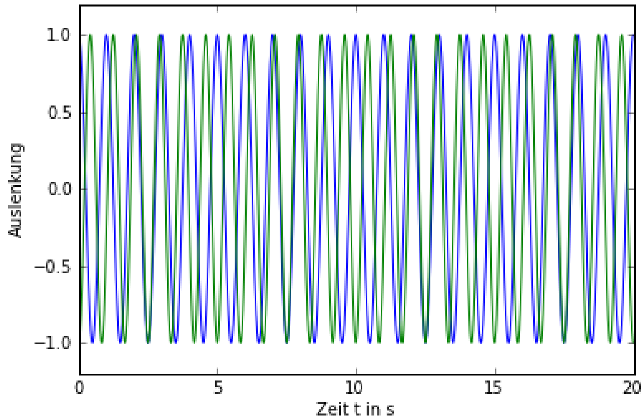
In diesem Notebook betrachten wir Schwebungen, d.h. die Überlagerung von 2 Schwingungen leicht unterschiedlicher Frequenz.

Zunächst betrachten wir eine

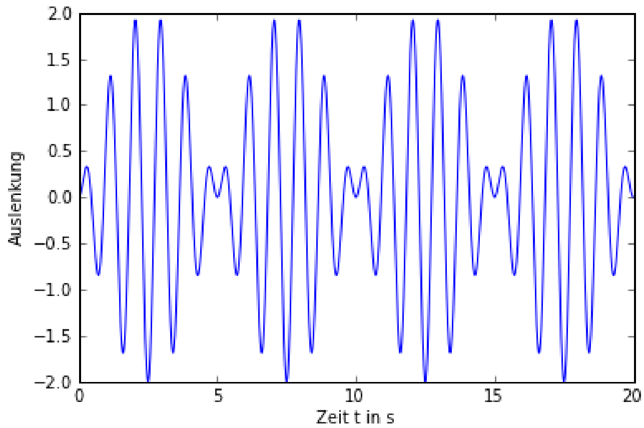
In [1]:
```
# Zunächst legen wir ein paar Konstanten für die Simulation fest:
dt = 1.0e-2    # Zeitschritt
tmax = 20.0    # maximale Zeit

# Jetzt können wir die beiden Frequenzen definieren:
f1   = 1.0     # Frequenz 1 in Hz
f2   = 1.2    # Frequenz 2 in Hz
a1   = 1.0     # Amplitude für Schwingung 1
a2   = 1.0     # Amplitude für Schwingung 2
phi1 = 0.0     # Phasenverschiebung für Schwingung 1
phi2 = pi/1.0  # Phasenverschiebung für Schwingung 1

t = arange(0,tmax,dt)
plot(t,a1*cos(2*pi*f1*t+phi1))
plot(t,a2*cos(2*pi*f2*t+phi2))
ylim(-1.2, 1.2)
xlabel('Zeit t in s')
ylabel('Auslenkung')
show()
plot(t,a1*cos(2*pi*f1*t+phi1)+a2*cos(2*pi*f2*t+phi2))
xlabel('Zeit t in s')
ylabel('Auslenkung')
print "Schwebungsfrequenz (f2-f1)/2 =",0.5*(f2-f1),"Hz"
print "Grundfrequenz      (f1+f2)/2 =",0.5*(f2+f1),"Hz"
```




```
Schwebungsfrequenz (f2-f1)/2 = 0.1 Hz
Grundfrequenz      (f1+f2)/2 = 1.1 Hz
```



Nun betrachten wir einmal gekoppelte Fadenpendel, die über eine Feder mit der Federkonstante kf gekoppelt sind.

Dazu lösen wir die Bewegungsgleichungen numerisch.

Diese sind:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{-m_1 g l_1 \theta_1 - b l_1 \dot{\theta}_1 + l_1 k_f (l_2 \theta_2 - l_1 \theta_1)}{m_1 l_1}$$

und

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{-m_2 g l_2 \theta_2 - b l_2 \dot{\theta}_2 - l_2 k_f (l_2 \theta_2 - l_1 \theta_1)}{m_2 l_2}$$

In [2]:

```
dt     = 1.0e-3      # Zeitschritt in s
tmax   = 50          # Gesamtzeit der Simulation
l1     = 1.0         # Länge des ersten fadenpendels in m
l2     = 1.0         # Länge des zweiten Fadenpendels in m
m1     = 1.0         # Masse am ersten Fadenpendel in kg
m2     = 1.0         # Masse am zweiten Fadenpendel in kg
b      = 0.0         # Dämpfung (z.B Widerstand im Medium, in dem die Pendel schwingen)
g      = 9.81        # Erdbeschleunigung in m/s^2
kf     = 3.0         # Federkonstante der Feder zwischen den Massen


# Jetzt kann es losgehen
theta1 = []          # Array für Auslenkung des ersten Pendels
theta2 = []          # Array für Auslenkung des zweiten Pendels
theta1.append(-15.0*pi/180)  # Anfangsauslenkung des ersten Pendels
theta2.append(0.0)   # Anfangsauslenkung des zweiten Pendels
# Außerdem müssen wir festlegen, dass am Anfang alles in Ruhe ist
theta1Dot  = 0.0
theta1DDot = 0.0
theta2Dot  = 0.0
theta2DDot = 0.0
dt2 = dt*dt/2.0

for t in arange(0,tmax,dt):
    theta1.append((theta1[-1]+theta1Dot*dt+theta1DDot*dt2))
    theta2.append((theta2[-1]+theta2Dot*dt+theta2DDot*dt2))

    theta1Dot  = (theta1[-1]-theta1[-2])/dt
    theta1DDot = (-m1*g*l1*theta1[-1]-b*l1*theta1Dot+kf*l1*(l2*theta2[-1]-l1*theta1[-1]))/(m1*l1)
    theta2Dot  = (theta2[-1]-theta2[-2])/dt
    theta2DDot = (-m2*g*l2*theta2[-1]-b*l2*theta2Dot-kf*l2*(l2*theta2[-1]-l1*theta1[-1]))/(m1*l1)
plot(arange(0,tmax+1*dt,dt),theta1)
plot(arange(0,tmax+1*dt,dt),theta2)
xlabel('Zeit t in s')
ylabel('Auslenkung in rad')
```

Out[2]: <matplotlib.text.Text at 0x8082e10>