
Einführung in die Quantenphysik

SS 2011

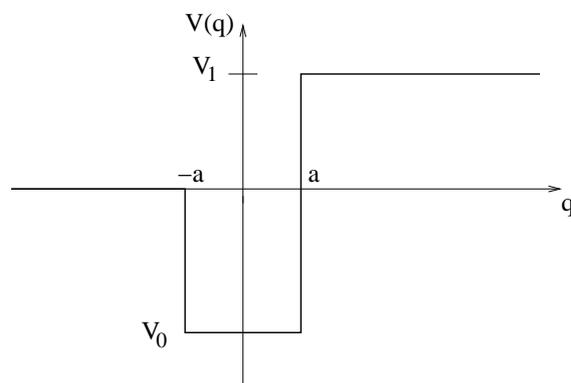
5. Übung

Abgabe am 17. Mai 2011

Vorlesung: Prof. Igor Sokolov

Übung: Sten Rüdiger, Federico Camboni

Aufgabe 1: Unsymmetrischer Potentialtopf



Ein Teilchen der Masse m bewegt sich in einem stückweise stetigem Potential

$$V(q) = \begin{cases} 0 & \forall -\infty < q < -a \\ V_0 & \forall -a \leq q \leq a, V_0 < 0 \\ V_1 & \forall a < q < \infty, V_1 > 0 \end{cases}$$

mit $a > 0$.

- Geben Sie die Schrödinger-Gleichung, die Wellenfunktionen und deren Anschlussbedingungen für alle drei Raumbereiche an.
- Zeigen Sie, dass folgende Bedingung für die Wellenzahlen k für den Bereich zwischen $q = -a$ und $q = a$ gilt:

$$1 = e^{-i4ka} \frac{(\eta - ik)(\kappa - ik)}{(\eta + ik)(\kappa + ik)}$$

mit

$$\kappa = \sqrt{2m|E|}/\hbar, \quad \eta = \sqrt{2m(V_1 - E)}/\hbar$$

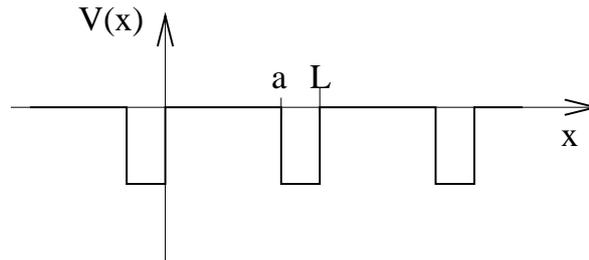
- Mit Hilfe der Polardarstellung von komplexen Zahlen $x + iy = Re^{i\phi}$ mit $x, y, R, \phi \in \mathcal{R}$ lässt sich nun eine implizite Gleichung $\sqrt{\varepsilon} = f(\varepsilon)$ für das Energiespektrum angeben. Bestimmen Sie diese Gleichung mit $\varepsilon = E - V_0$.
- Zeigen Sie grafisch, dass das Energiespektrum diskret ist.

Aufgabe 2: Periodisches Potential

Ein Teilchen der Masse m bewegt sich in einem Potential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & nL < x \leq nL + a \\ V_0 & nL + a < x \leq (n+1)L \end{cases}$$

mit der Energie $E < 0$. Hierbei ist $n \in \mathbb{Z}_0$, $L = a + b$, $a, b > 0$ und $V_0 < 0$ (siehe Bild).



- Formulieren Sie für $V_0 < E < 0$ einen passenden Ansatz für die Wellenfunktion im gesamten Raum.
- Reduzieren Sie die Anzahl der Bestimmungsgrößen auf vier durch Verwendung des Bloch-Theorems. Erläutern Sie zusätzlich kurz das Bloch-Theorem.
- Leiten Sie die Bestimmungsgleichung für die möglichen Energiewerte E ab. *Hinweis:* Sie können die Anschlussbedingungen zum Beispiel bei $x = 0$ und $x = a$ formulieren.
- Vergleichen Sie das Resultat aus Aufgabenteil (c) mit dem des Kronig-Penney-Modells für δ -Potentiale (Grenzübergang $V_0 \rightarrow -\infty$, $b \rightarrow 0$ und $b|V_0| \rightarrow D$).
- Diskutieren Sie, ob die Gleichung aus Aufgabenteil (c) für alle Energien lösbar ist. Gibt es verbotene Energiewerte?