Einführung in die Quantenphysik

SS 2011 **2 . Übung**

Abgabe am 26. April 2011

Vorlesung: Prof. Igor Sokolov Übung: Dr. Sten Rüdiger, Federico Camboni

Aufgabe 1: Winkel-Wirkungs-Variablen für den harmonischen Oszillator

Lösen Sie das Bewegungsproblem mit Hilfe der Hamilton-Jacobi-Gleichung für ein Teilchen der Masse m, das sich eindimensional im Potential eines harmonischen Oszillators

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

bewegt. Benutzen Sie die kanonische Transformation $W(x, J)$ um zu Wirkungs- und Winkel-Variablen überzugehen. Bestimmen Sie die Energie des Oszillators als Funktion der Wirkungsvariablen J. Wie erhält man daraus die Frequenz der Schwingungen?

Aufgabe 2: Freies Teilchen

Betrachten Sie die Hamilton-Jacobi-Gleichung für ein freies Teilchen in einer Dimension:

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{1}{2m}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 .$$

Das Problem soll mit Hilfe eines Separationsansatzes '$S(x,t) = W_1(x) + W_2(t)$ gelöst werden.

a) Zeigen Sie, dass es eine Konstante E gibt, so dass W_2 die Form $W_2(t) = -Et$ annimmt. Wie lautet die durch E parametrisierte Wirkung $S_E(x,t)$?

b) Wenn man die Anfangszeit t_0 durch $t_0 = -\partial S_E/\partial E$ festlegt, erhält man eine implizite Gleichung für die Bahnkurve $x(t)$. Zeigen Sie, dass daraus das richtige Gesetz für die Bewegung folgt.

c) Zeigen Sie, dass $p(x) = \partial S_E/\partial x$ konstant ist und nur von E abhängt. Drücken Sie E durch diesen Impuls p_0 aus und ersetzen Sie E in $S_E(x,t)$ um zu einer Wirkung S_{p_0} zu gelangen, die durch p_0 parametrisiert wird.