = 0.2
L_K = -L
print "Drehimpuls der Kanone            L_K     = ",L_K," Kg m^2/s"

omega_K = L_K/I_K
print "Winkelgeschwindigkeit der Kanone omega_K = ",omega_K," 1/s"
# Zum Vergleich:
print "Winkelgeschwindigkeit des Stopfens omega = ",omega," 1/s"
```

```
Drehimpuls der Kanone            L_K     =  [-0.     -0.      0.0125]  Kg m^2/s
Winkelgeschwindigkeit der Kanone omega_K =  [-0.     -0.      0.0625]  1/s
Winkelgeschwindigkeit des Stopfens omega =  [  0.    0.  -12.5]  1/s
```

Die Kanone dreht sich also in die entgegengesetzte Richtung, als der Stopfen, und auch deutlich langsamer.